2019-2020学年广东省深圳市南山区第二外国语学校八年级(上）期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共12小题，满分36分）

1.（3分）下列实数中，是无理数的为(　　)

A．$\frac{13}{7}$　　B．$\sqrt[3]{8}$

C．3.1415　　D．0.1010010001…

2.（3分）下列计算正确的是(　　)

A．$\sqrt{3}\times\sqrt{2}=6$　　B．$\sqrt{12}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

3.（3分）下列各组数据中的三个数作为三角形的边长，其中能构成直角三角形的是(　　)

A．$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$　　B．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$　　C．6，7，8　　D．2，3，4

4.（3分）在平面直角坐标系中，点B的坐标是$(4,-1)$，点A与点B关于x轴对称，则点A的坐标是(　　)

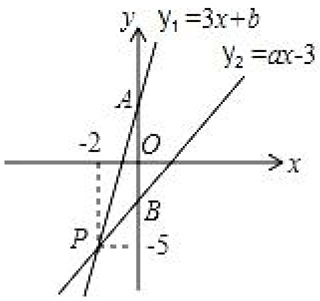
A．$(4,1)$　　B．$(-1,4)$　　C．$(-4,-1)$　　D．$(-1,-4)$

5.（3分）对于函数$y=3x-1$，下列说法正确的是(　　)

A．它与y轴的交点是$(0,1)$　　B．y值随着x值增大而减小

C．它的图象经过第二象限　　D．当$x>\frac{1}{3}$时，$y>0$

6.（3分）如图，已知函数$y_1=3x+b$和$y_2=ax-3$的图象交于点$P(-2,-5)$，当$y_1>y_2$时，x的取值范围(　　)

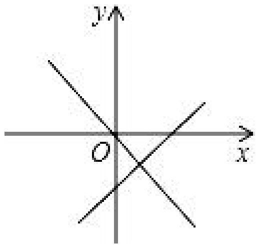


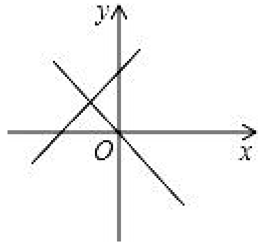
A．$x>-2$　　B．$x<-2$　　C．$x>-5$　　D．$x<-5$

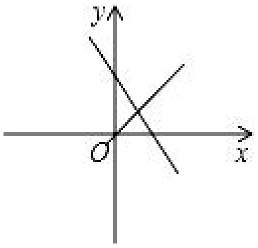
7.（3分）直线$y=3x+b$经过点(m,n)，且$n-3m=8$，则b的值是(　　)

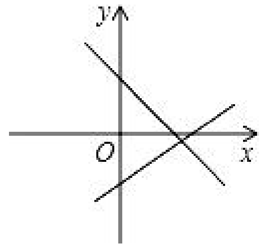
A．-4　　B．4　　C．-8　　D．8

8.（3分）在同一坐标系中，正比例函数$y=kx$与一次函数$y=x-k$的图象大致应为(　　)

A. 

B. 

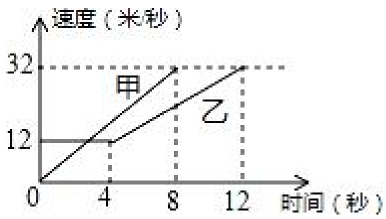
C. 

D. 

9．等腰三角形的周长为$10cm$，其中一边长为$2cm$，则该等腰三角形底边上的高为(　　)

A．$2\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{15}$　　D．$4\sqrt{2}$或$\sqrt{15}$

10．（3 分）如图是甲、乙两车在某时段速度随时间变化的图象，下列结论错误的是(　　)



A．乙前 4 秒行驶的路程为 48 米

B．在 0 到 8 秒内甲的速度每秒增加 4 米 / 秒

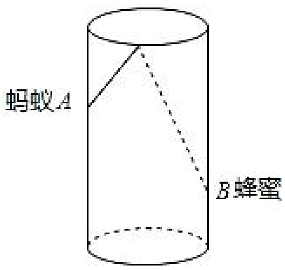
C．两车到第 3 秒时行驶的路程相等

D．在 4 至 8 秒内甲的速度都大于乙的速度

11．（3 分）已知直线$l_1: y=kx+b(k\neq 0)$与直线$l_{2:} y=k_1x-6(k_1<0)$在第三象限交于点M，若直线l_1与x轴的交点为$B(3,0)$，则k的取值范围是(　　)

A．$-2<k<2$　　B．$-2<k<0$　　C．$0<k<4$　　D．$0<k<2$

12．（3 分）如图，圆柱形容器高为$18cm$，底面周长为$24cm$，在杯内壁离杯底$4cm$的点B处有一滴蜂蜜，此时一只蚂蚁正好在杯外壁，离杯上沿$2cm$与蜂蜜相对的点A处，则蚂蚁从外壁A处到达内壁B处的最短距离为(　　)



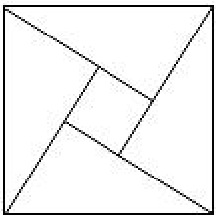
A．$13cm$　　B．$\sqrt{61}cm$　　C．$2\sqrt{61}cm$　　D．$20cm$

二、填空题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分）

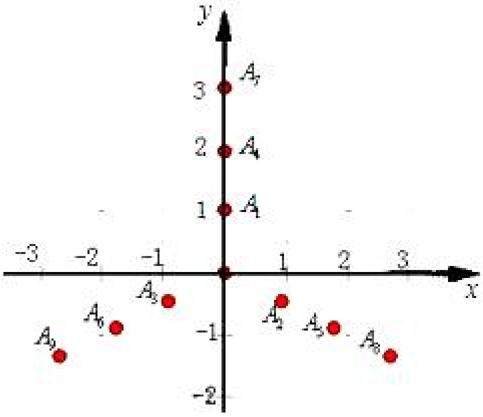
13．（3 分）比较大小：$4\sqrt{3}$ ______ $5\sqrt{2}$.

14．（3 分）已知 $y=(m+3)x^{m^2-8}+3$ 是一次函数，则 $m=$ ____.

15．（3 分）如图，是 2002 年 8 月北京第 24 届国际数学家大会会标，由 4 个全等的直角三角形拼合而成．如果图中大、小正方形的面积分别为 52 和 4，那么一个直角三角形的两直角边的和等于_____．



16．（3 分）如图，已知 $A_1(0,1)$，$A_2(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$，$A_3(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$，$A_4(0,2)$，$A_5(\sqrt{3},-1)$，$A_6(-\sqrt{3},-1)$，$A_7(0,3)$，$A_8(\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{3}{2})$，$A_9(-\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2})$…则点 A_{2010} 的坐标是_____.



三、解答题（7 题，共 52 分）

17．（8 分）计算：

（1）$(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{2}-1)^2$；

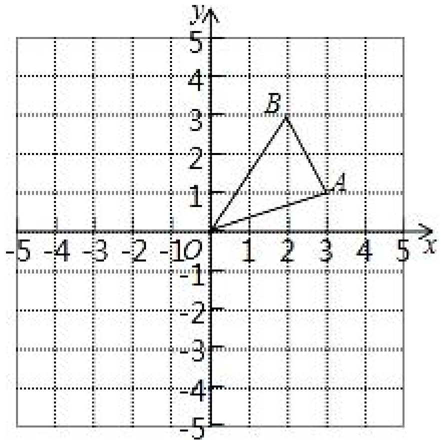
（2）$6\sqrt{\frac{1}{3}}+(2016-\sqrt{5})^0-\sqrt[3]{-8}-|1-\sqrt{3}|$.

18．（8 分）如图，直角坐标系中，在边长为 1 的正方形网格中，ΔAOB 的顶点均在格点上，点 A，B 的坐标分别是 $A(3,1)$，$B(2,3)$．

（1）请在图中画出 ΔAOB 关于 y 轴的对称△ $A'OB'$，点 A' 的坐标为_____，点 B' 的坐标为_____；

（2）请写出 A' 点关于 x 轴的对称点 A'' 的坐标为_____；

（3）求△ $A'OB'$ 的面积．



19．（6 分）已知 RtΔABC 的三边长分别为 a，b，c，且 a 和 b 满足 $\sqrt{a-3}+b^2-4b+4=0$．

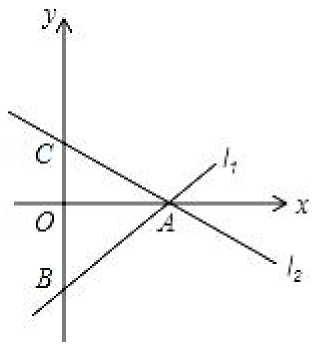
（1）求 a、b 的长；

（2）求 ΔABC 的面积．

20．（6 分）如图，两直线 $l_1: y=kx-2b+1$ 和 $l_2: y=(1-k)x+b-1$ 交于 x 轴上一点 A，与 y 轴分别交于点 B、C，若 A 的横坐标为 2，

（1）求这两条直线的解析式；

（2）求 ΔABC 的面积．



21．（8 分）甲、乙两家商场以同样价格出售相同的商品，在同一促销期间两家商场都让利酬宾，让利方式如下：甲商场所有商品都按原价的 8.5 折出售，乙商场只对一次购物中超过 200 元后的价格部分按原价的 7.5 折出售．某顾客打算在促销期间到这两家商场中的一家去购物，设该顾客在一次购物中的购物金额的原价为 $x(x>0)$ 元，让利后的购物金额为 y 元．

（1）分别就甲、乙两家商场写出 y 关于 x 的函数解析式；

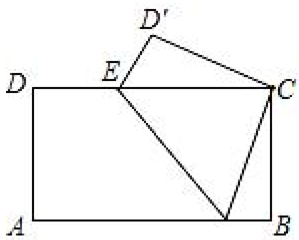
（2）该顾客应如何选择这两家商场去购物会更省钱？并说明理由．

22．（9 分）如图所示， 在矩形 $ABCD$ 中， $AB=CD=5$ ， $BC=AD=3$ ，

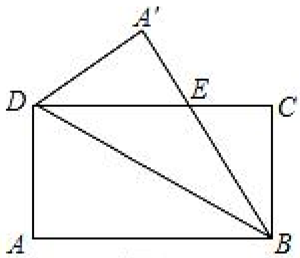
（1） 如图①，E 、F 分别为 CD 、AB 边上的点， 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折， 使点 A 与点 C 重合， 设 $CE=x$ ，则 $DE=$____（用 含 x 的代数式表示） ， $CD'=AD=3$ ，在 $Rt\triangle CD'E$ 中， 利用勾股定理列方程， 可求得 $CE=$____.

（2） 如图②， 将 ΔABD 沿 BD 翻折至 $\triangle A'BD$ ，若 $A'B$ 交 CD 于点 E ，求此时 CE 的长；

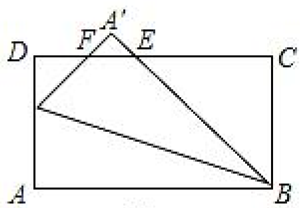
（3） 如图③，P 为 AD 边上的一点， 将 ΔABP 沿 BP 翻折至 $\triangle A'BP$ ， $A'B$ 、$A'P$ 分别交 CD 边于 E 、F ，且 $DF=A'F$ ，请直接写出此时 CE 的长 ．



图①



图②



图③

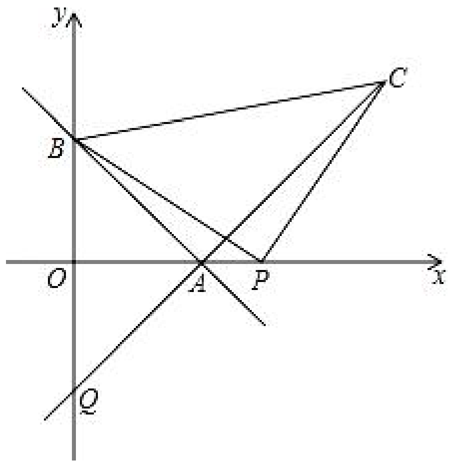
23．（7 分）已知，如图，一次函数 $y=kx+b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B ， A 点坐标为 $(3,0)$ ， $\angle OAB=45°$ ．

（1）求一次函数的表达式；

（2）点 P 是 x 轴正半轴上一点，以 P 为直角顶点，BP 为腰在第一象限内作等腰 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{BPC}$，连接 CA 并延长交 y 轴于点 Q.

①若点 P 的坐标为 $(4,0)$，求点 C 的坐标，并求出直线 AC 的函数表达式；

②当 P 点在 x 轴正半轴运动时，Q 点的位置是否发生变化？若不变，请求出它的坐标；如果变化，请求出它的变化范围.



2019-2020 学年广东省深圳市南山区第二外国语学校八年级(上)期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 12 小题，满分 36 分）

1.（3 分）下列实数中，是无理数的为(　　)

A．$\frac{13}{7}$　　B．$\sqrt[3]{8}$

C．3.1415　　D．$0.101001000l\ldots$

【解答】解：$A.\frac{13}{7}$是分数，属于有理数，故本选项不合题意；

$B.\sqrt[3]{8}=2$，是整数，属于有理数，故本选项不合题意；

$C.3.1415$是有限小数，属于有理数，故本选项不合题意；

$D.0.101001000l\ldots$是无理数，故本选项符合题意．

故选：D．

2.（3 分）下列计算正确的是(　　)

A．$\sqrt{3}\times\sqrt{2}=6$　　B．$\sqrt{12}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

【解答】解：A、原式$=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$，所以$A$选项错误；

B、原式$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$，所以$B$选项正确；

C、$\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$不能合并，所以C选项错误；

D、原式$=\sqrt{8\div2}=2$，所以D选项错误．

故选：B．

3.（3 分）下列各组数据中的三个数作为三角形的边长，其中能构成直角三角形的是(　　)

A．$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$　　B．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$　　C．6，7，8　　D．2，3，4

【解答】解：A、$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{4})^2\neq(\sqrt{5})^2$，不能构成直角三角形，故错误；

B、$1^2+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2$，能构成直角三角形，故正确；

C、$6^2+7^2\neq8^2$，不能构成直角三角形，故错误；

D、$2^2+3^2\neq4^2$，不能构成直角三角形，故错误．

故选：B.

4.（3 分）在平面直角坐标系中，点 B 的坐标是 $(4,-1)$，点 A 与点 B 关于 x 轴对称，则点 A 的坐标是 $($　　$)$

A．$(4,1)$　　B．$(-1,4)$　　C．$(-4,-1)$　　D．$(-1,-4)$

【解答】解：$\because$ 点 B 的坐标是 $(4,-1)$，点 A 与点 B 关于 x 轴对称，

$\therefore$ 点 A 的坐标是：$(4,1)$.

故选：A.

5.（3 分）对于函数 $y=3x-1$，下列说法正确的是 $($　　$)$

A．它与 y 轴的交点是 $(0,1)$　　B．y 值随着 x 值增大而减小

C．它的图象经过第二象限　　D．当 $x>\frac{1}{3}$ 时，$y>0$

【解答】解：$\because y=3x-1$，

$\therefore$ 当 $x=0$ 时，$y=-1$，故选项 A 错误，

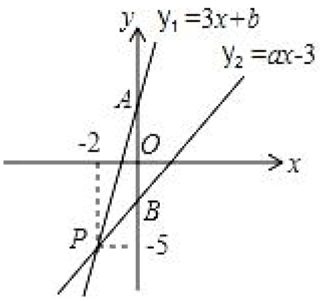
$k=3>0$，y 随 x 的增大而增大，故选项 B 错误，

$k=3$，$b=-1$，该函数的图象过第一、三、四象限，故选项 C 错误，

当 $x>\frac{1}{3}$ 时，$y>0$，故选项 D 正确，

故选：D.

6.（3 分）如图，已知函数 $y_1=3x+b$ 和 $y_2=ax-3$ 的图象交于点 $P(-2,-5)$，当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围 $($　　$)$



A．$x>-2$　　B．$x<-2$　　C．$x>-5$　　D．$x<-5$

【解答】解：当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围为 $x>-2$.

故选：A.

7.（3 分）直线 $y=3x+b$ 经过点 (m,n)，且 $n-3m=8$，则 b 的值是 $($　　$)$

A．-4　　B．4　　C．-8　　D．8

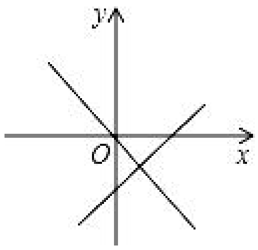
【解答】解：$\because$ 直线 $y=3x+b$ 经过点 (m,n)，

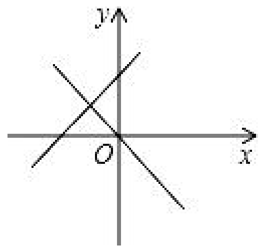
$\therefore n=3m+b$，

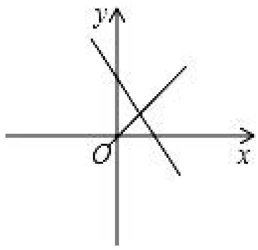
$\therefore b=n-3m=8$．

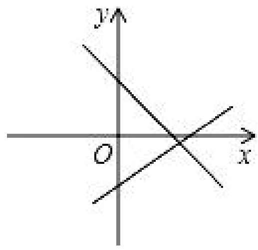
故选：D．

8．（3 分）在同一坐标系中，正比例函数 $y=kx$ 与一次函数 $y=x-k$ 的图象大致应为(　　)

A．

B．

C．

D．

【解答】解：根据图象知：

A、$k<0$，$-k<0$．解集没有公共部分，所以不可能；

B、$k<0$，$-k>0$．解集有公共部分，所以有可能；

C、$k>0$，$-k>0$．解集没有公共部分，所以不可能；

D、正比例函数的图象不对，所以不可能．

故选：B．

9．等腰三角形的周长为 $10cm$，其中一边长为 $2cm$，则该等腰三角形底边上的高为(　　)

A．$2\sqrt{2}$　　　B．$4\sqrt{2}$　　　C．$\sqrt{15}$　　　D．$4\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{15}$

【解答】解：分两种情况：

①当底边 bc 为 $2cm$ 时，如图所示：

$\because$ 等腰三角形的周长为 $10cm$，

$\therefore AB=AC=4cm$，

$\because AD$ 是高，

$\therefore BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=1cm$，$\angle ADB=90^{\circ}$，

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}(cm)$；

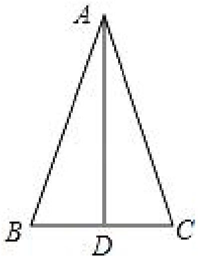
②当腰长 $AB=AC=2cm$ 时，底边 $BC=6cm$，

$\because 2+2<6$，

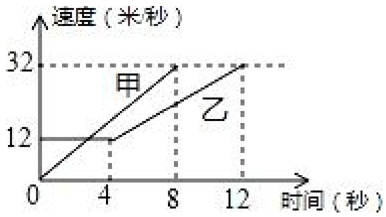
$\therefore$不能构成三角形；

综上所述：该等腰三角形底边上的高为$\sqrt{15}$；

故选：C．



10．（3 分）如图是甲、乙两车在某时段速度随时间变化的图象，下列结论错误的是(　　)



A．乙前 4 秒行驶的路程为 48 米

B．在 0 到 8 秒内甲的速度每秒增加 4 米/秒

C．两车到第 3 秒时行驶的路程相等

D．在 4 至 8 秒内甲的速度都大于乙的速度

【解答】解：A、根据图象可得，乙前 4 秒的速度不变，为 12 米/秒，则行驶的路程为$12\times 4=48$米，故A正确；

B、根据图象得：在 0 到 8 秒内甲的速度是一条过原点的直线，即甲的速度从 0 均匀增加到 32 米/秒，则每秒增加$\dfrac{32}{8}=4$米/秒，故B正确；

C、由于甲的图象是过原点的直线，斜率为 4，所以可得$v=4t$(v、t分别表示速度、时间)，将$v=12m/s$代入$v=4t$得$t=3s$，则$t=3s$前，甲的速度小于乙的速度，所以两车到第 3 秒时行驶的路程不相等，故C错误；

D、在 4 至 8 秒内甲的速度图象一直在乙的上方，所以甲的速度都大于乙的速度，故D正确；

由于该题选择错误的，

故选：C．

11．（3 分）已知直线$l_1: y=kx+b(k\neq 0)$与直线$l_{2:}y=k_1x-6(k_1<0)$在第三象限交于点M，

若直线 l_1 与 x 轴的交点为 $B(3,0)$，则 k 的取值范围是(　　)

A．$-2<k<2$　　B．$-2<k<0$　　C．$0<k<4$　　D．$0<k<2$

【解答】解：$\because$ 直线 l_1 与 x 轴的交点为 $B(3,0)$，

$\therefore 3k+b=0$，

$\therefore y=kx-3k$，

直线 $l_2: y=k_1x-6(k_1<0)$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,-6)$，

若直线 l_1 与 x 轴的交点为 $B(3,0)$，

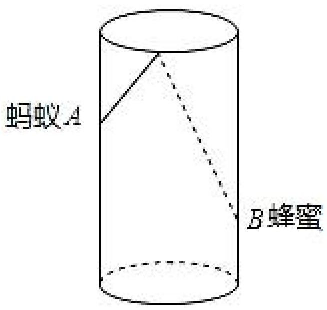
则 l_1 与 y 轴交点 $(0,-3k)$ 在原点和点 $(0,-6)$ 之间，

即：$-6<-3k<0$，

解得：$0<k<2$，

故选：D．

12．（3 分）如图，圆柱形容器高为 $18cm$，底面周长为 $24cm$，在杯内壁离杯底 $4cm$ 的点 B 处有一滴蜂蜜，此时一只蚂蚁正好在杯外壁，离杯上沿 $2cm$ 与蜂蜜相对的点 A 处，则蚂蚁从外壁 A 处到达内壁 B 处的最短距离为(　　)



A．$13cm$　　B．$\sqrt{61}cm$　　C．$2\sqrt{61}cm$　　D．$20cm$

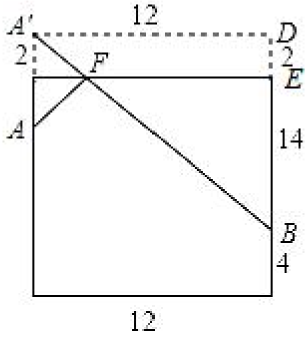
【解答】解：如图：

将杯子侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A'，

连接 $A'B$，则 $A'B$ 即为最短距离，

$A'B=\sqrt{A'D^2+BD^2}=\sqrt{12^2+16^2}=20(cm)$．

故选：D．



二、填空题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分）

13．（3 分）比较大小：$4\sqrt{3}$ __<__ $5\sqrt{2}$．

【解答】解：$\because 4\sqrt{3}=\sqrt{48}$，$5\sqrt{2}=\sqrt{50}$，$48<50$，

$\therefore 4\sqrt{3}<5\sqrt{2}$．

故答案为：$<$．

14．（3 分）已知 $y=(m+3)x^{m^2-8}+3$ 是一次函数，则 $m=$ __3__．

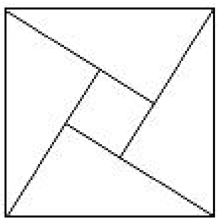
【解答】解：$\because y=(m+3)x^{m^2-8}+3$ 是一次函数，

$\therefore m+3\neq 0$ 且 $m^2-8=1$，

解得：$m=3$，

故答案为：3．

15．（3 分）如图，是 2002 年 8 月北京第 24 届国际数学家大会会标，由 4 个全等的直角三角形拼合而成．如果图中大、小正方形的面积分别为 52 和 4，那么一个直角三角形的两直角边的和等于__10__．



【解答】解：设设三角形的两直角边分别为 x，y，

则 $\begin{cases} x^2+y^2=52\ldots① \\ (x-y)^2=4\ldots② \end{cases}$，

由②得 $x^2+y^2-2xy=4\ldots③$，

①$-$③得 $2xy=48$

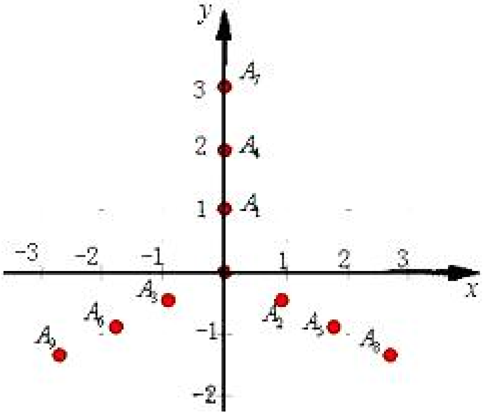
则 $(x+y)2=x2+y2+2xy=52+48=100$ ，

$x+y=\sqrt{100}=10$.

故答案是：10．

16．(3 分)如图，已知 $A_1(0,1)$ ，$A_2(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$ ，$A_3(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$ ，$A_4(0,2)$ ，$A_5(\sqrt{3},-1)$ ，$A_6(-\sqrt{3},-1)$ ，

$A_7(0,3)$ ， $A_8(\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ， $-\frac{3}{2})$ ， $A_9(-\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2})\ldots$ 则点 A_{2010} 的坐标是__ $(-335\sqrt{3},-335)$ __.



【解答】解：根据所给出的这 9 个点的坐标，可以发现规律： A_1、 A_4、 $A_7\ldots$ 横坐标为 0，纵坐标大 1； A_2、 A_5、 $A_8\ldots$ 横纵坐标依次扩大为原来的 2 倍，3 倍，…； A_3、 A_6、 $A_9\ldots$ 横纵坐标依次扩大为原来的 2 倍，3 倍， …；

$\because$ 2010 是 3 的倍数，

$\therefore$ 点 A_{2010} 的坐标符合 A_3、 A_6、 $A_9\ldots$ 的变化规律，

$\because$ 2010 是 3 的 670 倍，

$\therefore$ 点 A_{2010} 的坐标应是横纵坐标依次扩大为 A_3 的 670 倍，

则点 A_{2010} 的坐标是 $(-335\sqrt{3},-335)$.

故答案为： $(-335\sqrt{3},-335)$.

三、解答题（7 题，共 52 分）

17．（8 分）计算：

（1） $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{2}-1)^2$ ；

（2） $6\sqrt{\frac{1}{3}}+(2016-\sqrt{5})^0-\sqrt[3]{-8}-|1-\sqrt{3}|$.

【解答】解：（1）原式 $=2-1-8+4\sqrt{2}-1=4\sqrt{2}-8$ ；

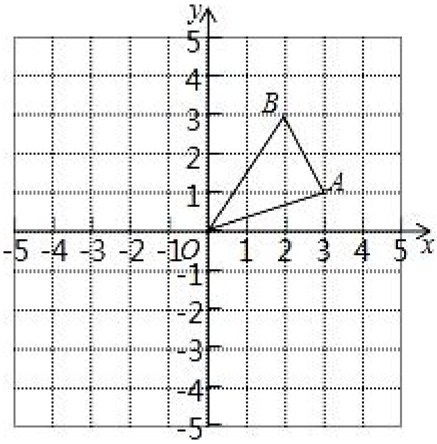
（2）原式$=2\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}+1=\sqrt{3}+4$.

18.（8 分）如图，直角坐标系中，在边长为 1 的正方形网格中，ΔAOB 的顶点均在格点上，点 A ，B 的坐标分别是 $A(3,1)$ ，$B(2,3)$.

（1）请在图中画出 ΔAOB 关于 y 轴的对称△ $A'OB'$ ，点 A' 的坐标为__$(-3,1)$__，点 B' 的坐标为______；

（2）请写出 A' 点关于 x 轴的对称点 A'' 的坐标为______；

（3）求△ $A'OB'$ 的面积.



【解答】解：（1）△ $A'O\ \ B'$ 如图所示；点 $A'(-3,1)$ ，$B'(-2,3)$ ；

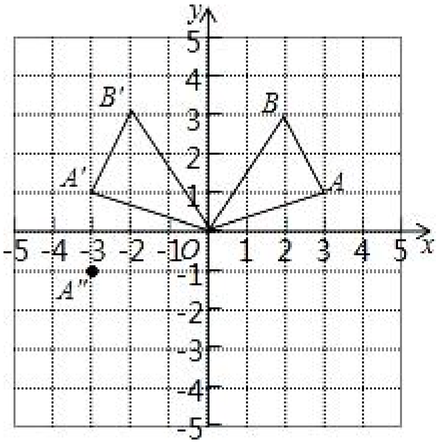
（2）$A''(-3,-1)$ ；

（3）$S_{\triangle A'OB'}=3\times3-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times3\times2$ ，

$=9-1-\frac{3}{2}-3$ ，

$=\frac{7}{2}$.

故答案为：（1）$(-3,1)$ ，$(-2,3)$ ；（2）$(-3,-1)$.



19．（6 分）已知 RtΔABC 的三边长分别为a，b，c，且a和b满足$\sqrt{a-3}+b^2-4b+4=0$．

（1）求a、b的长；

（2）求ΔABC的面积．

【解答】解：（1）$\sqrt{a-3}+b^2-4b+4=0$，

配方得，$\sqrt{a-3}+(b-2)^2=0$，

所以，$a-3=0$，$b-2=0$，

解得$a=3$，$b=2$；

（2）$a=3$是直角边时，2 是直角边，ΔABC的面积$=\frac{1}{2}\times3\times2=3$，

$a=3$是斜边时，另一直角边$=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

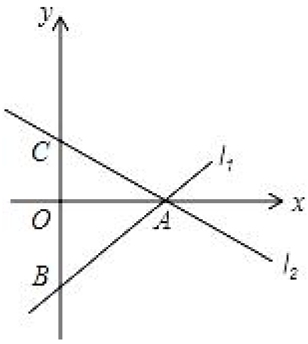
ΔABC的面积$=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times2=\sqrt{5}$，

综上所述，ΔABC的面积为 3 或$\sqrt{5}$．

20．（6 分）如图，两直线$l_1:y=kx-2b+1$和$l_2:y=(1-k)x+b-1$交于x轴上一点A，与y轴分别交于点B、C，若A的横坐标为 2，

（1）求这两条直线的解析式；

（2）求ΔABC的面积．



【解答】解：（1）把$A(2,0)$分别代入$y=kx-2b+1$和$y=(1-k)x+b-1$得$\begin{cases}2k-2b+1=0\\2(1-k)+b-1=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=\frac{3}{2}\\b=2\end{cases}$，

所以直线l_1的解析式为$y=\frac{3}{2}x-3$，直线l_2的解析式为$y=-\frac{1}{2}x+1$；

（2）当 $x=0$ 时，$y=\frac{3}{2}x-3=-3$，则 B 点坐标为 $(0,-3)$；当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{2}x+1=1$，则 C 点坐标为 $(0,1)$，

所以 ΔABC 的面积 $=\frac{1}{2}\times(1+3)\times 2=4$．

21．（8 分）甲、乙两家商场以同样价格出售相同的商品，在同一促销期间两家商场都让利酬宾，让利方式如下：甲商场所有商品都按原价的 8.5 折出售，乙商场只对一次购物中超过 200 元后的价格部分按原价的 7.5 折出售．某顾客打算在促销期间到这两家商场中的一家去购物，设该顾客在一次购物中的购物金额的原价为 $x(x>0)$ 元，让利后的购物金额为 y 元．

（1）分别就甲、乙两家商场写出 y 关于 x 的函数解析式；

（2）该顾客应如何选择这两家商场去购物会更省钱？并说明理由．

【解答】解；（1）甲商场写出 y 关于 x 的函数解析式 $y_1=0.85x$，

乙商场写出 y 关于 x 的函数解析式 $y_2=200+(x-200)\times 0.75=0.75x+50\quad(x>200)$，

$y_2=x\quad(0\leqslant x\leqslant 200)$；

（2）由 $y_1>y_2$，得 $0.85x>0.75x+50$，

$x>500$，

当 $x>500$ 时，到乙商场购物会更省钱；

由 $y_1=y_2$ 得 $0.85x=0.75x+50$，

$x=500$ 时，到两家商场去购物花费一样；

由 $y_1<y_2$，得 $0.85x<0.75x+500$，

$x<500$，

当 $x<500$ 时，到甲商场购物会更省钱；

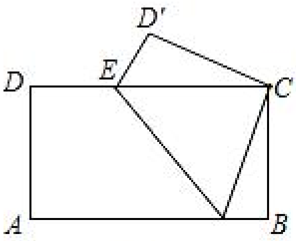
综上所述：$x>500$ 时，到乙商场购物会更省钱，$x=500$ 时，到两家商场去购物花费一样，当 $x<500$ 时，到甲商场购物会更省钱．

22．（9 分）如图所示， 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=CD=5$，$BC=AD=3$，

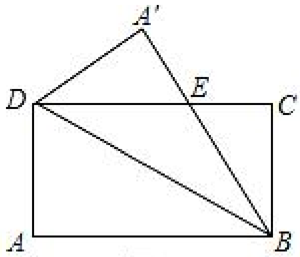
（1） 如图①，E、F 分别为 CD、AB 边上的点， 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折， 使点 A 与点 C 重合，设 $CE=x$，则 $DE=$__$5-x$__（用 含 x 的代数式表示），$CD'=AD=3$，在 $Rt\triangle CD'E$ 中， 利用勾股定理列方程， 可求得 $CE=$____．

（2） 如图②， 将ΔABD沿BD翻折至$\triangle A'BD$，若$A'B$交CD于点E，求此时CE的长；

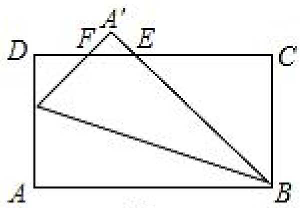
（3） 如图③，P为AD边上的一点， 将ΔABP沿BP翻折至$\triangle A'BP$，$A'B$、$A'P$分别交CD边于E、F，且$DF=A'F$，请直接写出此时CE的长 .



图①

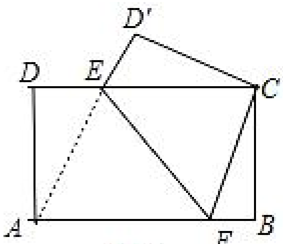


图②



图③

【解答】解： （1） 如图①中， 连接AE .



图①

根据对称性可知$AE=EC$，设$AE=EC=x$，则$DE=D'E=5-x$，

在$\text{Rt}\Delta \text{CED}'$中，$\because ED'^2+CD'^2=CE^2$，

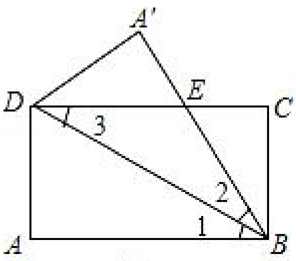
$\therefore 3^2+(5-x)^2=x^2$，

解得$x=\dfrac{17}{5}$，

$\therefore DE=\dfrac{8}{5}$， $CE=\dfrac{17}{5}$，

故答案为$5-x$，$\dfrac{17}{5}$.

（2） 如图②中，



图②

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore AB//CD$，

$\therefore \angle 1=\angle 3$，

$\because \angle 1=\angle 2$，

$\therefore \angle 2=\angle 3$，

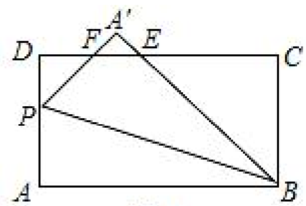
$\therefore DE=EB$，设 $DE=EB=y$，

在RtΔBEC中，$y^2=3^2+(5-y)^2$，

解得 $y=\dfrac{17}{5}$，

$\therefore CE=5-\dfrac{17}{5}=\dfrac{8}{5}$．

（3） 如图③中， 设 $PA=PA'=m$．



图③

$\because \angle D=\angle A'=90^\circ$，$DF=FA'$，$\angle DFP=\angle A'FE$，

$\therefore \Delta DFP\cong\triangle A'FE$，

$\therefore DP=A'E=3-m$，$PF=EF$，

$\because DF=FA'$，

$\therefore DE=PA'=m$，$EC=5-m$，$BE=5-(3-m)=2+m$，

在RtΔECB中，$(2+m)^2=3^2+(5-m)^2$，

解得 $m=\dfrac{15}{7}$，

$\therefore CE=5-\dfrac{15}{7}=\dfrac{20}{7}$．

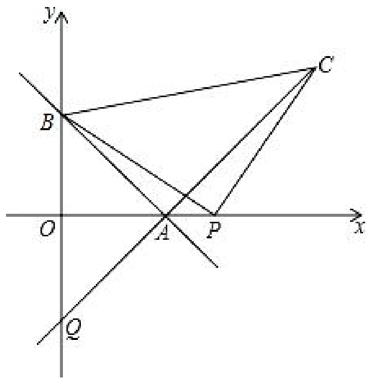
23．（7分）已知，如图，一次函数 $y=kx+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A 和点 B，A 点坐标为 $(3,0)$，$\angle OAB=45^\circ$．

（1）求一次函数的表达式；

（2）点 P 是 x 轴正半轴上一点，以 P 为直角顶点，BP 为腰在第一象限内作等腰RtΔBPC，连接 CA 并延长交 y 轴于点 Q．

①若点 P 的坐标为 $(4,0)$，求点 C 的坐标，并求出直线 AC 的函数表达式；

②当 P 点在 x 轴正半轴运动时，Q 点的位置是否发生变化？若不变，请求出它的坐标；如果变化，请求出它的变化范围．



【解答】解：（1）$\because \angle AOB=90^{\circ}$， $\angle OAB=45^{\circ}$

$\therefore \angle OBA=\angle OAB=45^{\circ}$，

$\therefore OA=OB$，

$\because A(3,0)$，

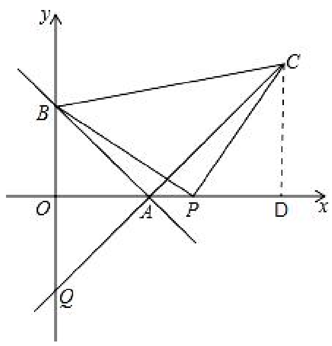
$\therefore B(0,3)$，

$\therefore \begin{cases}3k+b=0\\ b=3\end{cases}$，

解得 $k=-1$．

$\therefore y=-x+3$，

（2）①如图，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为 D，



$\because \angle BPO+\angle CPD=\angle PCD+\angle CPD=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BPO=\angle PCD$，

在 ΔBOP 和 ΔPDC 中，

$$\begin{cases}\angle BOP=\angle PDC\\ \angle BPO=\angle PCD\\ BP=PC\end{cases}，$$

$\therefore \Delta BOP \cong \Delta PDC(AAS)$.

$\therefore PD = BO = 3$， $CD = PO$，

$\because P(4,0)$，

$\therefore CD = PO = 4$，则 $OD = 3 + 4 = 7$，

$\therefore$ 点 $C(7,4)$，

设直线 AC 的函数关系式为 $y = k_1x + b_1$，

则 $\begin{cases} 3k_1 + b_1 = 0 \\ 7k_1 + b_1 = 4 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases}$.

$\therefore$ 直线 AC 的函数关系式为 $y = x - 3$；

②点 Q 的位置不发生变化.

由①知 $\Delta BOP \cong \Delta PDC$， 当点 P 在 x 轴正半轴运动时，仍有 $\Delta BOP \cong \Delta PDC$，

$\therefore PD = BO$， $CD = PO$，

$\therefore PO + PD = CD + OB$，即 $OA + AD = OB + CD$，

又 $\because OA = OB$，

$\therefore AD = CD$，

$\therefore \angle CAD = 45^\circ$，

$\therefore \angle CAD = \angle QAO = 45^\circ$，

$\therefore OQ = OA = 3$，

即点 Q 的坐标为 $(0, -3)$.