

开州区西街初中 2020 级九年级（上）中期阶段测试

数 学 试 题

（全卷共四个大题，满分 150 分，考试时间 120 分钟，命题：杨兴周，审题： ）

参考公式：抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ ，对称轴公式为 $x = -\frac{b}{2a}$ 。

一、选择题：（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请将答题卡上对应题目的正确答案标号涂黑。

1、下列实数 -2 、 0 、 $\sqrt{9}$ 、 π 中，是无理数的是（ ）

A、 -2 B、 0 C、 $\sqrt{9}$ D、 π

2、下列各个选项中，一定是一元二次方程的是（ ）

A、 $x^2 = 0$ B、 $2x^2 + y - 1 = 0$ C、 $ax^2 + bx + c = 0$ D、 $x^2 + \frac{1}{x} = 0$

3、一元二次方程 $x^2 - 6x - 6 = 0$ 配方后的方程为（ ）

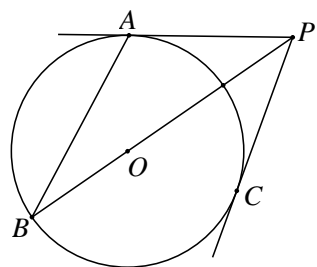
A、 $x - 3^2 = 15$ B、 $x - 3^2 = 3$ C、 $x + 3^2 = 15$ D、 $x + 3^2 = 3$

4、估计 $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{20}$ 的运算结果应在（ ）

A、6 到 7 之间 B、7 到 8 之间 C、8 到 9 之间 D、9 到 10 之间

5、如图， PA 、 PC 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A 、 C ， PO 的延长线交 $\odot O$ 于点 B ，若 $\angle APC = 80^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为（ ）

A、 40° B、 50° C、 30° D、 25°



6、下列命题中，真命题是（ ）

A、对角线相等的平行四边形是菱形

B、有一组邻边相等的四边形是菱形

C、对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D、四个角相等的四边形是菱形

7、将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，得到的抛物线的函数表达式

为（ ）

A、 $y = x + 2^2 - 3$ B、 $y = x + 2^2 + 3$ C、 $y = x - 2^2 + 3$ D、 $y = x - 2^2 - 3$

8、关于 x 的方程 $(k - 3)x^2 - 4x + 2 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是（ ）

A、 $k \leq 5$

B、 $k < 5$ 且 $k \neq 3$

C、 $k \leq 5$ 且 $k \neq 3$

D、 $k \geq 5$ 且 $k \neq 3$

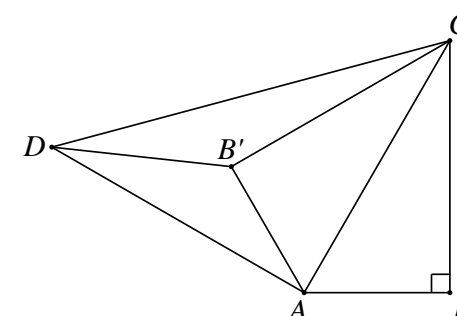
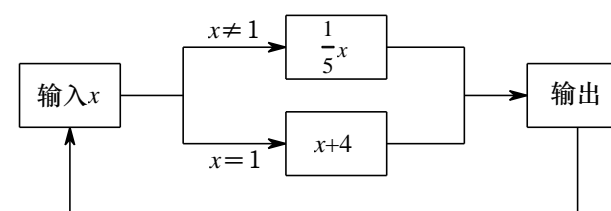
9、如图是一个运算程序的示意图，若开始输入 x 的值为 625，则第 2019 次输出的结果为（ ）

A、125

B、25

C、5

D、1



10、二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，对称轴为 $x = 1$ 。给出下列结论，① $abc > 0$ ，② $b^2 > 4ac$ ，③ $4a + 2b + c > 0$ ，④ $3a + c > 0$ 其中正确的结论有（ ）

A、1 个

B、2 个

C、3 个

D、4 个

11、如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - 4 > 3(x - 2) \\ \frac{x - m}{3} < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < 1$ ，且关于 y 的分式方程 $\frac{y + 2}{y - 1} + \frac{m}{1 - y} = 3$ 有

非负整数解，则符合条件的整数 m 的所有值的和是（ ）

A、5

B、6

C、8

D、9

12、如图，将一幅直角三角板按图中的位置放置， $\angle B = \angle DAC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折得到 $\triangle AB'C$ ，连接 DB' ，若 $AB = 3$ ，则 B' 到 CD 的距离为（ ）

A、 $3\sqrt{2} - \sqrt{6}$

B、 $\frac{9\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{4}$

C、 $\frac{3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{4}$

D、 $3 - \sqrt{3}$

二、填空题：（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将每小题的答案直接填在答题卡（卷）中对应的横线上。

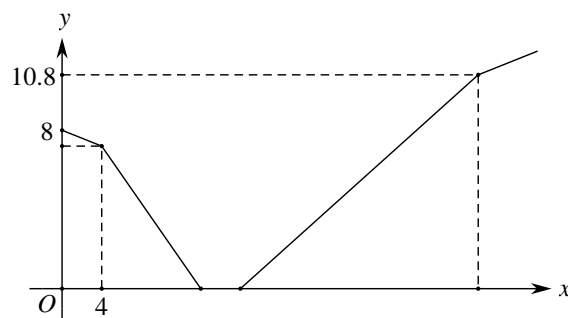
13、计算： $-1^0 + \sqrt{16} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} =$ _____。

14、抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点为 $(1, 2)$ ，则抛物线与 y 轴的交点坐标为_____。

15、若点 $A(2a + 3, 4 - 5a)$ 关于原点中心对称的点在第二象限，则 a 的取值范围是_____。

16、如图，将半径为 4，圆心角为 90° 的扇形 BAC 绕 A 点逆时针旋转 60° ，点 B 、 C 的对应点分别为

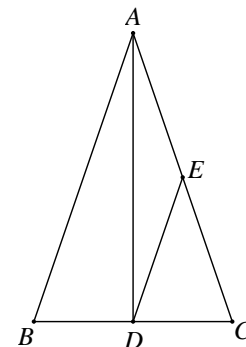
The diagram shows a quarter-circle sector ABC with center B . The vertices are A (top-left), B (bottom-left), and C (bottom-right). A point D is located on the arc AC . A line segment AD is drawn. A second quarter-circle sector ADE is constructed with center A and radius AD . The region bounded by the arc AC of the first sector, the line segment AD , and the arc DE of the second sector is shaded gray.



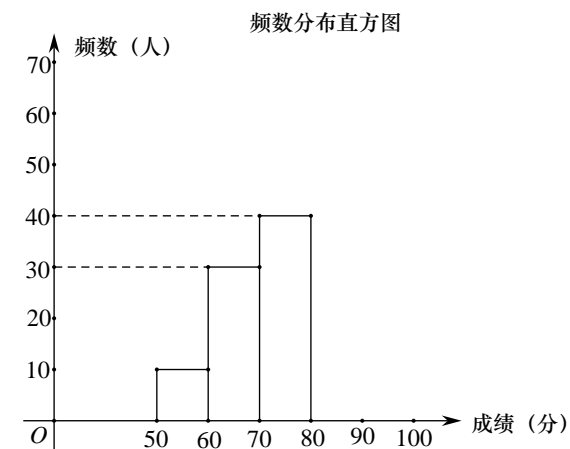
18、2019 年 9 月 13 日，西街初级中学隆重举行了“让梦想和着书香起航” 开学典礼暨表彰大会，表彰大会上共有 2000 多位同学和 80 多位老师受到表彰，其中教师表彰分为一等奖、二等奖、三等奖，原计划一、二、三等奖奖励的人数之比为 1:3:8，后经校长办公会研究决定，在该项奖励总奖金不变的情况下；各等级获奖人数调整为 1:2:4，调整后一等奖奖金下调 50 元，二等奖奖金下调 30 元，三等奖奖金下调 20 元，调整前二等奖比三等奖奖金多 50 元。则调整后一等奖每人奖金比二等奖每人奖金多_____元.

19、(1) 解方程: $x - 2x + 1 = 8x - 3$ (2) 计算: $\left(x + 2 - \frac{5}{x-2}\right) \div \frac{x^2 - 6x + 9}{x-2}$

(2) 求证: $AE=DE$.



| 成绩 x (分) 分数段 | 频数 (人) | 频率 |
|-------------------|--------|------|
| $50 \leq x < 60$ | 10 | 0.05 |
| $60 \leq x < 70$ | 30 | 0.15 |
| $70 \leq x < 80$ | 40 | 0.2 |
| $80 \leq x < 90$ | m | 0.35 |
| $90 \leq x < 100$ | 50 | n |



(4) 若成绩在 90 分以上(包括 90 分)为“优”等, 请你估计该校参加本次比赛的 2000 名学生中成绩是“优”等的约有多少人.

22、在学习了函数的图像和性质后，聪明好学的牛牛发现要研究函数的性质，一般都需要经过列表、描点、连线，画出函数图像，然后根据函数图像得出函数的性质。于是，牛牛开始探究函数 $y = |x+a|+b$ 的图像和性质，牛牛遵循特殊到一般的研究方法，首先取当 $a=0, b=0$ 时，即函数 $y = |x|$ ，经过分析函数解析式、列表、描点、连线过程，得到如下图所示的函数图像；再经过同样的过程画出函数 $y = |x|+1$ 、 $y = |x+1|-2$ 和 $y = |x-1|-2$ 的函数图像均如图所示。

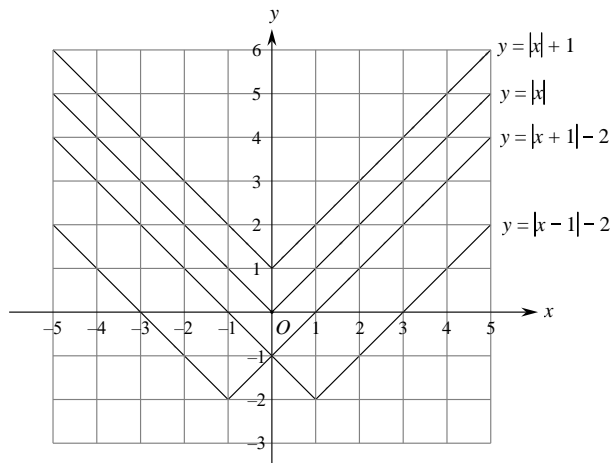
| | | | | | | | | | |
|-----|-------|----|----|----|---|---|---|---|-------|
| x | | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| y | | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | |

(1) 观察发现：牛牛发现几个函数图像都是由两条射线组成的形状完全相同“V”字形图像，函数图像的最低点和对称轴都发生了变化，其函数值 y 与自变量 x 的变化关系也存在一定的规律，请仔细观察函数图像，并写出函数 $y = |x-1|-2$ 的顶点是_____；对称轴为_____；

$y = |x+a|+b$ 的顶点坐标是_____；对称轴为_____；

(2) 探索思考：牛牛观察发现，其余的函数图像都可以看成函数 $y = |x|$ 的图像平移得到，请试着在原坐标系中作出函数 $y = |x-1|+1$ 的图像，并写出平移方向和距离；

(3) 拓展应用：在 (2) 的条件下，若函数 $y = kx+2k$ 与 (2) 中函数 $y = |x-1|+1$ 只有一个公共点，则 k 的取值范围是_____。



23、若一个四位正整数 m 的中间两位数都是 6，则称该数是“顺数”，若将这个四位正整数首位和末位的数字交换后得到一个新的四位数 n ，则例如： $m=7668, n=8667$ ，则称 n 为 m 的“伴数”。

(1) 试猜想任意一个“顺数”与它的“伴数”之和是否是 11 的倍数，并说明理由；

(2) 若“顺数” m 的“伴数” n ，记 $F(m) = \frac{m+n}{11}$ ，若 $F(m)$ 是 9 的倍数，求满足条件的 m 的个数。

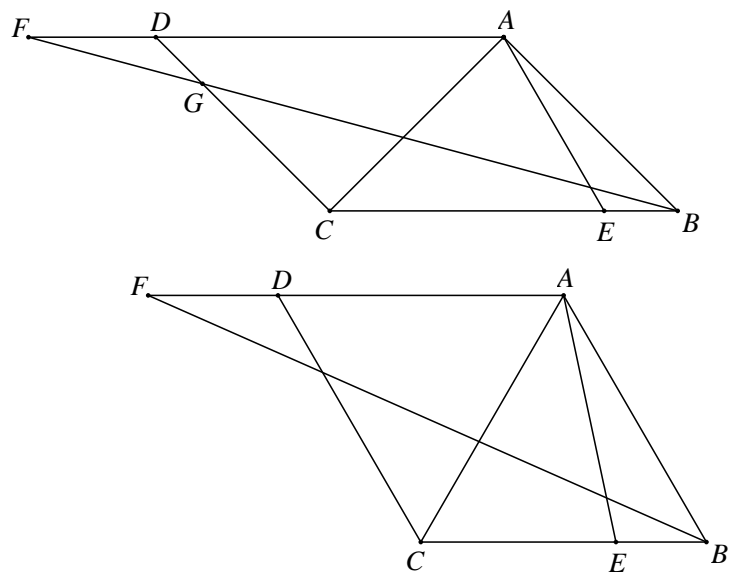
24、今年下半年以来，猪肉价格不断走高，引起民众与政府的高度关注，当市场猪肉的平均价格每千克达到一定的单价时，政府将投入储备猪肉以平抑猪肉价格。

(1) 从今年年初至 10 月 25 日，猪肉价格不断走高，10 月 25 日比年初价格上涨了 60%，某市民在今年 10 月 25 日购买 2.5 千克猪肉至少要花 200 元钱，那么今年年初猪肉的最低价格为每千克多少元？

(2) 10 月 25 日，猪肉价格为每千克 80 元，为了维持市场稳定，切实保障人民的生活水平。某市决定从 10 月 26 日起投入储备猪肉并规定其销售价在每千克 80 元的基础上下调 $a\%$ 出售，某超市按规定价出售一批储备猪肉，该超市在非储备猪肉的价格仍为每千克 80 元的情况下，该天的两种猪肉总销量比 10 月 20 日增加了 $a\%$ ，且储备猪肉的销量占总销量的 $\frac{3}{4}$ ，两种猪肉销售的总金额比 10 月

20 日提高了 $\frac{1}{10}a\%$ ，求 a 得值。

- 25、已知：□ABCD 中，对角线 AC=AB，点 E 为边 BC 上一点，点 F 为 AD 延长线上一点，连接 AE、BF，∠ABF=2∠EAB。
- (1) 如图 1，若 ∠ACB=3∠EAB=45°，AB=4，BF 交 DC 于 G 点，求 DG 的长；
- (2) 如图 2，若 BC=AB，求证：CE+AF=BF。



四、解答题：（本大题共 1 个 大题，共 8 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤。画出必要的图形（包括辅助线），请把答案写在答题卡上对应的位置上。

- 26、如图 1，二次函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A、B（点 A 在点 B 的左侧）两点，与 y 轴交于点 C，连接 BC，过点 A 作 BC 的平行线分别交 y 轴、抛物线于点 D、E。

(1) 如图 1，P 为直线 AD 下方抛物线上的动点，M、N 分别为直线 BC、AD 上的动点， $MN \perp AD$ ，当 $\triangle PAE$ 面积最大时，求 $PM + MN + \frac{1}{2}DN$ 的最小值；

(2) 如图 2，过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F，连接 AC，将 $\triangle ACO$ 沿直线 AD 平移，记平移过程中的 $\triangle ACO$ 为 $\triangle A'C'O'$ ，作 C' 关于直线 AD 的对称点 C'' ，直线 $C'C''$ 交 x 轴于点 G，在平移过程中是否存在 $\triangle FGC''$ 是等腰三角形，若存在，求出 OG 的长；若不存在，请说明理由。

