

# 数学试卷

(满分 150 分, 120 分钟完成)

命题人	命题团队	得分	
审题人	命题团队		

一、选择题: (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1.  $-\frac{2}{3}$  的相反数是 ( )

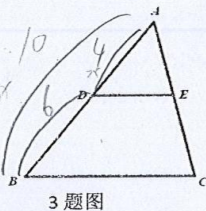
- A.  $-\frac{2}{3}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $-\frac{3}{2}$  D.  $\frac{3}{2}$

2. 抛物线  $y = 3(x-2)^2 + 1$  的顶点坐标是 ( )

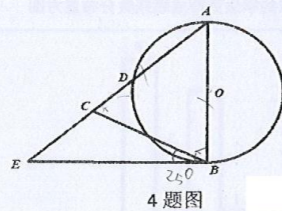
- A. (2, 1) B. (-2, 1) C. (2, -1) D. (-2, -1)

3. 如图,  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ , 若  $DE:BC = 2:5$ , 且  $AD = 4$ , 则  $AB$  的长为 ( )

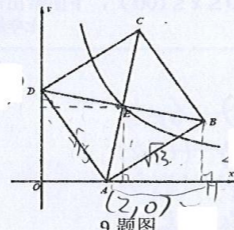
- A. 12 B. 10 C. 8 D. 6



3 题图



4 题图



9 题图

4. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $BE$  是  $\odot O$  的切线, 连接  $AE$  交  $\odot O$  于点  $D$ ,  $AC = AB$ , 连接  $BC$ . 若  $\angle CBE = 25^\circ$ , 则  $\angle ACB$  的度数为 ( )

- A.  $65^\circ$  B.  $50^\circ$  C.  $45^\circ$  D.  $30^\circ$

5. 下列说法不正确的是 ( )

- A. 四边都相等的四边形是菱形 B. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形  
C. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形 D. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形

6. 估计  $\sqrt{\frac{1}{5}} \times (3\sqrt{5} + 2\sqrt{15})$  的值应在 ( )

- A. 5 和 6 之间 B. 6 和 7 之间 C. 7 和 8 之间 D. 8 和 9 之间

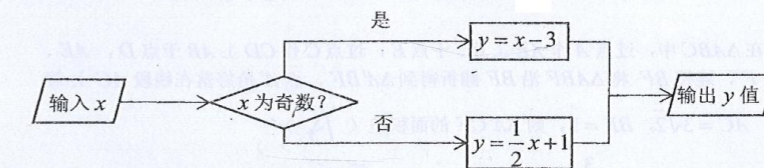
7. 《九章算术》中有这样一题, 今有上禾七秉, 损实一斗, 益之下禾二秉, 而实一十斗; 下禾八秉, 益实一斗与上禾二秉, 而实一十斗. 问上、下禾实一秉各几何? 其意思是: 今有上禾 7 捆, 损失谷 1 斗, 加上下禾 2 捆, 一共有谷 10 斗; 下禾 8 捆, 加上谷 1 斗和上禾 2

捆, 一共有谷 10 斗. 问上禾、下禾 1 捆能打谷几斗? 设上禾每捆打谷  $x$  斗, 下禾每捆打谷  $y$  斗, 则可建立方程组为 ( )

A.  $\begin{cases} (7x+1)-2y=10 \\ 2x+(8y+1)=10 \end{cases}$  B.  $\begin{cases} (7x-1)+2y=10 \\ 2x+(8y-1)=10 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} (7x-1)+2y=10 \\ 2x+(8y+1)=10 \end{cases}$  D.  $\begin{cases} (7x+1)-2y=10 \\ 2x+(8y-1)=10 \end{cases}$

8. 按如图所示的运算程序, 能使输出的  $y$  值为 3 的是 ( )



- A.  $x = 3$  B.  $x = 4$  C.  $x = 5$  D.  $x = 6$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形  $ABCD$  中, 顶点  $A(2, 0)$ 、 $D(0, 3)$ , 对角线  $AC$ 、 $BD$

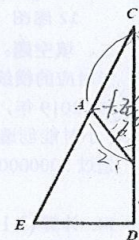
交于点  $E$ , 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象经过点  $E$ , 则  $k$  的值为 ( )

- A.  $8\sqrt{2}$  B. 8 C.  $6\sqrt{2}$  D.  $\frac{25}{4}$

10. 第七届世界军人运动会于 2019 年 10 月 27 日在武汉成功落下帷幕, 中国军人代表团凭借顽强的作风, 斩获 133 金 64 银 42 铜, 共计 239 枚奖牌, 以绝对实力首次问鼎军运会金牌榜与奖牌榜头名, 捍卫东道主荣誉. 如图一是《第七届世界军人运动会》纪念邮票之一《海军五项·航海技术》, 画面背景为海军五项比赛场地. 若在某一时刻, 如图二所示, 已知旗杆  $CD$  长 6 米, 运动员身高  $AB = 2$  米, 当运动员到达离地面 2 米的  $B$  处, 即  $BD = 2$ , 此时身体呈伸直状态, 且  $\angle ABC = 37^\circ$ , 求此时运动员头顶  $A$  与旗杆顶点  $C$  的距离  $AC$  的长度 ( )



图一



图二

(结果保留一位小数, 参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ,

$\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.24$ )

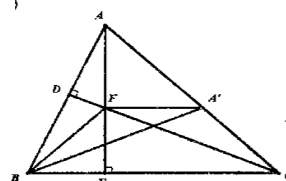
- A. 3.1 B. 2.8 C. 2.7 D. 2.6

11. 若数  $a$  使关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{3x-4}{2} \geq x-1 \\ 3x-\frac{a}{2} < 2(x+3) \end{cases}$  至少有三个整数解, 且使关于  $y$  的分式方程  $\frac{3-y}{y-1} - \frac{a}{1-y} = -2$  的解为非负数, 则满足条件的整数  $a$  的值有 ( ) 个.

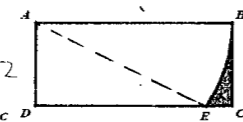
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

12. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 过点  $A$  作  $AE \perp BC$  于点  $E$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $AE$ 、 $CD$  交于点  $F$ , 连接  $BF$  将  $\triangle ABF$  沿  $BF$  翻折得到  $\triangle A'BF$ , 点  $A'$  恰好落在线段  $AC$  上. 若  $AE = EC$ ,  $AC = 3\sqrt{2}$ ,  $BE = 1$ , 则  $\triangle A'CF$  的面积是 ( )

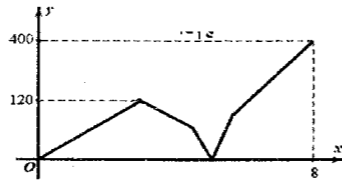
A.  $2\sqrt{2}$  B.  $\frac{3}{2}$  C.  $\sqrt{2}$  D. 1



12 题图



16 题图



17 题图

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡对应的横线上.

13. 2019 年, 新中国成立 70 周年, 70 年沧桑巨变, 有一种奇迹, 叫“中国速度”. 今日之中国, 1 小时能创造超百亿元国内生产总值, 1 小时能处理约 600 万件快递, 1 小时往来货物贸易超过 5000000000 美元……将 5000000000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

14. 计算  $(3.14 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ \_\_\_\_\_.

15. 一枚质地均匀的骰子, 六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 连续掷两次骰子, 向上的一面点数之和不超过 5 的概率是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ , 以点  $A$  为圆心,  $AB$  为半径画圆, 交  $DC$  于点  $E$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_ (结果保留  $\pi$ ).

17. 一条笔直的公路上顺次有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三地, 小明驾车从  $B$  地出发匀速行驶前往  $A$  地, 到达  $A$  地后停止, 在小明出发的同时, 小李驾车从  $B$  地出发匀速行驶前往  $A$  地, 到达  $A$  地停留 2 小时后, 调头按原速向  $C$  地行驶, 若  $AB$  两地相距 200 千米, 在行驶的过程中, 两人之间的距离  $y$  (千米) 与小李驾驶时间  $x$  (小时) 之间的函数图象如图所示, 则在他们出发后经过\_\_\_\_\_小时相遇.

18. 某校七年级的新生男女同学的比例为 8:7, 一年后收转学生 40 名, 男女同学的比例变为 17:15. 到九年级时, 原校有转学走的, 又有新转学来的, 统计知净增人数 10 名, 此时男女同学的比例变为 7:6. 问: 该校在八年级时, 男同学有\_\_\_\_\_名. (注: 该校七年级新生人数不超过 1000 人)

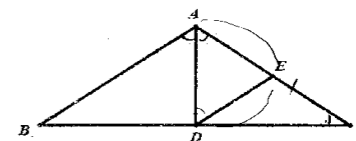
三、解答题: (本大题共 8 个小题, 19—25 每题 10 分, 26 题 8 分, 共 78 分) 解答时每小题都必须写出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

19. (10 分) 计算: (1)  $(a-2b)^2 - a(a-4b)$ ; (2)  $\frac{m+1}{2m-4} \div \frac{m^2-1}{4m-4} + 1$

20. (10 分) 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $D$ . 过点  $D$  作  $AB$  的平行线交  $AC$  于点  $E$ .

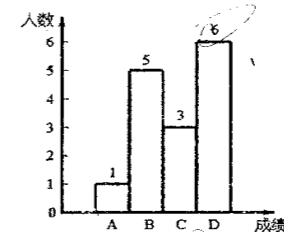
(1) 若  $\angle BAC = 100^\circ$ , 求  $\angle CDE$  的度数;

(2) 求证:  $AE = ED$ .



21. (10 分) 为倡导学生们“珍惜海洋资源, 保护海洋生物多样性”, 某校举行了相关的知识竞赛, 现从七八年级中各随机抽取 15 名学生的竞赛成绩 (百分制) 进行整理、描述和分析 (成绩得分用  $x$  表示, 共分成 4 组:  $A: 60 \leq x < 70$ ,  $B: 70 \leq x < 80$ ,  $C: 80 \leq x < 90$ ,  $D: 90 \leq x \leq 100$ ), 下面给出部分信息:

七年级抽取的学生竞赛成绩频数分布直方图



七年级学生的竞赛成绩在  $C$  组中的数据为: 83, 84, 89.

八年级抽取的学生竞赛成绩: 68, 77, 76, 100, 81, 100, 82, 86, 95, 90, 100, 86, 84, 93, 87.

七、八年级抽取的学生竞赛成绩统计表

年级	平均数	中位数	众数	方差
七	87	$a$	98	99.6
八	87	86	$b$	84.6

(1) 直接写出上述图表中  $a$ ,  $b$  的值;

(2) 根据以上数据, 你认为该校七、八年级中哪个年级学生掌握“珍惜海洋资源, 保护海洋生物多样性”知识较好? 请说明理由 (一条理由即可);

(3) 该校七八年级共 600 人参加了此次竞赛活动, 请你估计参加此次竞赛活动成绩达到 90 分及以上的学生约有多少人?

22. (10分) 阅读材料后, 回答下列问题:

材料一: 若一个数能表示成某个整数的平方的形式, 则称这个数为完全平方数.

材料二: 一个两位数恰好等于它的各个数位数字之和的4倍, 则称这个两位数为“巧数”.

(1) 若一个两位数既是“巧数”又是完全平方数, 请求出这个两位数;

(2) 设  $\overline{ab}$  为一个“巧数”,  $c$  为一个正整数 ( $1 \leq c \leq 9$ ), 若将  $c$  放在  $\overline{ab}$  的左边构成一个三位数, 若用  $c$  替换  $\overline{ab}$  的十位数则得到一个两位数, 当这个三位数与这个两位数的差为一个完全平方数时, 求这个三位数. (注意:  $\overline{ab}$  表示十位数字是  $a$ , 个位数字是  $b$  的两位数)

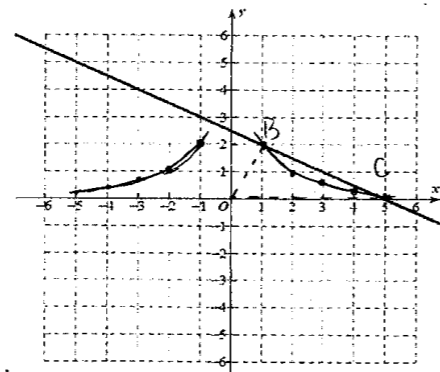
23. (10分) 在初中阶段的函数学习中, 我们经历了“确定函数的表达式——利用函数图像研究其性质——运用函数解决问题”的学习过程. 在画函数图像时, 我们通过描点或平移的方法画出了所学的函数图像.

同时, 我们也学习了绝对值的意义:  $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ .

结合上面经历的学习过程, 现在来解决下面的问题:

在函数  $y = \frac{k}{|x|}$  中, 当  $x=1$  时,  $y=2$ .

- (1) 求这个函数的表达式;
- (2) 在给出的平面直角坐标系中, 请用你喜欢的方法画出这个函数的图像并写出这个函数的一条性质;
- (3) 已知函数  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  的图像如图所示, 与你所画的函数图像在第一象限交于  $B$ 、 $C$  两点 (点  $B$  在点  $C$  左侧), 连接  $BO$ 、 $CO$ , 求  $\triangle BOC$  的面积.



24. (10分) 水资源是人类赖以生存的最重要的自然资源. 而我国是一个严重缺水的国家,

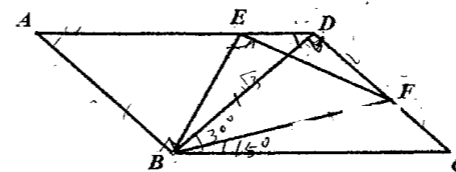
人均水资源量只有  $2300 m^3$ , 仅为世界平均水平的  $\frac{1}{4}$ , 在世界排第110位, 是全球人均水资源最匮乏的国家之一, 所以, “节约用水”是我们的义务, 更是应尽的责任.

今年2月份, 为了解某社区400户居民的用水情况, 进行了全面调查, 发现仅有40%的住户具有节水意识, 剩余60%的住户没有节水意识. 并且, 今年2月份, 具有节水意识的住户平均每户的用水量比没有节水意识的住户平均每户的用水量少  $2 m^3$ , 从而使得具有节水意识的住户该月的用水总量比没有节水意识的住户该月用水总量少  $1280 m^3$ .

- (1) 求该社区具有节水意识的40%的住户今年2月份平均每户的用水量是多少立方米?
- (2) 3月初, 该社区举行了以“节约用水”为主题的宣传活动, 使得3月份具有节水意识的住户比2月份增加了87.5%, 且该部分住户3月份平均每户的用水量与2月份具有节水意识的住户的平均每户用水量相同, 剩余住户还是没有节水意识; 为了扩大宣传效果, 4月初, 该社区再次举行宣传活动, 使得4月份具有节水意识的住户比3月份增加了  $3a$  户, 并且, 具有节水意识的住户平均每户的用水量比(1)问中具有节水意识的住户平均每户的用水量还减少了  $(a-1)\%$ , 但仍然还有少数住户没有节水意识, 在这种情况下, 这400户居民4月份的总用水量比3月份的总用水量减少了  $a\%$ , 求  $a$  的值. (假设没有节水意识的住户每户每月的平均用水量始终保持不变)

25. (10分) 在  $\square ABCD$  中, 连接对角线  $BD$ ,  $AB = BD$ ,  $AB \perp BD$ , 点  $E$  在线段  $AD$  上, 点  $F$  在线段  $DC$  上, 且  $\angle BEF = \angle BDC$ , 连接  $BF$ .

- (1) 当  $BC = \sqrt{6}$ ,  $\angle FBC = 15^\circ$  时, 求  $CF$  的长度;
- (2) 求证:  $BC - 2ED = \sqrt{2}DF$ .



26. (8分) 如图1, 抛物线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$  与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点, 交  $y$  轴于点  $C$  ( $A$  点在  $B$  点左侧), 连接  $AC$ 、 $BC$ .

(1) 如图2, 若点  $M$  为线段  $BC$  上方的抛物线上的一个动点,  $Q$  为射线  $BA$  上的一个动点, 过点  $M$  作  $MN \parallel y$  轴交  $BC$  于点  $N$ , 过点  $N$  作直线  $l \parallel x$  轴, 连接  $CQ$  交  $l$  于点  $P$ , 连接  $MQ$ . 当  $\frac{2}{3}MN$  的长度最大时, 求出  $MQ + PN$  的最小值.

(2) 如图3, 将图1中的  $\triangle AOC$  沿  $y$  轴对称得  $\triangle A_1OC$ , 将  $A$  点向左平移1个单位得点  $A_2$ . 将  $\triangle A_1BC$  绕点  $A_1$  旋转, 在旋转过程中, 点  $B$ 、 $C$  对应点分别为点  $B_1$ 、 $C_1$ . 当  $\triangle A_2B_1C_1$  为以  $A_2C_1$  为腰的等腰三角形时, 直接写出点  $A_1$  到直线  $A_2C_1$  的距离.

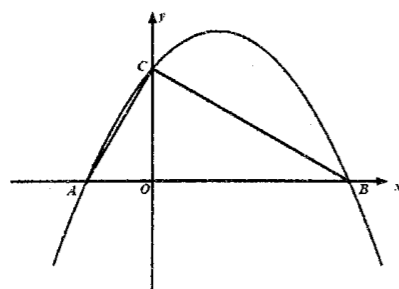


图1

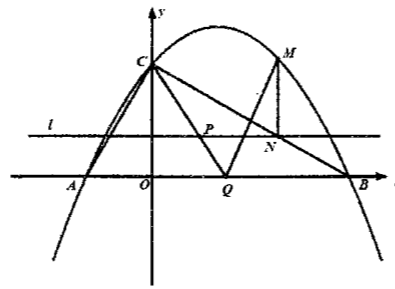


图2

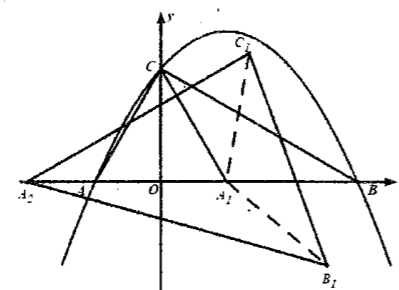
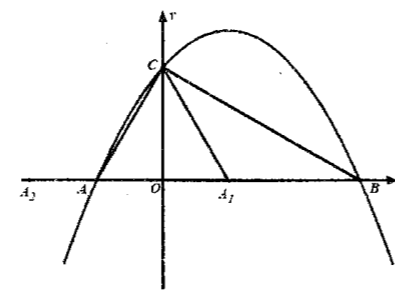


图3



备用图