

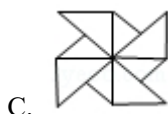
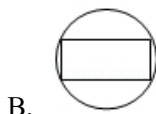
2018-2019-1 师大梅溪湖期末考试

八年级 数学试卷

时量：120 分钟 满分：120 分

一、选择题（本题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分）

1. 下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）



2. 下列各式由左边到右边的变形中，是分解因式的是（ ）

A. $a(x-y) = ax - ay$

B. $m^2 - n^2 = (m-n)(m+n)$

C. $x^2 + 2 = x\left(x + \frac{2}{x}\right)$

D. $x^2 - 4x + 3 = x(x-4) + 3$

3. 若 $x^2 - mx + 4$ 是一个完全平方式，则 m 的值应是（ ）

A. 2

B. -2

C. 4 或 -4

D. 2 或 -2

4. 如果分式 $\frac{|x|-2}{x^2+2x}$ 的值等于 0，则 x 的值是（ ）

A. 2

B. -2

C. -2 或 2

D. 2 或 0

5. 下列各式，化简后能与 $\sqrt{3}$ 合并的是（ ）

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{9}$

C. $\sqrt{12}$

D. $\sqrt{24}$

6. $x=2$ 是分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{a+6}{x+1}$ 的解，则 a 的值是（ ）

A. -1

B. 0

C. 1

D. 3

7. 已知点 $A(a, 1)$ 与点 $B(5, b)$ 关于 y 轴对称，则实数 a, b 的值分别是（ ）

A. 5, 1

B. -5, 1

C. 5, -1

D. -5, -1

8. 满足下列条件的 $\triangle ABC$ ，不是直角三角形的是（ ）

A. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$

B. $a : b : c = 6 : 8 : 10$

C. $\angle C = \angle A - \angle B$

D. $b^2 = a^2 - c^2$

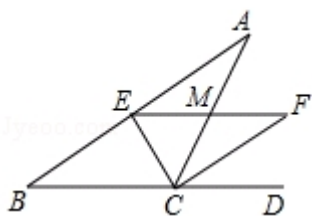
9.如图,在 $\triangle ABC$ 中, CE 平分 $\angle ACB$, CF 平分 $\angle ACD$,且 $EF \parallel BC$ 交 AC 于 M ,若 $CM=3$,则 CE^2+CF^2 的值为()

A. 6

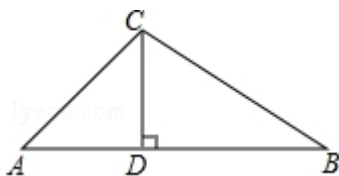
B. 9

C. 18

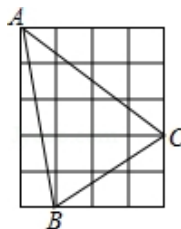
D. 36



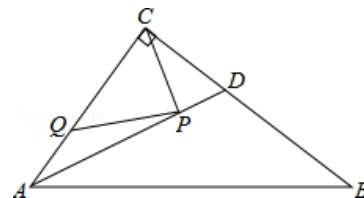
第 9 题



第 10 题



第 11 题



第 12 题

10.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , $CD=2$,则 AB 长为()

A. 6

B. $2\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}+2$

D. $2\sqrt{3}+2$

11.如图,点 A 、 B 、 C 在正方形网格中的格点上,每个小正方形的边长为1,则网格上的 $\triangle ABC$ 三边中,边长为无理数的边数有()

A. 0 条

B. 1 条

C. 2 条

D. 3 条

12.如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $AB=10$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.若 P , Q 分别是 AD 和 AC 上的动点,则 $PC+PQ$ 的最小值是()

A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{24}{5}$

C. 4

D. 5

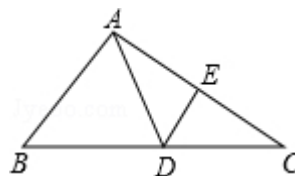
二、填空题(本题共 6 小题,每题 3 分,共 18 分)

13.因式分解: $2a^2+8a+8=$ _____.

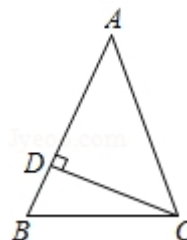
14.若分式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是_____.

15.已知 $a^2+ab=6$, $ab+b^2=3$, $a-b=1$,那么 $a+b=$ _____.

16.如图, DE 是 $\triangle ABC$ 边 AC 的垂直平分线,若 $BC=15$, $AD=7$,则 $BD=$ _____.



17.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,过点 C 作 $CD \perp AB$,交边 AB 于点 D .若 $\angle A=40^\circ$,则 $\angle BCD=$ _____度.



18.一个等腰三角形的腰长为10,底边长为12,则等腰三角形的面积为_____.

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 66 分）

19.（6 分）计算：先化简 $\left(\frac{a+1}{a-1} + \frac{1}{a^2-2a+1}\right) \div \frac{a}{(a-1)^2} + 1$ ，然后从 $-1, 0, 1$ 中选取一个 a 值代入求值.

20.（6 分）解方程：

(1) $\frac{3}{x-2} - 2 = \frac{1}{2-x}$

(2) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x}{x+2}$

21.（8 分）某中学图书馆添置图书，用 240 元购进一种科普书，同时用 200 元购进一种文学书.由于科普书单价是文学书单价的 1.5 倍，因此学校所购买的文学书比科普书多 4 本.

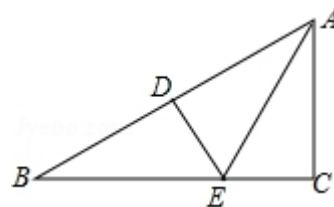
(1) 求文学书的单价是多少？

(2) 学校买了文学书和科普书一共多少本？

22.（8 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ，边 AB 的垂直平分线分别交 AB 和 BC 于点 D, E ，且 AE 平分 $\angle BAC$.

(1) 求 $\angle C$ 的度数；

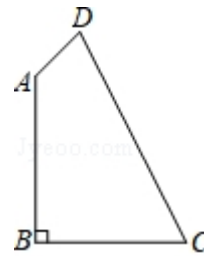
(2) 若 $CE = 1$ ，求 AB 的长.



23. (9分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = BC = 2$, $AD = 1$, $CD = 3$.

(1) 求 $\angle DAB$ 的度数.

(2) 求四边形 $ABCD$ 的面积.

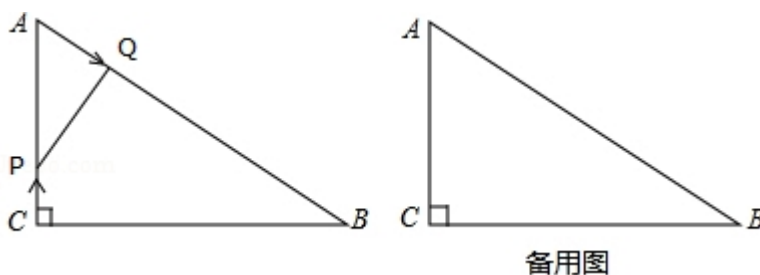


24. (9分) 如图, 已知 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$. 点 P 在线段 AC 上以 1cm/s 的速度由点 C 向点 A 运动, 同时, 点 Q 在线段 AB 上以 2cm/s 由点 A 向点 B 运动, 设运动时间为 $t(\text{s})$.

(1) 当 $t = 1$ 时, 判断 $\triangle APQ$ 的形状 (可直接写出结论);

(2) 是否存在时刻 t , 使 $\triangle APQ$ 与 $\triangle CQP$ 全等? 若存在, 请求出 t 的值, 并加以证明; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点 P 、 Q 以原来的运动速度分别从点 C 、 A 出发, 都顺时针沿 $\triangle ABC$ 三边运动, 则经过几秒后 (结果可带根号), 点 P 与点 Q 第一次在哪一边上相遇? 并求出在这条边的什么位置.



25. (10分) 定义: 任意两个数 a, b , 其中 $b \neq 0$, 按规则 $c = \frac{a}{b} - a + b$ 得到一个新数 c , 称 c 为数 a, b 的“传承数”.

(1) 若 $a = -1, b = 2$, 求 a, b 的“传承数” c ;

(2) 若 $a = 1, b = x^2$, 且 $x^2 + 3x + 1 = 0$, 求 a, b 的“传承数” c ;

(3) 若 $a = 2n + 1, b = n - 1$, 且 a, b 的“传承数” c 值为一个整数, 则整数 n 的值是多少?

26. (10分) 已知, 如图 1 所示, 在平面直角坐标系内有直角梯形 $OABC$, 其中 $\angle OAB = 90^\circ$, $AB \parallel OC$, 且点 B 坐标为 $(10, 8)$, 点 A 与点 C 分别在 y 轴与 x 轴上, $OC = 16$, 根据条件解决下列问题

(1) 求线段 BC 的长度;

(2) 如图 2, y 轴上有一点 D , 将 $\triangle ADB$ 沿 BD 折叠, 点 A 的对应点 A' 在 x 轴上, 求 $\triangle A'DO$ 的面积;

(3) 在 y 轴上是否存在点 P , 使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形, 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

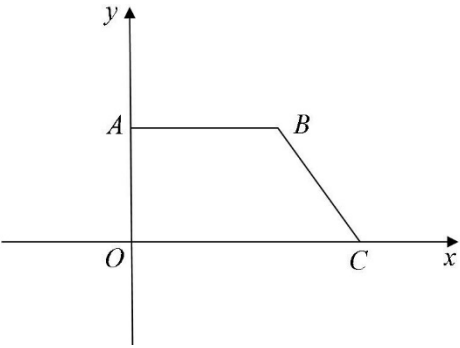


图 1

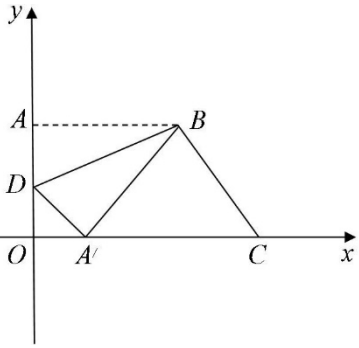


图 2

2018-2019-1 师大梅溪湖期末考试

答案与解析

一、单项选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	C	A	C	B	B	A	D	D	C	B

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

- 13、 $\frac{2(a+2)^2}{(a-1)^2}$ 14、 $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$ 15、 $\frac{3}{4}$
 16、 $\frac{8}{3}$ 17、 $\frac{20}{3}$ 18、 $\frac{48}{5}$

三、解答题

19. 解：原式 = $\left[\frac{a^2-1}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a-1)^2} \right] \times \frac{(a-1)^2}{a} + 1 = \frac{a^2}{(a-1)^2} \times \frac{(a-1)^2}{a} + 1 = a + 1$

将 $a = -1$ 代入可得：原式 = $a + 1 = -1 + 1 = 0$

20. 解：（1） $x = 4$ （注意检验） （2） $x = \frac{4}{3}$ （注意检验）

21. 解：（1）设文学书单价为 x 元，科普书单价为 $1.5x$ 元，由题可得：

$$\frac{240}{1.5x} + 4 = \frac{200}{x}$$

解之得： $x = 10$ ，经检验 $x = 10$ 是该方程的解

答：文学书的单价是 10 元。

（2） $200 \div 10 \times 2 - 4 = 36$ （本）

答：学校买了文学书和科普书一共 36 本。

22. 解：（1） $\because DE$ 是线段 AB 的垂直平分线， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle B = 30^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle EAC = \angle BAE = 30^\circ, \text{ 即 } \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle BAC - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ.$$

（2） $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle EAC = 30^\circ$ ， $CE = 1$ ，

$$\therefore AE = 2, AC = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 2AC = 2\sqrt{3}.$$

23. 解: (1) 连结 AC ,

$$\because \angle B = 90^\circ, AB = BC = 2,$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{2}, \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\because AD = 1, CD = 3,$$

$$\therefore AD^2 + AC^2 = 1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9, CD^2 = 9,$$

$$\therefore AD^2 + AC^2 = CD^2,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是直角三角形,

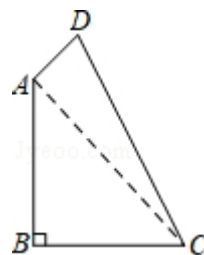
$$\therefore \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle DAC + \angle BAC = 135^\circ.$$

$$(2) \text{ 在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } s_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADC \text{ 中, } s_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

$$\therefore s_{\text{四边形}ABCD} = s_{\triangle ABC} + s_{\triangle ADC} = 2 + \sqrt{2}.$$



24. 解: (1) $\triangle APQ$ 是等边三角形, 证明如下:

$$\because t = 1s,$$

$$\therefore AP = 3 - 1 \times 1 = 2\text{cm}, AQ = 2 \times 1 = 2\text{cm}, \text{ 即 } AP = AQ,$$

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle APQ$ 是等边三角形;

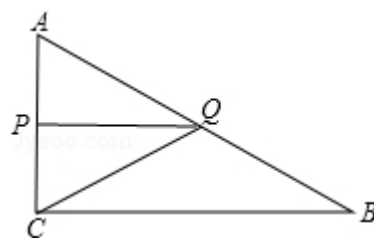
(2) 存在 t , 使 $\triangle APQ$ 和 $\triangle CPQ$ 全等,

\because 点 P 的速度为 1cm/s , 点 Q 的速度为 2cm/s

$$\therefore \text{当 } t = 1.5s \text{ 时, } AP = PC = 1.5\text{cm}, AQ = 3\text{cm},$$

$$\therefore AQ = AC.$$

$$\text{又 } \because \angle A = 60^\circ,$$



$\therefore \triangle ACQ$ 是等边三角形,

$$\therefore AQ = CQ,$$

在 $\triangle APQ$ 和 $\triangle CPQ$ 中

$$\begin{cases} AQ = CQ \\ AP = CP \\ PQ = PQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APQ \cong \triangle CPQ;$$

即存在时间 t , 使 $\triangle APQ$ 和 $\triangle CPQ$ 全等, 时间 $t = 1.5\text{s}$;

$$(3) \text{ 在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\text{由题意得: } 2t - t = AB + BC,$$

$$\text{即 } t = 6 + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 运动的路程是 } (6 + 3\sqrt{3})\text{cm},$$

$$\therefore 3 + 6 < 6 + 3\sqrt{3} < 3 + 6 + 3\sqrt{3},$$

\therefore 第一次相遇在 BC 边上,

$$\text{又 } (9 + 3\sqrt{3}) - (6 + 3\sqrt{3}) = 3,$$

\therefore 经过 $(6 + 3\sqrt{3})$ 秒点 P 与点 Q 第一次在边 BC 上距 C 点 3cm 处相遇.

25. 解: (1) $\because a = -1, b = 2$

$$\therefore c = \frac{a}{b} - a + b = \frac{-1}{2} - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$(2) \because x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x \neq 0, \text{ 两边同时除以 } x \text{ 得: } x + 3 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = -3$$

$$\therefore a = 1, b = x^2$$

$$\therefore c = \frac{a}{b} - a + b = \frac{1}{x^2} - 1 + x^2 = \frac{1}{x^2} + 2 + x^2 - 3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3 = (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$(3) \because a=2n+1, b=n-1$$

$$\therefore c = \frac{a}{b} - a + b = \frac{2n+1}{n-1} - (2n+1) + n - 1 = \frac{2n-2+3}{n-1} - n - 2 = 2 + \frac{3}{n-1} - n - 2 = \frac{3}{n-1} - n$$

$\because c$ 为整数, n 为整数

$\therefore n-1$ 为 -3 、 -1 、 1 或 3

$\therefore n$ 为 -2 、 0 、 2 或 4

26. 解: (1) \because 点 C 在 x 轴上, $OC=16$

$$\therefore C(16,0)$$

$$\because B(10,8)$$

$$\therefore BC = \sqrt{(10-16)^2 + (8-0)^2} = 10$$

(2) 过点 B 作 $BH \perp AC$ 于点 H

$$\because B(10,8)$$

$$\therefore A'B = AB = 10, AO = BH = 8, OH = 10$$

$$\therefore A'H = \sqrt{A'B^2 - BH^2} = 6$$

$$\therefore A'O = OH - A'H = 4$$

$$\because DO^2 + A'O^2 = A'D^2$$

$$\therefore DO^2 + 4^2 = (8 - DO)^2$$

$$\therefore DO = 3$$

$$\therefore S_{\triangle A'DO} = \frac{1}{2} \times A'O \times DO = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

(3) 设 y 轴上存在点 $P(0, y)$, 使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形

$$\text{又} \because B(10,8), C(16,0)$$

$$\therefore PB^2 = 10^2 + (y-8)^2, PC^2 = 16^2 + y^2, BC^2 = 100$$

①若 $\angle PBC = 90^\circ$, 则 $PB^2 + BC^2 = PC^2$

$$\therefore 10^2 + (y-8)^2 + 100 = 16^2 + y^2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}, \text{ 即 } P_1\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

②若 $\angle PCB = 90^\circ$ ，则 $PC^2 + BC^2 = PB^2$

$$\therefore 16^2 + y^2 + 100 = 10^2 + (y-8)^2$$

$$\therefore y = -12, \text{ 即 } P_2(0, -12)$$

③若 $\angle BPC = 90^\circ$ ，则 $PC^2 + PB^2 = BC^2$

$$\because PB^2 = 10^2 + (y-8)^2, \quad PC^2 = 16^2 + y^2, \quad BC^2 = 100$$

$$\therefore PB^2 \geq BC^2, \quad PC^2 > BC^2 \quad \therefore PC^2 + PB^2 > BC^2, \text{ 矛盾, 该情况不存在}$$

\therefore 综上所述: 在 y 轴上存在点 $P_1\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 与 $P_2(0, -12)$, 使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形.