

2019-2020 学年福州市九(上)期末考试数学模拟卷

(考试时间: 120 分钟, 满分: 150 分)

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分.

1. 下列图形, 是中心对称图形的有().



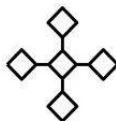
A. 1 个



B. 2



C. 3 个



D. 4 个

2. 随着科技的发展, 地震的预测技术已经越来越发达, 某地地震局预报未来十年本地区发生地震的概率是 5%, 对此信息, 下列说法正确的是().

- A. 本地区有 5% 的土地会发生地震 B. 未来十年有 5% 的时间在地震
C. 未来十年一定会发生 5 级地震 D. 未来十年发生地震的概率很小

3. 在平面直角坐标系中, 以下哪个点与 (3, 4) 关于原点对称().

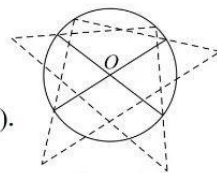
- A. (-4, -3) B. (-3, -4) C. (-3, 4) D. (-4, 3)

4. 若两个等腰直角三角形的斜边之比为 $\sqrt{3} : \sqrt{2}$, 其中较大的等腰直角三角形的面积是 12, 则较小的等腰直角三角形的面积是().

- A. $4\sqrt{6}$ B. $8\sqrt{6}$ C. 8 D. 6

5. 如图, 用直角三角板经过两次画图找到圆形工件的圆心, 这种方法应用的道理是().

- A. 垂径定理 B. 勾股定理
C. 直径所对的圆周角是直角 D. 90° 的圆周角所对的弦是直径



(第 5 题)

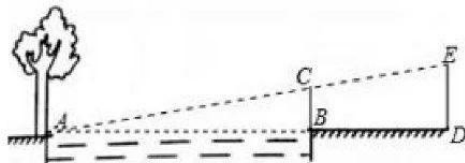
6. 下列抛物线可以只通过平移就得到抛物线 $y=a(x-h)^2+ahk(a \neq 0)$ 的是().

- A. $y=3-a(x-h)^2$ B. $y=3+a(x-h)^2$
C. $y=ahk-a(x-h)^2$ D. $y=ahk-ax^2$

7. 已知抛物线 $y=x^2+ax+b$ 与 x 轴的交点的横坐标为 $-b$, 则 $a-b$ 的值是().

- A. -1 B. -2 C. 0 D. 1

8. 周末, 小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前为小河的宽度. 测量时, 他们选择了河对岸岸边的一棵大树, 将其底部作为点 A, 在他们所在的岸边选择了点 B, 使得 AB 与河岸垂直, 并在 B 点竖起标杆 BC, 再在 AB 的延长线上选择点 D, 竖起标杆 DE, 使得点 E 与点 C、A 共线. 已知: $CB \perp AD$, $ED \perp AD$, 测得 $BC=1m$, $DE=1.5m$, $BD=8m$. 测量示意图如图所示, 根据相关测量信息, 则河宽 AB 是().



(第 8 题)

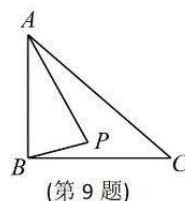
- A. 12 m B. 24 m C. 16 m D. 32 mm

9. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $AB \perp BC$, $AB=4$, $BC=3$, P 是 $\triangle ABC$ 内部的一个动点, 满足 $\angle PAB = \angle PBC$, 则线段 CP 长的最小值为().

- A. $\frac{16}{5}$ B. 1 C. $\sqrt{13}-3$ D. $\sqrt{13}-2$

10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($0<2a<b$) 的顶点为 $P(x_0, y_0)$, 点 $A(1, y_A)$, $B(0, y_B)$, $C(-1, y_C)$ 在该抛物线上, 当 $y_0 \geq 0$ 恒成立时, $\frac{y_B - y_C}{y_A}$ 的最大值为().

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$



(第9题)

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分

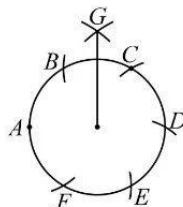
11. 在一张边长为 4 的正方形纸上做扎针随机试验, 纸上有一个半径为 1 的圆形阴影区域, 则针头扎在阴影区域内的概率为_____.

12. 二次函数 $y=-(h-x)^2-3$ 的最大值是_____.

13. 一个圆锥的母线长是 4, 底面圆的半径是 3, 则该圆锥的展开图的圆心角的度数是_____.

14. 已知 $a+b=3$, $ab=-5$, 则 $\frac{1}{a^2-5} + \frac{1}{b^2-5}$ _____.

15. 尺规作图特有的魅力曾使无数人沉湎其中, 传说拿破仑通过下列尺规作图考他的大臣: ①将半径 2 的 $\odot O$ 六等分, 依次得到 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六个分点; ②分别以点 A 、 D 为圆心, AC 长为半径画弧, G 是两弧的一个交点; ③连结 OG , 则 OG =_____.



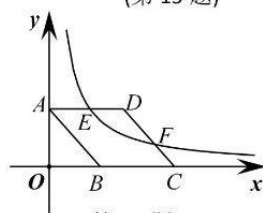
(第15题)

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 的顶点 $A(0, 4)$, BC

在 x 轴正半轴上, 点 C 在 B 点右侧, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图

象分别交边 AD 、 CD 于 E 、 F , 连接 BF , 已知 $BC=k$, $AE=\frac{3}{2}CF$,

且 $S_{\text{四边形}ABFD}=20$, 则 k =_____.



(第16题)

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 8 分)

解方程: $x^2-4x-2=0$.

18. (本小题满分 8 分)

已知关于 x 的方程 $nx^2+(2n-1)x+n=0$ (n 为常数) 只有一个实数根, 求 n 的值.

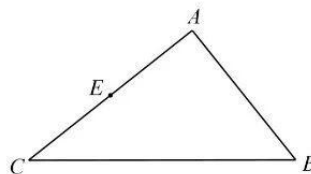
19. (本小题满分 8 分)

端午节当天，小明带了四个粽子(除味道不同外，其他均相同)，其中两个是大枣味的，另外两个是火腿味的，准备按数量平均分给小红和小刚两个好朋友.

- (1) 请你用树状图或列表的方法表示小红拿到的两个粽子的所有可能性；
- (2) 请你计算小红拿到的两个粽子刚好是同一味道的概率.

20. (本小题满分 8 分)

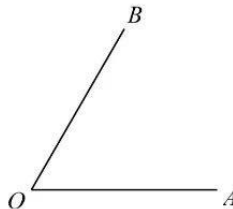
如图，点 E 为 $\triangle ABC$ 边 AC 上点，请用尺规作图在 AB 边上找一点 D ，使得 $AE \cdot AC = AD \cdot AB$ (保留作图痕迹，不写作法)，并说明理由.



21. (本小题满分 8 分)

已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ， P 为它的内部一点， M 为射线 OA 上一点，连接 PM ，以 P 为中心，将线段 PM 顺时针旋转 120° ，得到线段 PN ，并且点 N 恰好落在射线 OB 上.

- (1) 依题意补全右图；
- (2) 证明：点 P 一定落在 $\angle AOB$ 的平分线.



22. (本小题满分 10 分)

某扶贫果苗基地尝试用单价随天数而变化的销售模式销售某种果苗. 利用 30 天时间销售一种成本为 10 元/株的果苗, 售后经过统计得到此果苗单价在第 x 天(x 为整数)销售的相关信息, 如图表所示:

销售量 n (株)	$n = -x + 50$
销售单价 m (元/株)	当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $m = \frac{1}{2}x + 20$
	当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $m = 10 + \frac{420}{x}$

- (1) 计算第几天该果苗单价为 25 元/株;
- (2) 求该基地销售这种果苗 30 天里每天所获利润 y (元)关于 x (天)的函数关系式;
- (3) “吃水不忘挖井人”, 为回馈本地居民, 基地负责人决定将这 30 天中, 其中获利最多的那天的利润全部捐出, 进行“精准扶贫”. 试问: 基地负责人这次为“精准扶贫”捐赠多少钱?

23. (本小题满分 10 分)

如图, 在边长为 8 的等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 的中点, 点 E 是平面上一点, 且线段 $DE = 2$, 将线段 EB 绕点 E 顺时针旋转 60° 得到线段 EF , 连接 AF .

- (1) 如图 1, 当 $BE = 2$ 时, 求线段 AF 的长;
- (2) 如图 2, 求证: 直线 AF 与 CE 所夹的锐角的度数.

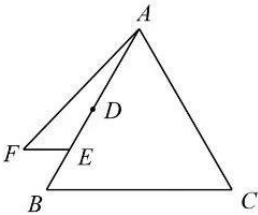


图1

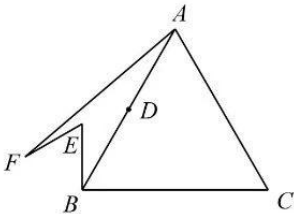


图2

24. (本小题满分 12 分)

已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，对角线 $AC \perp BD$ 于 E ，连接 OC 交 BD 于点 P 。

(1) 如图 1，求证： $\angle ACB = \angle OCD$ ；

(2) 如图 2，作 $DF \perp AB$ 于 F ，交 AC 于 H ，连接 BH ，

①求证： $BH = BC$ ；

②连接 EF ，若 $BC \parallel AD$ ， $DE = 3BE$ ， $EF = \frac{12\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径长。

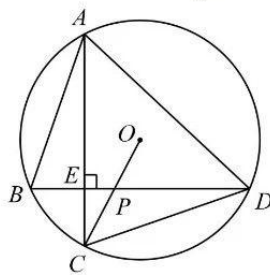


图1

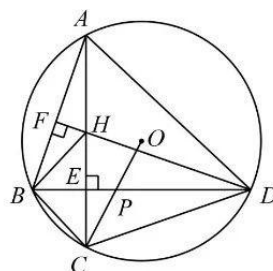


图2

25. (本小题满分 14 分)

抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 过点 M ，点 M 的横坐标为 -2 ， N 是抛物线上第一象限一动点。

(1) 连接 MN 交 y 轴于点 A ，过点 M 作 $MK \perp x$ 轴，

垂足为点 K ，当 OM 平分 $\angle NMK$ 时，求 $\frac{NA}{MA}$ 的值；

(2) 过点 N 且不与 y 轴平行的直线 l 与抛物线只有一个公共点 N ，点 P 与点 N 关于 y 轴对称，平移直线 l ，交抛物线于 E 、 F ，直线 PE 、 PF 分别交 x 轴于点 C 、 D ，求证： $PC = PD$ 。

2019—2020 学年福州市九（上）期末模拟试卷

数学科参考答案

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	C	D	B	D	C	D	D

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$\frac{\pi}{16}$	-3	270°	$-\frac{1}{5}$	$2\sqrt{2}$	$\frac{60}{11}$

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分.

17.解： $x^2 - 4x = 2$

$$(x-2)^2 = 6,$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{6}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{6}$$

18.解：①当 $n=0$ 时，方程为 $-x=0$ ，即 $x=0$

②当 $n \neq 0$ 时，依题意可得

$$\Delta = (2n-1)^2 - 4n^2 = 4n^2 - 4n + 1 - 4n^2 = -4n + 1 = 0$$

$$\therefore n = \frac{1}{4}$$

19.解：（1）画树状图得



（2）由（1）可知共有 12 种可能结果，其中小红拿到的粽子刚好是同一味道的可能结果记为事件 A 共 4 种.

$$\therefore P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

20.解：作图（略）……3 分

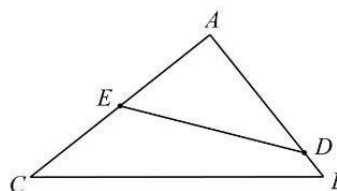
如图点 D 为所做点，满足 $\angle AED = \angle B$ ……4 分

$$\because \angle A = \angle A$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC \text{……6 分}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$$\therefore AE \cdot AC = AB \cdot AD \text{……8 分}$$



21.解：（1）如右图所示 ……2分

$$(2) \quad \angle AOB + \angle MPN = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PNO + \angle PMO = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PMA + \angle PMO = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PMA = \angle PNO \dots\dots 3 \text{分}$$

分别作 $PK \perp OB$ ，垂足为点 K ， $PT \perp OA$ ，垂足为点 T

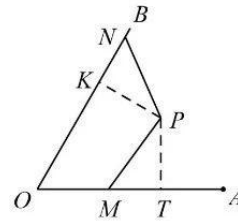
$$\therefore \angle PKB = \angle PTO = 90^\circ$$

$$PM = PN$$

$$\therefore \triangle PNK \cong \triangle PMT \dots\dots 6 \text{分}$$

$$\therefore PK = PT$$

\therefore 点 P 一定落在 $\angle AOB$ 的平分线上 ……8分



22.解：（1）分两种情况

$$\textcircled{1} \text{ 当 } 1 \leq x \leq 20 \text{ 时, 将 } m = 25 \text{ 代入 } m = 20 + \frac{1}{2}x, \text{ 解得 } x = 10$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } 21 \leq x \leq 30 \text{ 时, 将 } m = 25 \text{ 代入 } m = 10 + \frac{420}{x}, \text{ 解得 } x = 28 \dots\dots 2 \text{分}$$

（2）分两种情况

$\textcircled{1}$ 当 $1 \leq x \leq 20$ 时,

$$y = (m - 10)n = (20 + \frac{1}{2}x - 10)(-x + 50) = -\frac{1}{2}x^2 + 15x + 500 = -\frac{1}{2}(x - 15)^2 + 612.5$$

……4分

$\textcircled{2}$ 当 $21 \leq x \leq 30$ 时,

$$y = (10 + \frac{420}{x} - 10)(-x + 50) = \frac{420}{x}(-x + 50) = \frac{21000}{x} - 420 \dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{综上所述 } y = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x - 15)^2 + 612.5 & (1 \leq x \leq 20) \\ \frac{21000}{x} - 420 & (21 \leq x \leq 30) \end{cases} \dots\dots 7 \text{分}$$

（3）分两种情况

$$\textcircled{1} \text{ 当 } 1 \leq x \leq 20 \text{ 时, } y = -\frac{1}{2}(x - 15)^2 + 612.5$$

由二次函数图像性质可知， $x = 15$ 时， y 取得最大值 612.5

$$\textcircled{2} \text{ 当 } 21 \leq x \leq 30 \text{ 时, } y = \frac{21000}{x} - 420$$

y 随着 x 的增大而减小

$$\therefore x = 21 \text{ 时, } y \text{ 取得最大值 } 580$$

综上所述, 当 $x=15$ 时, y 有最大值 612.5 元10 分

答: 略.

23.解: (1) 过点 F 作 $FT \perp AB$, 垂足为点 T

$$\angle FEB = 60^\circ$$

$$\therefore ET = \frac{1}{2}EF = 1, FT = \frac{\sqrt{3}}{2}EF = \sqrt{3}$$

D 是 AB 的中点

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 4$$

$$\therefore AT = AD + DE + ET = 7$$

$$\therefore AF = \sqrt{AT^2 + FT^2} = 2\sqrt{13} \text{4 分}$$

(2) 连接 BF

$$BE = EF, \angle BEF = 60^\circ$$

$\therefore \triangle EFB$ 是等边三角形

$$\therefore BE = BF, \angle EBF = 60^\circ$$

$\triangle ABC$ 是等边三角形.

$$\therefore AB = BC, \angle ABC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ABF = \angle EBC = 60^\circ + \angle EBA$$

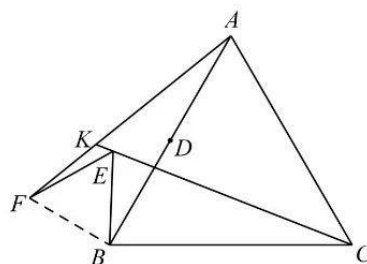
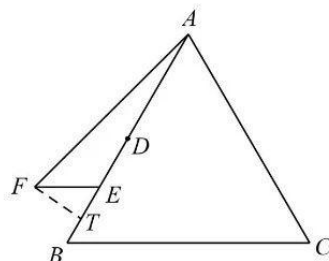
$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE \text{7 分}$$

$$\therefore \angle FAB = \angle ECB$$

记 FA 与 CE 的交点为 K

$$\angle AKC + \angle FAB = \angle ABC + \angle KCB$$

$$\therefore \angle AKC = \angle ABC = 60^\circ \text{10 分}$$



24.证明:

(1) 连接 OD

$$AC \perp BD$$

$$\therefore \angle ACB + \angle CBD = 90^\circ$$

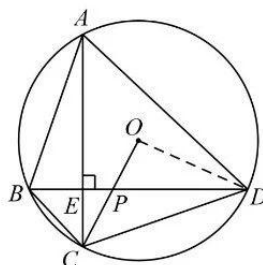
$$OC = OD$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC$$

$$\therefore \angle COD + 2\angle OCD = 180^\circ$$

$$\text{弧} CD = \text{弧} CD$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CBD$$



$$\therefore \angle ACB = \angle OCD \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ ① } AC \perp BD, DF \perp AB$$

$$\therefore \angle BAC = \angle FDB$$

$$\text{弧} BC = \text{弧} BC$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BDC = \angle FDB$$

$$\angle AED = \angle CED = 90^\circ, ED = ED$$

$$\therefore HE = CE$$

$$AC \perp BD$$

$$\therefore BH = BC \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

② 连接 OD

$$BC \parallel AD$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDA$$

$$\text{弧} CD = \text{弧} CD$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CAD$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BDA$$

$$AC \perp BD$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BDA = 45^\circ$$

$$EA = ED$$

同理可得 $EB = EC$

由①得 $EB = EC = EH$

$$\therefore \angle HBE = 45^\circ$$

$$\angle DFB = \angle AEB = 90^\circ$$

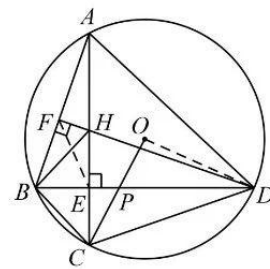
\therefore 点 F 在以 HB 为直径的圆上，即 E, F, B, H 四点共圆

$$\therefore \angle HFE = \angle HBE = 45^\circ$$

$$\therefore \angle HFE = \angle DBC$$

$$\angle HDE = \angle BDC$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle DCB$$



$$\therefore \frac{DF}{DB} = \frac{DE}{DC} = \frac{EF}{BC}$$

设 $BE = x$, 则 $EC = x$, $AE = ED = 3x$

$$DC = AB = \sqrt{AE^2 + EB^2} = \sqrt{10}x$$

$$\text{又 } DF \cdot AB = AE \cdot BD$$

$$\therefore DF = \frac{12x^2}{\sqrt{10}x} = \frac{6\sqrt{10}}{5}x$$

$$\therefore \frac{3x}{\sqrt{10}x} = \frac{\frac{12\sqrt{5}}{5}}{BC}$$

$$\therefore BC = 4\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{2}x$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore DC = \sqrt{10}x = 4\sqrt{10}$$

$$\angle COD = 2\angle CAD = 90^\circ$$

$$\therefore OC = \frac{\sqrt{2}}{2}DC = 4\sqrt{5} \quad \dots\dots 12\text{分}$$

25. 解:

(1) OM 平分 $\angle NMK$

$$\therefore \angle AMO = \angle KMO$$

$$MK \perp x\text{轴}$$

$$\therefore MK \parallel y\text{轴}$$

$$\therefore \angle KMO = \angle AOM$$

$$\therefore \angle AOM = \angle AMO$$

$$\therefore AM = AO$$

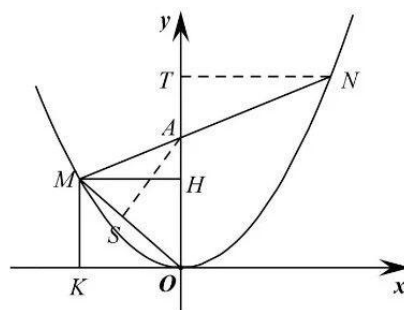
作 $AS \perp OM$, 垂足为点 S

$$\therefore \angle ASM = \angle MKO = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AMS \sim \triangle OMK$$

$$\therefore \frac{MS}{MK} = \frac{AS}{OK}$$

$$M \text{ 在 } y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 上}$$



$$\therefore M(-2,1)$$

$$\therefore MK=1, OK=2, MS=OS=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore AS=\sqrt{5}$$

$$\therefore AM=\sqrt{AS^2+MS^2}=\frac{5}{2}$$

$$\therefore A(0, \frac{5}{2})$$

设直线 $MN: y=kx+b$

$$\therefore \begin{cases} b=\frac{5}{2} \\ -2k+b=1 \end{cases}$$

$$\therefore y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$$

与 $y=\frac{1}{4}x^2$ 交于点 N

$$\therefore N(5, \frac{25}{4})$$

作 $NT \perp y$ 轴，垂足为点 T ；作 $MH \perp y$ 轴，垂足为点 H

$$\therefore \frac{AM}{AN} = \frac{MH}{NT} = \frac{2}{5} \quad \dots\dots 6\text{分}$$

(2) 如图，设与 $y=\frac{1}{4}x^2$ 只有一个公共点 N 的

直线为 $y=kx+b$

$$\therefore \frac{1}{4}x^2=kx+b$$

$$\therefore x^2-4kx-4b=0$$

$$\therefore \Delta=16k^2+16b=0$$

$$\therefore b=-k^2$$

$$\therefore y=kx-k^2$$

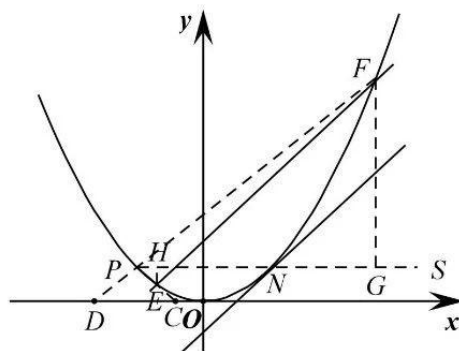
$$\therefore N(2k, k^2)$$

$$\therefore P(-2k, k^2)$$

设直线 $EF: y=kx+m$ 与 $y=\frac{1}{4}x^2$ 相交于点 E, F

$$\text{则 } \frac{1}{4}x^2-kx-m=0$$

$$\therefore x^2-4kx-4m=0$$



$$\therefore x_1 = \frac{4k + \sqrt{16k^2 + 16m}}{2}, \quad x_2 = \frac{4k - \sqrt{16k^2 + 16m}}{2}$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 4k, \quad x_1 x_2 = 4m$$

过点P作PS // x轴, 作FG ⊥ PS于点G, EH ⊥ PS于点H

$$\therefore \frac{FG}{PG} - \frac{EH}{PH} = \frac{y_2 - k^2}{x_2 + 2k} - \frac{k^2 - y_1}{x_1 + 2k} = \frac{(y_2 - k^2)(x_1 + 2k) + (y_1 - k^2)(x_2 + 2k)}{(x_2 + 2k)(x_1 + 2k)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(y_2 - k^2)(x_1 + 2k) + (y_1 - k^2)(x_2 + 2k)}{(x_2 + 2k)(x_1 + 2k)} \\ &= x_1 y_2 + x_2 y_1 - k^2(x_1 + x_2) + 2k(y_1 + y_2) - 4k^3 \\ &= \frac{1}{4}x_1 x_2(x_1 + x_2) - 4k^3 - 4k^3 + 2k\left(\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2\right) \\ &= -4km - 8k^3 + 8k^3 + 4km \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle FPG = \angle EPH$$

PG // x轴

$$\therefore \angle PDC = \angle FPG, \quad \angle EPH = \angle PCD$$

$$\therefore \angle PDC = \angle PCD$$

$$\therefore PC = PD \quad \dots\dots 14\text{分}$$