

九年级数学试题

(全卷共 8 页四个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题的答案标号涂黑, 若需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其他答案标号.
3. 答非选择题时, 必须用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定的位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束, 将答题卡交回.
6. 本卷中, 计算结果如果是无理数, 在没有特殊说明的情况下, 保留根号或 π .

参考公式:

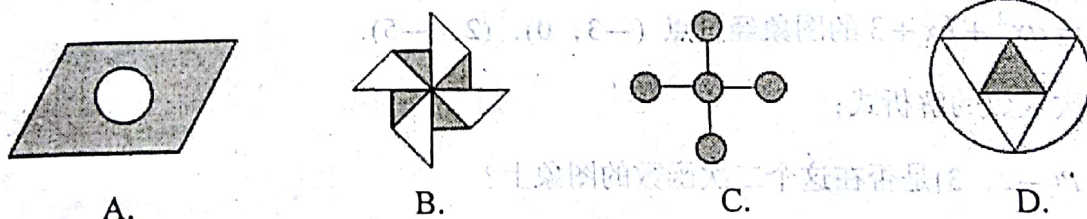
抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴公式为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题: (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 满分 48 分) 每一个小题都给出代号为 A, B, C, D 的四个结论, 其中只有一个是正确的, 把正确结论的代号填涂在答题卡的相应位置上.

1. $\frac{1}{3}$ 的倒数数是 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. 下面的图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

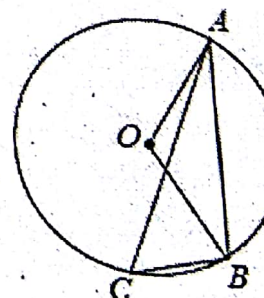


3. 计算 $(-2x^2)^3$ 的结果为 ()

- A. $6x^5$ B. $-6x^5$ C. $8x^6$ D. $-8x^6$

4. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 已知 $\angle ACB = 50^\circ$, 则 $\angle ABO$ 的大小为 ()

- A. 30° B. 40° C. 45° D. 50°



第 4 题图



5. 抛物线 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 的顶点坐标为 ()
- A. (1, 3) B. (-1, 3) C. (1, 5) D. (-1, 5)

6. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 如果 $|a| = |b|$, 那么 $a = b$ B. 平行四边形对角线相等
- C. 两直线平行, 同旁内角互补 D. 如果 $a > b$, 那么 $a^2 > b^2$

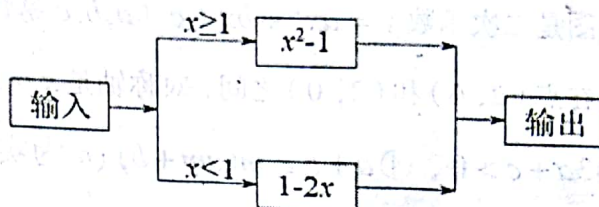
7. 如图所示是一个运算程序, 若输入的值为 -2, 则输出的结果为 ()

A. 3

B. 5

C. 7

D. 9



第7题图

8. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -1$ B. $k < 1$ C. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

9. 若要得到函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 的图象, 只需将函数 $y = x^2$ 的图象 ()

- A. 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度
- B. 先向左平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度
- C. 先向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
- D. 先向右平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度

10. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x+1} - 3 = \frac{1-x}{x+1}$ 有负分数解, 且关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(a-x) \geq -x-4 \\ \frac{3x+4}{2} < x+1 \end{cases}$

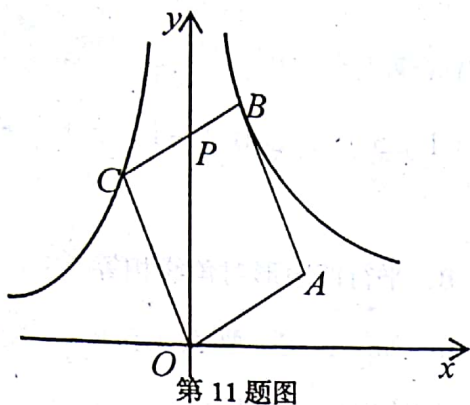
的解集为 $x < -2$, 那么符合条件的所有整数 a 的积是 ()

- A. -3 B. 0 C. 3 D. 9

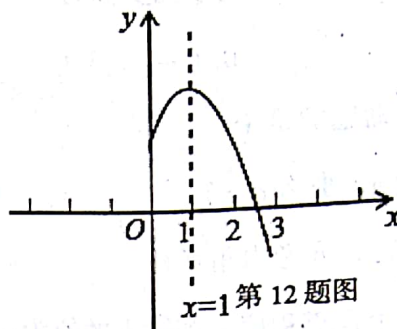
11. 如图, 平行四边形 $ABCO$ 的顶点 B 在双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上, 顶点 C 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, BC 中点 P 恰好落在 y 轴上, 已知, $S_{\square OABC} = 12$ 则 k 的值为 ()

- A. -8 B. -6 C. -4 D. -2





第 11 题图



第 12 题图

12. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的一部分, 与 x 轴的一个交点在点 $(2, 0)$ 和 $(3, 0)$ 之间, 对称轴是 $x = 1$. 对于下列说法: ① $ab < 0$; ② $2a + b = 0$; ③ $3a + c > 0$; ④ $a + b \geq m(am + b)$ (m 为实数); ⑤ 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$, 其中正确的是 ()

A. ①②④

B. ①②⑤

C. ①②③④

D. ①③④⑤

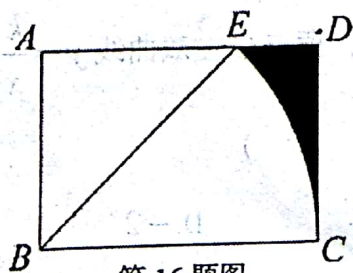
二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 计算: $\sqrt{9} + (-\frac{1}{4})^{-1} - (\sqrt{3} - 1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$

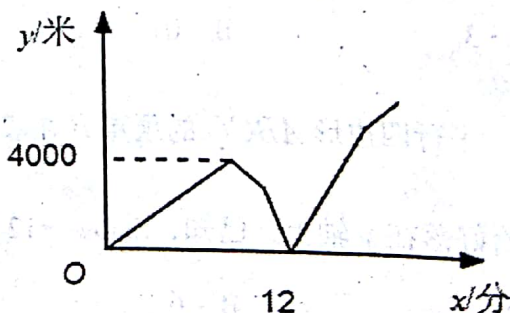
14. 函数 $y = (m - 2)x^{m^2 - 5}$, 其中 y 是 x 的反比例函数, 则 m 的值是 .

15. 双十一期间, 荣昌重百推出有奖销售促销活动, 消费达到 800 元以上得一次抽奖机会, 李老师消费 1000 元后来到抽奖台, 台上放着一个不透明抽奖箱, 里面放有规格完全相同的四个小球, 球上分别标有 1, 2, 3, 4 四个数字, 主持人让李老师连续不放回抽两次, 每次抽取一个小球, 如果两个球上的数字均为奇数则可中奖, 则李老师中奖的概率是 .

16. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$, 以 B 为圆心, BC 为半径画弧, 交 AD 于点 E , 则图中阴影部分的面积是 .



第 16 题图



第 17 题图



17. 某公司快递员甲匀速骑车前往某小区送物件，出发几分钟后，快递员乙发现甲的手机落在公司，无法联系，于是乙匀速骑车去追赶甲. 乙刚出发 2 分钟时，甲也发现自己手机落在公司，立刻按原路原速骑车回公司，2 分钟后甲遇到乙，乙把手机给甲后立即原路原速返回公司，甲继续原路原速赶往某小区送物件，甲乙两人相距的路程 y (米) 与甲出发的时间 x (分钟) 之间的关系如图所示 (乙给甲手机的时间忽略不计)，则乙回到公司时，甲距公司的路程是 _____ 米.

18. 我区某校举行冬季运动会，其中一个项目是乒乓球比赛，比赛为单循环制，即所有参赛选手彼此恰好比赛一场. 记分规则是：每场比赛胜者得 3 分、负者得 0 分、平局各得 1 分. 赛后统计，所有参赛者的得分总和为 210 分，且平局数不超过比赛总场数的 $\frac{1}{3}$ ，本次友谊赛共有参赛选手 _____ 人.

三、解答题：(本大题 7 个小题，每小题 10 分，共 70 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形 (包括辅助线)，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

19. (1) 计算： $(a+2)(a-2)-a(a-3)$ ； (2) 解方程 $(2x+1)^2 = 3(2x+1)$.

20. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象经过点 $(-3, 0)$, $(2, -5)$.

(1) 试确定此二次函数的解析式；

(2) 请你判断点 $P(-2, 3)$ 是否在这个二次函数的图象上？



21. 人生最具好奇心和幻想力、创造力的时期是中学时代，经研究，某校为每一个初中生推荐一本中学生素质教育必读书《数学的奥秘》，这本书就是专门为好奇的中学生准备的.这本书不但给予我们知识，解答生活中的疑惑，更重要的是培养我们细致观察、认真思考、勤于动手的能力.经过一学期的阅读和学习，为了了解学生阅读效果，从初一、初二的学生中随机各选 20 名，对《数学的奥秘》此书阅读效果做测试（此次测验满分：100 分）.通过测试，收集到 20 名学生得分的数据如下：

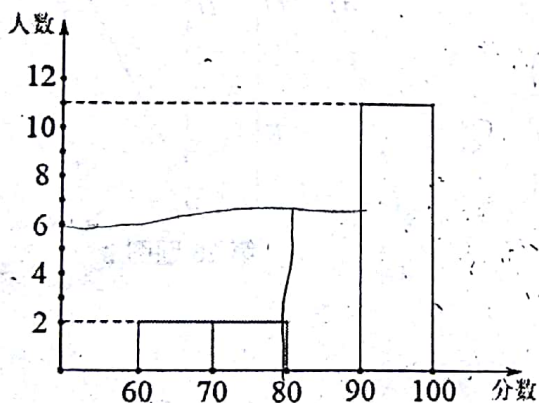
初一	96 [✓]	100 [✓]	89 ⁶	95 ²	62 ¹	75 ¹	93 ¹	86 ²	86 ³	93 ²
	95 ⁴	95 ³	88 ⁵	94 ¹	95 ¹	68 ¹	92 ¹	80 ¹	78 ¹	90 ⁴
初二	100 [✓]	98	96	95	94	92	92	92	92	92
	86	84	83	82	78	78	74	64	60	92

通过整理，两组数据的平均数、中位数、众数和方差如下表：

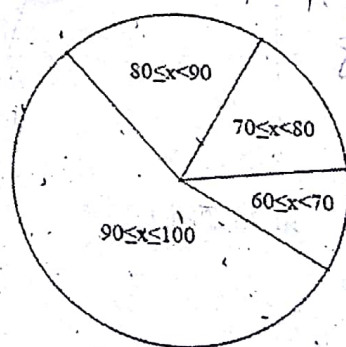
	平均数	中位数	众数	方差
初一	87.5	91	m	96.15
初二	86.2	n	92	113.06

某同学将初一学生得分按分数段 ($60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$)，绘制成频数分布直方图，初二同学得分绘制成扇形统计图，如下图（均不完整）。

初一学生得分频数分布直方图



初二学生得分扇形统计图



注：x表示学生分数

请完成下列问题：

- (1) 初一学生得分的众数 $m =$ _____；初二学生得分的中位数 $n =$ _____；
- (2) 补全频数分布直方图；扇形统计图中， $70 \leq x < 80$ 所对用的圆心角为 _____ 度；
- (3) 经过分析 _____ 学生得分相对稳定（填“初一”或“初二”）；
- (4) 你认为哪个年级阅读效果更好



22. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{x-1}{x-3}$ 的图象与性质. 小彤根据学习函数的经验，对函数

$y = \frac{x-1}{x-3}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小彤探究的过程，请补充完整：

(1) 函数 $y = \frac{x-1}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____；

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值：

x	...	-2	-1	0	1	2	4	5	6	7	8	...
y	...	$\frac{3}{5}$	m	$\frac{1}{3}$	0	-1	3	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$...

则 m 的值为 _____；

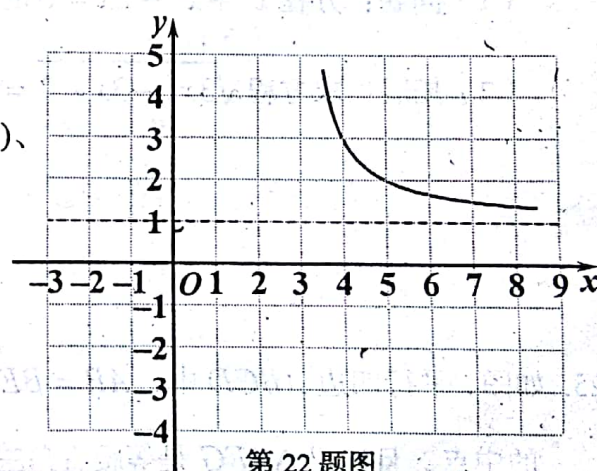
(3) 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出了图象的一部分，请根据剩余的点补全此函数的图象；

(4) 观察图象，写出该函数的一条性质 _____；

(5) 若函数 $y = \frac{x-1}{x-3}$ 的图象上有三个点 $A(x_1, y_1)$ 、

$B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ，且 $x_1 < 3 < x_2 < x_3$ ，则 y_1 、 y_2 、 y_3

之间的大小关系为 _____.



第 22 题图

23. 为了提高教学质量，促进学生全面发展，某中学计划投入 99000 元购进一批多媒体设备和电脑显示屏，且准备购进电脑显示屏的数量是多媒体设备数量的 6 倍. 现从商家了解到，一套多媒体设备和一个电脑显示屏的售价分别为 3000 元和 600 元.

(1) 求最多能购进多媒体设备多少套？

(2) 恰逢“双十一”活动，每套多媒体设备的售价下降 $\frac{3}{5}a\%$ ，每个电脑显示屏的售价下降 $5a$

元，学校决定多媒体设备和电脑显示屏的数量在 (1) 中购进最多量的基础上都增加 $a\%$ ，实际投入资金与计划投入资金相同，求 a 的值.



24. 阅读材料：求解一元一次方程，需要根据等式的基本性质，把方程转化为 $x=a$ 的形式；求解二元一次方程组，需要通过消元把它转化为一元一次方程来解；求解三元一次方程组，需要把它转化为二元一次方程组来解；求解一元二次方程，需要把它转化为两个一元一次方程来解；求解分式方程，需要通过去分母把它转化为整式方程来解，各类方程的解法不尽相同，但是它们都用到一种共同的基本数学思想 - 转化，即把未知转化为已知来求解。

用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新的方程。

例如，解一元三次方程 $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ ，通过因式分解把它转化为 $x(x^2 + 2x - 3) = 0$ ，通过解方程 $x = 0$ 和 $x^2 + 2x - 3 = 0$ ，可得原方程 $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ 的解。

再例如，解根号下含有未知数的方程： $\sqrt{2x+3} = x$ ，通过两边同时平方把它转化为 $2x+3 = x^2$ 解得： $x_1 = 3, x_2 = -1$ 。因为 $2x+3 \geq 0$ ，且 $x \geq 0$ ，所以 $x = -1$ 不是原方程的根， $x = 3$ 是原方程的解。

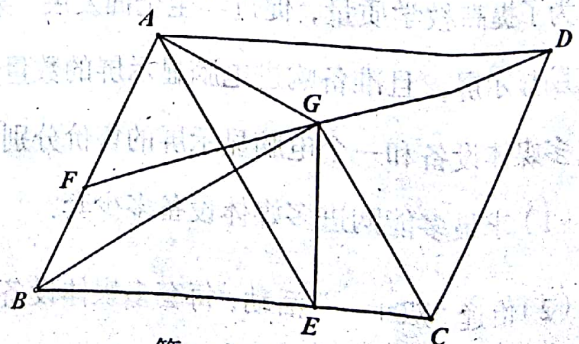
(1) 问题：方程 $x^3 + x^2 - 2x = 0$ 的解是 $x_1 = 0$ ， $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 拓展：求方程 $\sqrt{3x^2 - 3x - 2} = x - 1$ 的解。

25. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = BE$ ， F 是 AB 上一点， $FB = CE$ ，连接 DF ，点 G 是 FD 的中点，且满足 $\triangle AFG$ 是等腰直角三角形，连接 GC ， GE ， BG 。

(1) 若 $AF = 3$ ，求 AD 的长；

(2) 求证： $GD = \sqrt{2}GE$ 。



第 25 题图

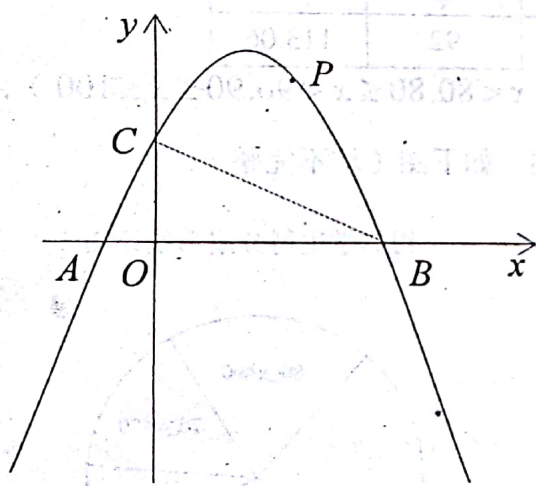


四、解答题：（本大题 1 个小题，共 8 分）解答时必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形（包括辅助线），请将解作过程书写在答题卡中对应的位置上。

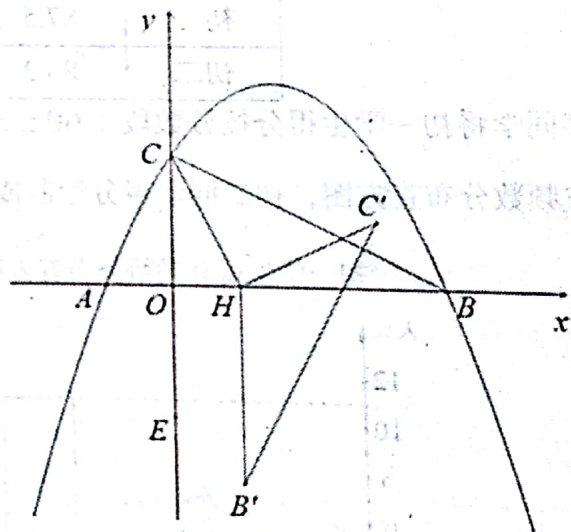
26. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 与 x 轴交于点 A 、 B （ A 在 B 的左侧），与 y 轴交于点 C ，连接 AC 、 BC 。

（1）如图 1，点 P 是直线 BC 上方抛物线上一点，当 $\triangle PBC$ 面积最大时，点 M 、 N 分别为 x 、 y 轴上的动点，连接 PM 、 PN 、 MN ，求 $\triangle PMN$ 的周长最小值；

（2）如图 2，点 C 关于 x 轴的对称点为点 E ，将抛物线沿射线 AE 的方向平移得到新的抛物线 y' ，使得 y' 交 x 轴于点 H 、 B （ H 在 B 的左侧）。将 $\triangle CHB$ 绕点 H 顺时针旋转 90° 至 $\triangle C'HB'$ 。抛物线 y' 的对称轴上有一动点 S ，坐标系内是否存在一点 K ，使得以 O 、 C' 、 K 、 S 为顶点的四边形是菱形，若存在，请直接写出点 K 的坐标；若不存在，请说明理由。



第 26 题图 1



第 26 题图 2



荣昌区 2019—2020 学年度第一学期期末学业测试
九年级数学试卷参考答案

一、选择题:(每小题 4 分, 12 个小题, 共 48 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	D	B	B	C	B	C	A	D	C	A

二、填空题:(每小题 4 分, 6 个小题, 共 24 分)

13. -2; 14. -2 ; 15. $\frac{1}{6}$; 16. $2\sqrt{2}-1-\frac{\pi}{2}$; 17. 6000; 18. 13.

三、解答题:(本大题 7 个小题, 每小题 10 分, 共 70 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形(包括辅助线)(其他解法正确相应给分).

19. (1) 解: 原式 = $a^2 - 4 - a^2 + 3a$ 4 分
 $= 3a - 4$ 5 分

(2) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 1$ 5 分

20. 解: (1) 因为 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象经过点 $(-3, 0), (2, -5)$

$$\therefore \begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ 4a + 2b + 3 = -5 \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

则二次函数的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$; 7 分

(2) 当 $x = -2$ 时, $y = -(-2)^2 - 2 \times (-2) + 3 = 3$ 9 分

所有点 $P(-2, 3)$ 在此二次函数的图像上. 10 分

21. 解: (1) $m = 95$ 1 分, $n = 92$; 3 分

(2) 5 人; 4 分, 圆心角为 54 度; 6 分

(3) 经过分析初一学生得分相对稳定 8 分

(4) 初一, 平均分较高或方差小或众数大(回答合理即可得分) 10 分

22. 解: (1) $x \neq 3$ 2 分

(2) $m = \frac{1}{2}$ 4 分

(3) 见图; 6 分



(4) 函数图象关于 $(3,1)$ 对称; 或当 $x > 3$ 时, y 随 x 的增大而减小; 或当 $x < 3$ 时, y 随 x 的增大而减小; 或当 $x < 3$ 时, $y < 1$; 或当 $x > 3$ 时, $y > 1$ 8 分

(5) $y_2 > y_3 > y_1$ 10 分

23. 解: (1) 设能购买多媒体设备 x 套.

$$\therefore 3000x + 600 \times 6x \leq 99000 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } x \leq 15; \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

答: 最多能购买多媒体设备 15 套. 4 分

$$(2) \text{ 由题意得: } 3000(1 - \frac{3}{5}a\%) \times 15(1 + a\%) + (600 - 5a) \times 90(1 + a\%) = 99000 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

设 $t = a\%$, 则原方程为:

$$3000(1 - \frac{3}{5}t) \times 15(1 + t) + (600 - 500t) \times 90(1 + t) = 99000 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{整理得: } 8t^2 - 3t = 0, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } t_1 = 0.375, t_2 = 0 \text{ (不合题意舍去)}$$

$$\therefore a = 37.5.$$

答: a 的值是 37.5. 10 分

$$24. \text{ 解: } x_2 = -2, x_3 = 1; \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \sqrt{3x^2 - 3x - 2} = x - 1, (x \geq 1, 3x^2 - 3x - 2 \geq 0) \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$3x^2 - 3x - 2 = x^2 - 2x + 1 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$2x^2 - x - 3 = 0. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1 \text{ (不合题意舍去)} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

25. 解: (1) 如 25 题图 1, 延长 AG 交 CD 于 H .

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\triangle AFG$ 是等腰直角三角形,

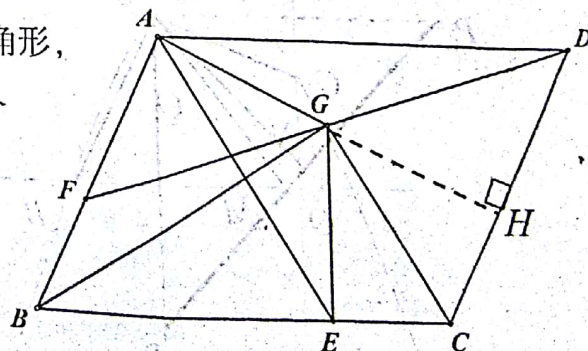
$$\therefore \angle FAG = \angle DHG = 90^\circ, \angle AGF = \angle HGD \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又 $\because FG = DG$,

$$\therefore \triangle AGF \cong \triangle HGD, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AG = GH = AF = 3,$$

$$\text{在 } Rt\triangle AHD \text{ 中, } AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = 3\sqrt{5}; \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



第 25 题图 1



(2) 如 25 题图 2, 延长 BG 交 CD 的延长线于 M ,

$$\therefore FG = DG,$$

$$\therefore \triangle BGF \cong \triangle MGD, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore BF = DM,$$

$$\text{又} \because AB = BE = CD, CE = BF,$$

$$\text{则 } BC = CM$$

$$\therefore \angle M = \angle CBM = \angle ABM$$

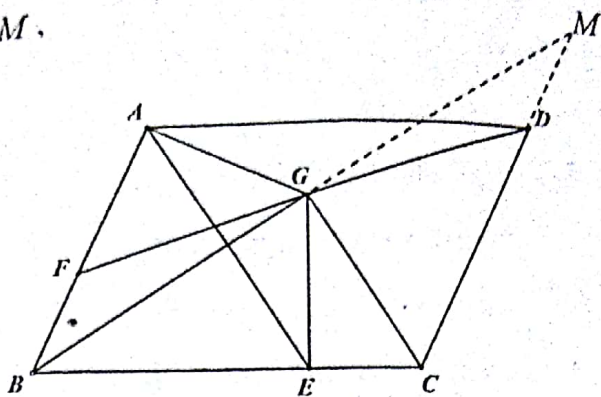
$$\because AB = BE, BG = BG,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle EBG, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore EG = AG,$$

$$\because \triangle AFG \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore DG = FG = \sqrt{2}AG = \sqrt{2}EG. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



第 25 题图 2

$$26. \text{解: (1) 如 26 题图 1, } A(-2,0), B(8,0), C(0,4), y_{BC} = -\frac{1}{2}x + 4 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{过点 } P \text{ 作 } y \text{ 轴平行线, 交线段 } BC \text{ 于点 } Q, \text{ 设 } P(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4), Q(m, -\frac{1}{2}m + 4)$$

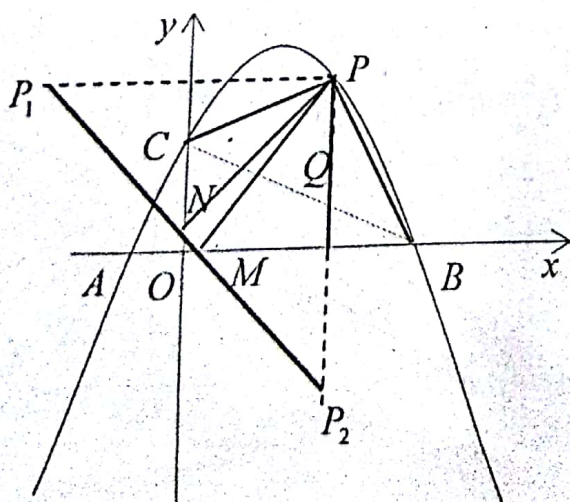
$$S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PCQ} + S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}(x_B - x_C)PQ = 4PQ = -\frac{1}{4}m^2 + 2m$$

$$\because 0 < m < 8, a = -\frac{1}{4} < 0, \therefore P(4,6) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

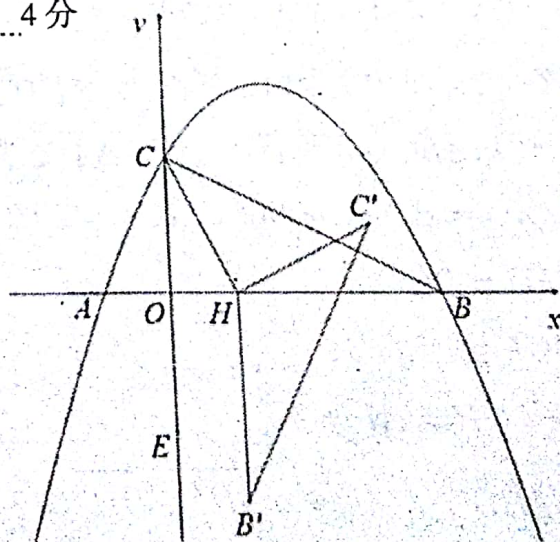
作 P 点关于 y 轴的对称点 P_1 , 作 P 点关于 x 轴的对称点 P_2 , 连接 P_1P_2 交 x 轴、 y 轴分别为 M 、 N , 此时 $\triangle PMN$ 的周长最小, 其周长等于线段 P_1P_2 的长;

$$\therefore P_1(-4,6), P_2(4,-6),$$

$$P_1P_2 = \sqrt{PP_1^2 + PP_2^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



第 26 题图 1



第 26 题图 2

$$(2) K_1(-1, \sqrt{39}), K_2(-1, -\sqrt{39}), K_3(11, 2 + \sqrt{15}), K_4(11, 2 - \sqrt{15}), K_5(1, 7) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

