1. 专题精讲

知识点1：函数中的最值问题

1、二次函数y=x2－4x＋3，当0≤x≤5时，y的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_

2、若变量y与变量x的函数关系是IMG_256，在IMG_257范围内的最大值为2，则常数m的值为\_\_\_\_\_\_\_\_

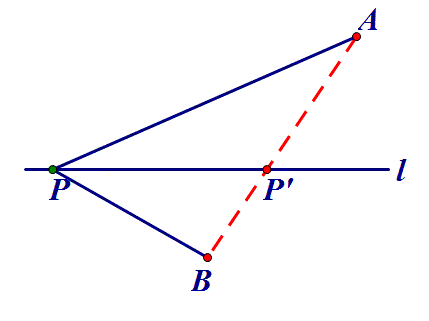
3、已知函数在的范围内最小值为3m最大值是3n，求m,n的值

**知识点2：几何中的最值问题**

**最值问题的基本原理**

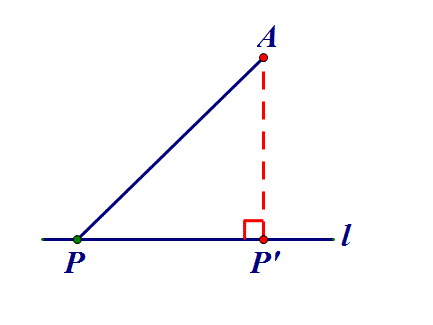
1. **两点之间线段最短**

点P在直线L上，AP+BP何时最小?



1. **点到直线垂线段最短**

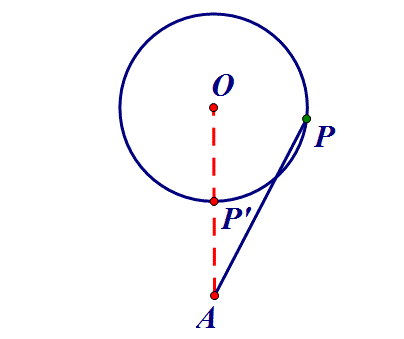
点P在直线L上，AP何时最小



1. **点到圆上的点的最短距离（最长距离）**

**定点到定圆→连圆心**

点P在圆O上，AP何时最小或者最大？



1. **两边之和大于第三边，两边之差小于第三边**

**知识点2：最值问题常见做法**

1. **做对称**
2. **做垂直**
3. **做中位线**
4. **做圆、做切线**

**题型1：做对称，做垂直**

1、如图所示，已知，为反比例函数图像上的两点，动点在正半轴上运动，当线段与线段之差达到最大时，点的坐标是 .

IMG_256

*y*

*x*

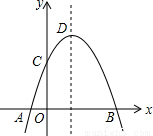
*O*

*A*

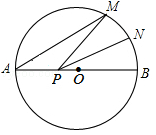
*B*

*P*

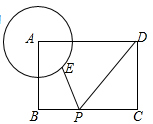
2、如图，抛物线*y*=－*x*2+2*x*+*m*+1交*x*轴于点*A*（*a*，0）和*B*（*b*，0），交*y*轴于点*C*，抛物线的顶点为*D*.点*C*关于抛物线对称轴的对称点为*E*，点*G*，*F*分别在*x*轴和*y*轴上，当*m*=2时，四边形*EDFG*周长的最小值为\_\_\_\_\_\_



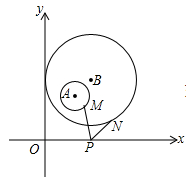
3、如图，AB是⊙O的直径，AB=8，点M在⊙O上，∠MAB=20°，N是弧MB的中点，P是直径AB上的一动点．若MN=1，则△PMN周长的最小值为 \_\_\_



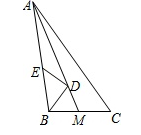
4、如图，矩形ABCD，AB=2,BC=3,以A为圆心、1为半径画圆，E是⊙A上一动点，P是BC上的一动点，则PE+PD的最小值是           ．



5、平面直角坐标系中，分别以点A（2，3）、点B（3，4）为圆心，1、3为半径作⊙A、⊙B，M，N分别是⊙A、⊙B上的动点，P为x轴上的动点，则PM+PN的最小值为\_\_\_\_\_。



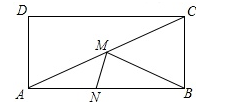
6、 △ABC中，AB＝14，AM平分∠BAC，∠BAM＝15°，点D、E分别为AM、AB的动点，则BD＋DE的最小值是\_\_\_\_\_\_。



7、如图，在菱形*ABCD*中，*AB*=2，∠*A*=120°，点*P*、*Q*、*K*分别为线段*BC*、*CD*、*BD*上的任意一点，则*PK*+*QK*的最小值为 .

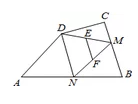


8、在矩形ABCD中，AB=10 , BC=5 ，若点M、N分别是线段AC、AB上的两个动点 ，则BM+MN的最小值为\_\_\_\_\_。



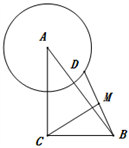
**题型2：做中位线**

1、四边形ABCD中，∠A=60°，AD=2，AB=3，点M，N分别为线段BC，AB上的动点（含端点，但点M不与点B重合），点E，F分别为DM，MN的中点，则EF长度的最大值为\_\_\_\_\_\_。



2、在平面直角坐标系中，点P(3，4)，⊙P半径为2，A(2.6，0)，B(5.2，0)，点M是⊙P上的动点，点C是MB的中点，则AC的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

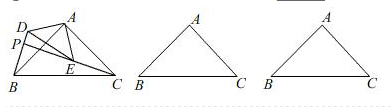
3、在Rt△ABC中，， AC=8， BC=6，点D是以点A为圆心4为半径的圆上一点，连接BD，点M为BD中点，线段CM长度的最大值为\_\_\_\_\_。



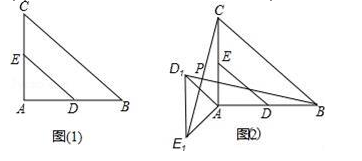
**题型3：与圆有关的最值问题**

1、在直角坐标系中，⊙A的圆心A的坐标为（-1，0），半径为1，点P为直线上的动点，过点P作⊙A的切线，切点为Q，则切线长PQ的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

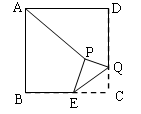
2、△ABC和△ADE是有公共顶点的等腰直角三角形，∠BAC=∠DAE=90°，点P为射线BD，CE的交点．若AB=4，AD=2，把△ADE绕点A旋转，旋转过程中线段PB长的最大值\_\_\_\_\_。



3、如图（1），在Rt△ABC中，∠A=90°，AC=AB=4，D，E分别是AB，AC的中点．若等腰Rt△ADE绕点A逆时针旋转，得到等腰Rt△AD1E1，如图（2），设旋转角为α（0＜α≤180°），记直线BD1与CE1的交点为P．  
(1)连接PA，△PAB面积的最大值为\_\_\_\_\_\_．（直接填写结果）

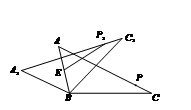


4、已知正方形ABCD的边长为3，E是BC上一点，BE=，Q是CD上一动点，将△CEQ沿直线EQ折叠后，点C落在点P处，连接PA．点Q从点C出发，沿线段CD向点D运动，当PA的长度最小时，CQ的长为\_\_\_\_\_。

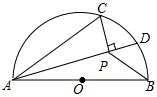


5、在△ABC中，AB＝3，BC＝4，∠ACB＝30°，将△ABC绕点B按逆时针方向旋转，得到△A1BC1．点E为线段AB中点，点P是线段AC上的动点，在△ABC绕点B按逆时针方向旋转的过程中，点P的对应点是点P1，则线段EP1长度的最大值与最小值分别为

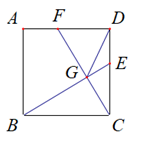
（提示：与旋转有关的问题要抓旋转过程中的不变量）



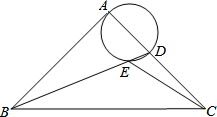
6、AB是半圆O的直径，AB=10，弦AC长为8，点D是弧BC上一个动点，连接AD，作CP⊥AD，垂足为P，连接BP，则BP的最小值是\_\_\_\_\_。



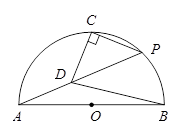
7、如图，在正方形ABCD中，AB=3，点E，F分别在CD，AD上，CE=DF，BE，CF相交于点G，连接DG .点E从点C运动到点D的过程中，DG的最小值为​



8、如图,Rt△ABC中,∠BAC=90∘AB=3,AC=4点D是AC边上一动点，连接BD，以AD为直径的圆交BD于点E，则线段CE长度的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_



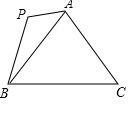
9、已知以AB为直径的圆O，C为AB弧的中点，P为BC弧上任意一点， CD⊥CP交AP于D，连结BD，若AB=6，则BD的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_



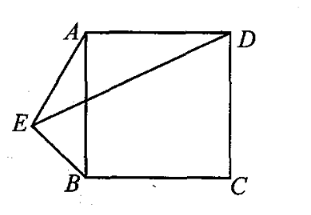
10、圆O的半径为4，等腰直角△ABC的直角顶点B为圆O上一点，顶点A在圆上运动时（不与点B重合），则OC的最小值为\_\_\_\_\_

**题型4：旋转**

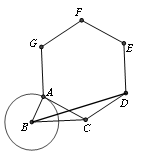
1、如图，设P到等边三角形ABC两顶点A、B的距离分别为2、3，则PC所能达到的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_



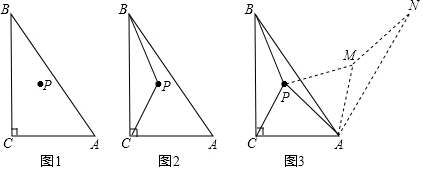
1. 在△ABE中，BE=，AE=2，以AB为边向外作正方形ABCD，连接DE，求DE的最大值。



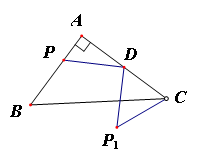
1. 如图，BC=2，A为半径为1的⊙B上一点，连接AC，在AC上方作一个正六边形ACDEFG，连接BD，则BD的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_

****

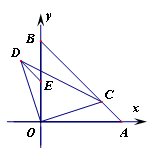
4、在△ABC中，∠ACB=90°，点P为△ABC内一点当AC=3，AB=6时，根据此图求PA+PB+PC的最小值\_\_\_\_\_。



5、如图，在Rt△ABC中，∠A=90°，AB=3，AC=4，点D为AC的中点，P为AB上的动点，将点P绕点D逆时针旋转90°得到P1，连接CP1，则线段CP1的最小值为

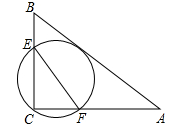


6、如图，在平面直角坐标中，已知OA=OB=4，△OCD是等腰三角形，∠COD=90°，E为OB的中点，若点C在直线AB上运动，连接DE，则在点C的运动过程中，线段DE的最小值为

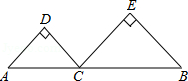


**题型5：矩形**

1、在△ABC中，AB=15，AC=12，BC=9，经过点C且与边AB相切的动圆与CB，CA分别相交于点E，F，则线段EF长度的最小值是\_\_\_\_\_\_。



2、如图，线段AB的长为2，C为AB上一个动点，分别以AC、BC为斜边在AB的同侧作两个等腰直角三角形△ACD和△BCE，那么DE长的最小值是　 　．

****

**题型6：相似与最值**

如图 1，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，CB＝4，CA＝6，⊙C 半径为 2，P 为圆上一

动点，连结 AP，BP，求 AP+

尝试解决：为了解决这个问题，下面给出一种解题思路：如图2，连接CP，在CB上取点D，使CD＝1，则有IMG_256＝IMG_257，又∵∠PCD＝∠BCP，∴△PCD∽△BCP，∴IMG_258＝IMG_259，∴PD＝IMG_260BP，∴AP＋IMG_261BP＝AP＋PD．

请你完成余下的思考，并直接写出答案：AP＋IMG_262BP的最小值为\_\_\_\_\_\_\_

自主探索：在“问题提出”的条件不变的情况下， IMG_263AP＋BP的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_

拓展延伸：已知扇形COD中，∠COD＝90º，OC＝6，OA＝3，OB＝5，点P是CD上一点IMG_265，求2PA＋PB的最小值．

