

雁江区 2019—2020 学年度上期九年级期末质量检测题

数 学

全卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。第I卷1至2页，第II卷3至6页。全卷满分150分，考试时间共120分钟。

答题前，请考生务必在答题卡上正确填涂自己的姓名、学校和考号，并将考试卷密封线内的项目填写清楚；考试结束，将试卷和答题卡一并交回。

第I卷 （选择题 共40分）

注意事项：

每小题选出的答案不能答在试卷上，须用铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦净后，再选涂其它答案。

一、单选题（每小题4分，共40分）

1. 下列计算正确的是（ ）

A. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$

B. $\sqrt{6} + \sqrt{6} = 6$

C. $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{16} \div \sqrt{4} = 4$

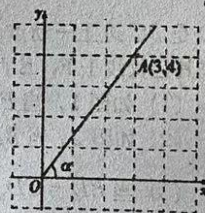
2. 如图，在平面直角坐标系中，点A的坐标为(3, 4)，那么 $\sin \alpha$ 的值是（ ）

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$



(第2题图)

3. 已知 $ab < 0$ ，则 $\sqrt{-a^2b}$ 化简后为：（ ）

A. $-a\sqrt{-b}$

B. $-a\sqrt{b}$

C. $a\sqrt{b}$

D. $a\sqrt{-b}$

4. 电影《我和我的祖国》讲述了普通人与国家之间息息相关密不可分的动人故事，一上映就获得全国人民的追捧，第一天票房约3亿元，以后每天票房按相同的增长率增长，三天后累计票房收入达10亿元，若把增长率记作 x ，则方程可以列为（ ）

A. $3(1+x) = 10$

B. $3(1+x)^2 = 10$

C. $3+3(1+x)^2 = 10$

D. $3+3(1+x)+3(1+x)^2 = 10$

5. 若方程 $2x^2 + x - 2m + 1 = 0$ 有一正实根和一负实根，则 m 的取值范围是（ ）。

A. $m \geq \frac{7}{16}$

B. $m > \frac{1}{2}$

C. $m > \frac{7}{16}$

D. $m \geq \frac{1}{2}$

题

6. 已知线段 AB 的两个端点的坐标分别是 $A(m, m)$, $B(2n, n)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{2}$, 把线段 AB 缩小, 则经过位似变换后, A 的对应点 A' 坐标是 ()

2

并

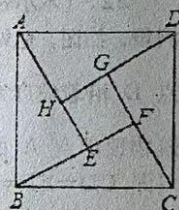
- A. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ B. $(-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n)$
C. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ 或 $(-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n)$ D. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ 或 $(-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n)$

7. 已知 $2+\sqrt{3}$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 的一个根, 则方程的另一个根与 c 的值分别是 ()

为

- A. $2-\sqrt{3}$, 1 B. $-6-\sqrt{3}$, $15-8\sqrt{3}$
C. $\sqrt{3}-2$, -1 D. $2-\sqrt{3}$, $7+4\sqrt{3}$

8. 如图, 图案是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”. 已知 $AE=4$, $BE=3$, 若向正方形 $ABCD$ 内任意投掷飞镖 (每次均落在正方形 $ABCD$ 内, 且落在正方形 $ABCD$ 内任何一点的机会均等), 则恰好落在正方形 $EFGH$ 内的概率为 ()



(第8题图)

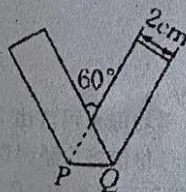
- A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{9}$

9. 将宽为 2 cm 的长方形纸条折叠成如图所示的形状, 那么折痕 PQ 的长是 ()

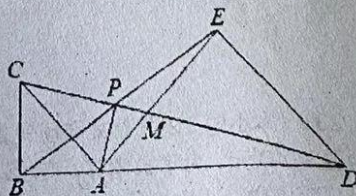
- A. 2 cm B. $\sqrt{5}$ cm C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm

10. 如图, 点 A 在线段 BD 上, 在 BD 的同侧作等腰 $Rt\triangle ABC$ 和等腰 $Rt\triangle ADE$, 其中 $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$, CD 与 BE , AE 分别交于点 P , M . 对于下列结论: ① $\triangle CAM \sim \triangle DEM$; ② $CD = 2BE$; ③ $MP \cdot MD = MA \cdot ME$; ④ $2CB^2 = CP \cdot CM$. 其中正确的是 ()

- A. ①② B. ①②③ C. ①②③④ D. ①③④



(第9题图)



(第10题图)

第II卷（非选择题 共110分）

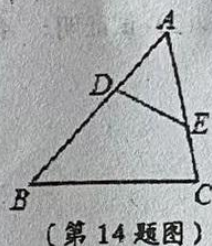
二、填空题（每小题4分，共24分）

11. 当 x _____ 时，代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{|x|-2}$ 在实数范围内有意义.

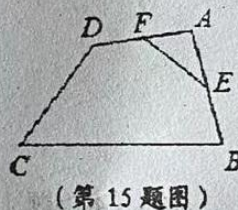
12. 若 $(x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 + y^2) - 3 = 0$ ，则 $x^2 + y^2 =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中 $BC=2, AB=2\sqrt{3}, AC=b$ ，且关于 x 的方程 $x^2 - 4x + b = 0$ 有两个相等的实数根，则 AC 边上的中线长为 _____.

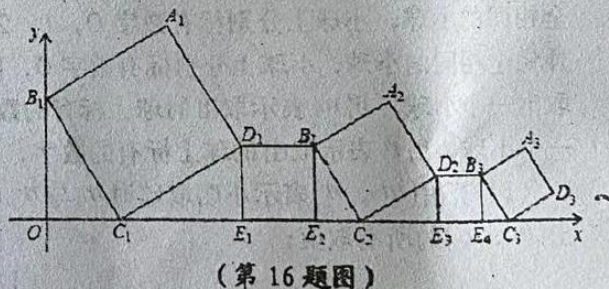
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在 AB, AC 上， $\angle ADE = \angle C$ ，如果 $AE=4$ ， $\triangle ADE$ 的面积为 5，四边形 $BCED$ 的面积为 15，那么 AB 的长为 _____.



15. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别是 AB, AD 的中点，若 $EF=2, BC=5, CD=3$ ，则 $\tan C$ 的值为 _____.



16. 如图，一组正方形按如图所示放置，其中顶点 B_1 在 y 轴上，顶点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3, \dots$



在 x 轴上. 已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1， $\angle B_1C_1O = 60^\circ$ ， $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3 \dots$ ，则正方形 $A_{2019}B_{2019}C_{2019}D_{2019}$ 的边长是 _____.

三、解答题（8小题，共86分）

17. (本小题8分) 计算：

$$\left(\frac{1}{2019}\right)^{-1} + (3.14 - \pi)^0 - |\sqrt{2} - 2\sqrt{3}| - 2\cos 45^\circ + \sqrt{12}$$

18. (本小题 10 分) 解下列方程:

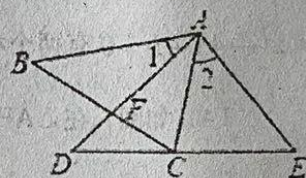
(1) $4x(1-x)=1$.

(2) $2x^2+6x-7=0$ (用配方法解)

19. (本小题 10 分) 如图, 点 C 在 $\triangle ADE$ 的边 DE 上, AD 与 BC 相交于点 F, $\angle 1 = \angle 2$, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$.

(1) 试证明: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$;

(2) 试证明: $AF \cdot DF = BF \cdot CF$.



(第 19 题图)

20. (本小题 10 分) 有 A、B 两个黑布袋, A 布袋中有四个除标号外完全相同的小球, 小球上分别标有数字 0, 1, 2, 3, B 布袋中有三个除标号外完全相同的小球, 小球上分别标有数字 0, 1, 2. 小明先从 A 布袋中随机取出一个小球, 用 m 表示取出的球上标有的数字, 再从 B 布袋中随机取出一个小球, 用 n 表示取出的球上标有的数字.

(1) 若用 (m, n) 表示小明取球时 m 与 n 的对应值, 请画出树状图并写出 (m, n) 的所有取值;

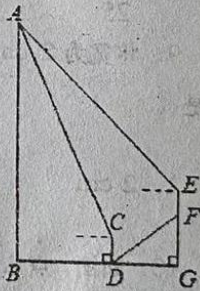
(2) 求关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}n = 0$ 有实数根的概率.

21. (本小题 10 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + 4k - 3 = 0$

(1) 求证: 无论 k 取什么实数值, 该方程总有两个不相等的实数根?

(2) 当 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 $a = \sqrt{31}$, 且两条直角边的长 b 和 c 恰好是这个方程的两个根时, 求 k 的值.

22. (本小题 12 分) 小明同学上周末对公园钟楼 (AB) 的高度进行了测量. 如图, 他站在点 D 处测得钟楼顶部点 A 的仰角为 67° . 然后他从点 D 沿着坡度为 $i = 1 : \frac{4}{3}$ 的斜坡 DF 方向走 20 米到达点 F, 此时测得建筑物顶部点 A 的仰角为 45° . 已知该同学的视线距地面高度为 1.6 米 (即 $CD = EF = 1.6$ 米), 图中所有的点均在同一平面内, 点 B、D、G 在同一条直线上, 点 E、F、G 在同一条直线上, AB、CD、EF 均垂直于 BG. 则钟楼 AB 的高约为? (精确到 0.1) (参考数据: $\sin 67^\circ \approx 0.92$, $\cos 67^\circ \approx 0.39$, $\tan 67^\circ \approx 2.36$)



(第 22 题图)

23. (本小题 12 分) 某商场销售一批小家电, 平均每天可售出 20 台, 每台盈利 40 元. 为了去库存, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现, 在一定范围内, 小家电的单价每降 5 元, 商场平均每天可多售出 10 台. 如果商场将这批小家电的单价降低 x 元, 通过销售这批小家电每天盈利 y 元.

- (1) 每天的销售量是 台(用含 x 的代数式表示);
- (2) 求 y 与 x 之间的关系式;
- (3) 如果商场通过销售这批小家电每天要盈利 1050 元, 那么单价应降多少元?

24. (本小题 14 分) $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2$, $AC = 4$, D 是 BC 边上一动点, G 是 BC 边上的动点, $GE \parallel AD$ 分别交 AC 、 BA 或其延长线于 F 、 E 两点

- (1) 如图 1, 当 $BC = 5BD$ 时, 求证: $EG \perp BC$;
- (2) 如图 2, 当 $BD = CD$ 时, $FG + EG$ 是否发生变化? 证明你的结论;
- (3) 当 $BD = CD$, $FG = 2EF$ 时, DG 的值 = .

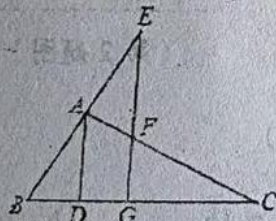


图 1

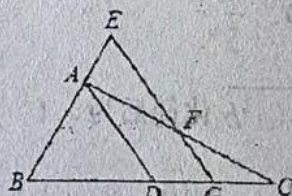
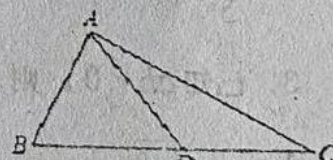


图 2



备用图

(第 24 题图)

雁江区 2019—2020 学年度上期九年级期末质量检测题

数学参考答案及评分意见

一、单选题（每小题 4 分，共 40 分）

1. C 2. D 3. D 4. D 5. B 6. C 7. A 8. A 9. C 10. D

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

11. $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$ 12. 3 13. 2 14. 8 15. $\frac{4}{3}$ 16. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2018}$

三、解答题（8 小题，共 86 分）

17. (本小题 8 分) 解: 原式 $= 2019 + 1 + \sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{3}$ 5 分
 $= 2020 + \sqrt{2} - 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
 $= 2020;$ 8 分

18. (本小题 8 分)

(1) 解: $4x - 4x^2 = 1$
 $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 $(2x - 1)^2 = 0$
 $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ 5 分

(2) 解: $2(x^2 + 3x) = 7$

$$2 \left[x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right] = 7$$

$$2 \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{9}{2} = 7$$

$$2 \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 = \frac{23}{2}$$

$$\left(x + \frac{3}{2} \right)^2 = \frac{23}{4}$$

解得: $x_1 = \frac{\sqrt{23}}{2} - \frac{3}{2}$ 或 $x_2 = -\frac{\sqrt{23}}{2} - \frac{3}{2}$ 10 分

19. (本小题 10 分)

(1) 证明: $\because \angle 1 = \angle 2,$

$$\therefore \angle 1 + \angle DAC = \angle 2 + \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE},$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE; \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 证明: $\because \triangle ABC \sim \triangle ADE,$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle BFA = \angle DFC,$$

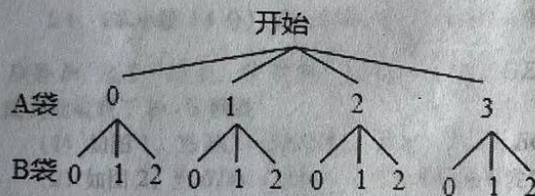
$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{BF}{DF} = \frac{AF}{CF},$$

$$\therefore AF \cdot DF = BF \cdot CF. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

20. (本小题 10 分)

(1) 画树状图得:



则 (m, n) 的所有取值为: $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2); \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}n = 0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = m^2 - 2n \geq 0,$$

\therefore 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}n = 0$ 有实数根的有: $(0, 0), (1, 0), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2);$

\therefore 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}n = 0$ 有实数根的概率为:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

21. (本小题 10 分)

(1) 证明: $\because \Delta = [-(2k+1)]^2 - 4 \times 1 \times (4k-3) = 4k^2 - 12k + 13 = (2k-3)^2 + 4$

\therefore 无论 k 取什么实数值, 总有 $=(2k-3)^2 + 4 > 0$, 即 $\Delta > 0$,

\therefore 无论 k 取什么实数值, 该方程总有两个不相等的实数根: 3 分

(2) 解: \because 两条直角边的长 b 和 c 恰好是方程 $x^2 - (2k+1)x^2 + 4k-3=0$ 的两个根, 得

$\therefore b+c=2k+1$ 5. $bc=4k-3$ 7. 8. 9. C 10. D

又 \because 在直角 $\triangle ABC$ 中, 根据勾股定理, 得

$b^2+c^2=a^2$, $\therefore (b+c)^2-2bc=(\sqrt{31})^2$, 即 $(2k+1)^2-2(4k-3)=31$,

整理后, 得 $k^2-k-6=0$, 解这个方程, 得 $k_1=-2$ 或 $k_2=3$,

当 $k=-2$ 时, $b+c=-3 < 0$, 不符合题意, 舍去, 当 $k=3$ 时, $b+c=7$, 符合题意, 故 $k=3$.
..... 10 分

22. (本小题 12 分)

在 $Rt\triangle DGF$ 中,

$\because i=1: \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$,

$\therefore \tan \angle FDG = \frac{FG}{DG} = \frac{3}{4}$,

..... 2 分

设 $FG=3x$ 米, 则 $DG=4x$ 米

根据勾股定理 $DG^2 + GF^2 = DF^2$

即 $(3x)^2 + (4x)^2 = 20^2$

解得 $x_1=4$ 或 $x_2=-4$ (舍去)

$\therefore FG=3x=12$ 米, $DG=4x=16$ 米.

..... 5 分

如下图: 过 E 、 C 点作 $EH \perp AB$, $CK \perp AB$, 分别交 AB 于 H , K . 延长 DC 交 HE 于 I .

$\because CK \perp AB$

$\therefore \angle CKB=90^\circ$,

由题可得 $\angle B=90^\circ$, $\angle CDB=90^\circ$,

\therefore 四边形 $BDCK$ 为矩形,

$\therefore KB=CD=1.6$ 米, $CK=BD$,

同理可证四边形 $HBGE$ 为矩形

$\therefore HB=EG$, $HE=BG$,

$\therefore HK=HB-KB=EF+GF-KB=GF=12$ 米,

..... 9 分

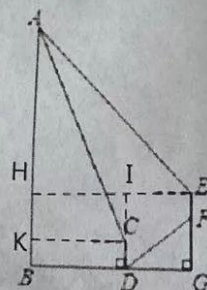
设 $AH=y$ 米,

在 $Rt\triangle AHE$ 中,

$\because \angle AEH=45^\circ$,

$\therefore Rt\triangle AHE$ 为等腰直角三角形, $HE=AH=y$ 米.

在 $Rt\triangle AKC$ 中, $AK=AH+HK=y+12$ 米, $CK=BD=BG-DG=y-16$.



$$\tan \angle ACK = \tan 67^\circ = \frac{AK}{KC} = \frac{y+12}{y-16} \approx 2.36$$

解得 $y \approx 36.6$ 米

$$\therefore AB = AH + HB = 36.6 + 12 + 1.6 = 50.2 \text{ 米.}$$

..... 12 分

23. (本小题 12 分)

(1) 根据题意, 得

每天的销售量为 $(20+2x)$ 台.

故答案为 $20+2x$ 2 分

(2) 根据题意, 得

$$y = (40-x)(20+2x)$$

$$y = -2x^2 + 60x + 800 (0 < x < 40) \text{ 6 分}$$

(3) 根据题意, 得

$$(40-x)(20+2x) = 1050$$

$$x^2 - 30x + 125 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 5, x_2 = 25$$

为了去库存,

$\therefore x = 5$ 应舍去.

答: 单价应降 25 元. 12 分

24. (本小题 14 分)

证明: (1) 如图 1,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = 2, AC = 4,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{5},$$

$$\because BC = 5BD,$$

$$\therefore BD = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BA} = \sqrt{5},$$

$$\text{又} \because \angle DBA = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle BDA \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because EG \parallel AD,$$

$$\therefore EG \perp BC. \text{ 3 分}$$

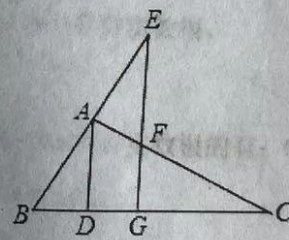


图 1

(2) $FG=EG=2\sqrt{5}$ 不变,

如图 2,

$\because EG \parallel AD$,

$\therefore \triangle CFG \sim \triangle CAD$,

$$\therefore \frac{FG}{AD} = \frac{CG}{CD},$$

$$\text{同理 } \frac{EG}{AD} = \frac{BG}{BD},$$

$\because BD=CD$,

$$\therefore \frac{FG}{AD} + \frac{EG}{AD} = \frac{BG}{BD} + \frac{CG}{CD} = 2,$$

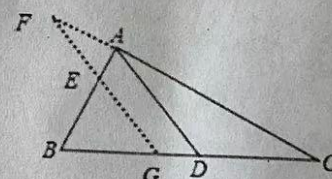
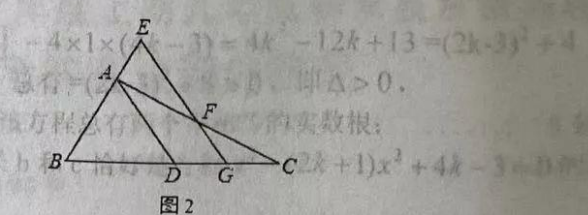
$\therefore EG+FG=2AD$,

$\because BD=CD, \angle BAC=90^\circ$,

$$\therefore AD = \frac{1}{2} BC = \sqrt{5},$$

$$\therefore EG+FG=2AD=2\sqrt{5}.$$

..... 8 分



(3) ① 如图,

当 $BD=CD, FG=2EF$ 时,

则 $GE=EF$,

$\because GE \parallel AD, AD \parallel GF$,

$\therefore \triangle CFG \sim \triangle CAD, \triangle ABD \sim \triangle BGE$,

$$\therefore \frac{GE}{AD} = \frac{BG}{BD}, \frac{CG}{CD} = \frac{GF}{AD},$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \frac{GF}{GE} = \frac{2}{1},$$

又 $BG+CG=2\sqrt{5}$,

$$\therefore BG = \frac{2}{3}\sqrt{5},$$

$$\therefore DG=BD=BG = \frac{\sqrt{5}}{3};$$

② 如图,

当 $BD=CD, FG=2EF$ 时,

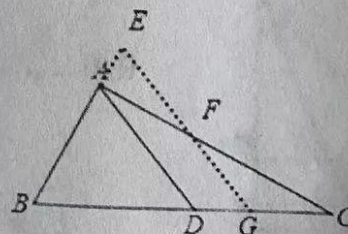
则 $GE=EF$,

$\because GE \parallel AD, AD \parallel GF$,

$\therefore \triangle CFG \sim \triangle CAD, \triangle ABD \sim \triangle AGE$,

$$\therefore \frac{GF}{AD} = \frac{CG}{CD}, \frac{GE}{AD} = \frac{BG}{BD},$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \frac{GF}{GE} = \frac{2}{1},$$



$$\text{又 } BG+CG=2\sqrt{5}, \quad \frac{AK}{KC} = \frac{y+12}{y-16} = 2.75$$

$$\therefore CG = \frac{4}{5}\sqrt{5}$$

$$\therefore DG = CD - CG = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{综上所述 } DG \text{ 为 } \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ 或 } \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

12. (3 小题 12 分)

(1) 设减价后，每

箱的利润为 $(20-2x)$ 元

则销量为 $20+2x$

有题设，得

$$y = (40-x)(20+2x)$$

$$y = -2x^2 + 60x + 800 \quad 0 \leq x \leq 40 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由题设，得

$$40-x)(20+2x) = 1080$$

$$-2x^2 + 60x + 800 = 1080$$

$$\text{解得 } x_1 = 5, x_2 = 25$$

为了去库存，

$\therefore x=5$ 应舍去。

答：单价应降 26 元。

13. (3 小题 14 分)

(1) 如图 1.

$$\because \angle C = 90^\circ, AB = 2, AC = 1$$

$$BC = 2\sqrt{5}$$

$$BD = 5BD$$

$$\therefore BD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BA} = \sqrt{5}$$

$$\because \angle DBA = \angle ABC$$

$$\therefore \triangle BDA \sim \triangle BAC$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore EG \parallel AD$$

$$\therefore EG \perp BC$$

