

常熟市 2019 - 2020 学年第一学期期末学业水平调研

初三数学参考答案及评分标准

2020.1

一、选择题 (每题 3 分)

1. A 2. D 3. C 4. C 5. B 6. B 7. D 8. C 9. B 10. A

二、填空题 (每题 3 分)

11. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 12. $OP > 5$ 13. 甲 14. $y = -2(x-2)^2 + 3$

15. 51. $7(1+x)^2 = 261$ 16. 1 17. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 18. 24

三、解答题 (共 76 分)

19. 解: $(x-1)(2x-1) = 0$ 3 分

$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$ 5 分

20. 解: 原式 = $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 分

$= 1 - \sqrt{3}$ 5 分

21. 解: 把 $x = 3$ 代入方程, 得 $9 - 3(m+1) + 2m = 0$, 1 分

解, 得 $m = 6$ 2 分

把 $m = 6$ 代入原方程, 得 $x^2 - 7x + 12 = 0$, 3 分

解, 得 $x_1 = 3, x_2 = 4$ 5 分

所以另一根为 4. 6 分

22. (1) 50; 144 2 分

(2) 图略. B: 20 人; C: 10 人 4 分

(3) 列表:

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1		(男 1, 男 2)	(男 1, 女 1)	(男 1, 女 2)
男 2	(男 2, 男 1)		(男 2, 女 1)	(男 2, 女 2)
女 1	(女 1, 男 1)	(女 1, 男 2)		(女 1, 女 2)
女 2	(女 2, 男 1)	(女 2, 男 2)	(女 2, 女 1)	

..... 7 分

$\therefore P(\text{恰好选中一名男生和一名女生}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ 8 分

23. 解: (1) 令 $y = 0$, 得 $x = 3$, $\therefore A(3, 0)$. 把 $B(-2, m)$ 代入 $y = x - 3$, 解得 $B(-2, -5)$.

把 $A(3, 0), B(-2, -5)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$,

$$\begin{cases} 0 = -9 + 3b + c, \\ -5 = -4 - 2b + c, \end{cases} \therefore \begin{cases} b = 2, \\ c = 3, \end{cases}$$

\therefore 二次函数的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ 2 分

(2) 由图像可知, $x < -2$ 或 $x > 3$ 4 分

(3) 令 $x = 0$, 则 $y = 3$, $\therefore C(0, 3)$.

\therefore 平移, $\therefore \triangle AOC \cong \triangle DFE$, $\therefore EF = FD = 3$.

设点 $E(a, a-3)$, 则 $D(a+3, a-6)$, 5 分

$\therefore a-6 = -(a+3)^2 + 2(a+3) + 3$, $\therefore a_1 = 1, a_2 = -6$ (舍去)

$\therefore D(4, -5)$ 7 分

24. 解: 过点 B 作 $BC \perp MN$, 垂足为 C . 过点 B 作 $BD \perp AN$, 垂足

为 D .

$\because MN \perp AN, \therefore \angle BCN = \angle CND = \angle BDN = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $BCND$ 是矩形, $\therefore BC = DN, BD = CN$, $\angle ADB = 90^\circ$.

$\because i = 3:4, \therefore \frac{BD}{AD} = \frac{3}{4}$,

\therefore 设 $BD = 3k, AD = 4k, \therefore AB = 5k = 20$,

$\therefore k = 4, \therefore BD = 12\text{m}, AD = 16\text{m}$ 1 分

根据题意, $\angle MBC = 30^\circ, \angle MAN = 45^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中, 设 $CM = xm$,

$\therefore \tan 30^\circ = \frac{CM}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore BC = \sqrt{3}xm, \therefore DN = \sqrt{3}xm$,

$\therefore AN = DN - AD = (\sqrt{3}x - 16)\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle AMN$ 中, $\because \angle MAN = 45^\circ, MN = AN = (\sqrt{3}x - 16)\text{m}$ 3 分

又 $\because MN = MC + CN = (x + 12)\text{m}$, 4 分

$\therefore \sqrt{3}x - 16 = x + 12$, 解得 $x = 14\sqrt{3} + 14$, 6 分

$\therefore MN = (14\sqrt{3} + 26)\text{m}$ 7 分

答: 建筑物 MN 的高度为 $(14\sqrt{3} + 26)\text{m}$.

25. 解: (1) 根据题意, 得 $(x-30)(-10x+600) = 2000$, 1 分

解, 得 $x_1 = 40, x_2 = 50$ 2 分

\therefore 让消费者得到最大的实惠, $\therefore x_1 = 40$.

答: 售价应定为每件 40 元. 3 分

(2) $W = (x-30)(-10x+600) = -10x^2 + 900x - 18000$

$= -10(x-45)^2 + 2250$.

$\because -10 < 0, \therefore$ 当 $x = 45$ 时, W 有最大值 2250. 5 分

当 $x = 35$ 时, $W = 1250$; 当 $x = 52$ 时, $W = 1760$ 7 分

\therefore 每周获得的利润的取值范围是 $1250 \leq W \leq 2250$ 元. 8 分

26. (1) 证明: 连接 AE .

$\because AB$ 为直径 $\therefore \angle AEB = 90^\circ$. 又 $\because AB = AC$,

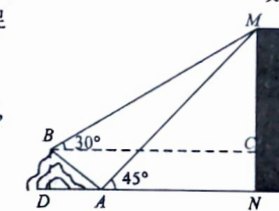
$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC$,

$\therefore \angle CBF = \frac{1}{2} \angle BAC, \therefore \angle CBF = \angle BAE$ 1 分

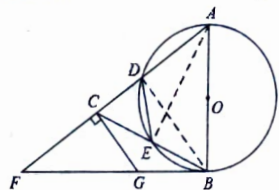
$\because \angle BAE + \angle ABE = 90^\circ, \therefore \angle FBC + \angle ABE = 90^\circ$,
即 $AB \perp BF$ 2 分

又 $\because AB$ 是直径,

$\therefore FB$ 与 $\odot O$ 相切. 3 分



(第24题)



(第26题)

- (2) 解: $\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle ACB$,
 又 $\because AB \perp BF, CG \perp AC$,
 $\therefore \angle ABC + \angle GBC = \angle ACB + \angle BCG$,
 $\therefore \angle GBC = \angle BCG, \therefore BG = CG = 3$ 4 分
 $\because CG = 3, CF = 4, \therefore FG = 5, \therefore FB = 8$ 5 分
 $\therefore \tan F = \frac{CG}{CF} = \frac{AB}{BF}$,
 $\therefore AB = 6, \therefore \odot O$ 的半径是 3. 6 分

- (3) 解: 连接 $BD, \because AB$ 为直径 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.
 $\because AB = AC, AE \perp BC, \therefore E$ 为 BC 中点, $\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle CDE}$.
 又 $\because \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5}$, 设 $S_1 = a, S_2 = 5a, \therefore S_{\triangle BCD} = 2a, S_{\triangle ABD} = 3a$.
 $\therefore \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{CD}{AD} = \frac{2}{3}$ 8 分
 又 $\because AB = AC = 10, \therefore AD = 6, CD = 4$.
 \therefore 在 $Rt\triangle ABD$ 中, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 8$, 9 分
 \therefore 在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = 4\sqrt{5}$ 10 分
 (其它方法参考得分)

27. (1) 证明: $\because \angle BAC = 90^\circ, G$ 为 BC 中点,
 $\therefore AG = BG = GC, \therefore \angle ABG = \angle BAG$ 1 分
 又 $\because BD \perp AG, \therefore \angle BAG + \angle DAF = \angle ADF + \angle DAF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADB = \angle BAG$ 2 分
 $\therefore \widehat{AB} = \widehat{AB}, \therefore \angle AEB = \angle ADB, \therefore \angle ABE = \angle AEB, \therefore AB = AE$ 3 分

- (2) 解: $\because \odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆, 且 $\angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore BD$ 是直径. 4 分

$$\because DM \text{ 是切线}, \therefore DM \perp BD, \because BD \perp AG, \therefore DM \parallel AG, \therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CM}{CG},$$

$$\therefore \frac{GM}{GC} = \frac{1}{4}, \therefore \frac{CD}{CA} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{设 } CD = 3k, AC = 4k, \therefore AD = k.$$

$$\therefore \angle BDA = \angle ABC, \angle BAD = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}, \therefore AB^2 = AD \cdot AC, \therefore AB = 2k, \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中}, \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = 2. \dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(3) \because DF = 1, \tan \angle ADF = \tan \angle BAF = 2, \therefore AF = 2, BF = 4. \dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{5}, AC = 4\sqrt{5}. \dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = 10, BG = 5. \dots\dots 10 \text{ 分}$$

28. (1) 解: 设 $y = a(x+2)^2 (a \neq 0)$, 把点 $B(-5, 9)$ 代入,
 得 $9 = a(-5+2)^2$, 解得 $a = 1$,
 \therefore 该抛物线对应的函数表达式为 $y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ 2 分

- (2) ① 设直线 AB 的函数表达式为 $y = kx + b$,

$$\text{把 } A(-2, 0), B(-5, 9) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 0 = -2k + b, \\ 9 = -5k + b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -3 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的函数表达式为 } y_{AB} = -3x - 6. \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{设直线 } AB \text{ 与 } y \text{ 轴交于点 } C', \therefore C'(0, -6), \therefore CC' = 10.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times (5-2) \times 10 = 15, S_{\triangle PAB} = \frac{1}{5} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{5} \times 15 = 3. \dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{设点 } P(x, x^2 + 4x + 4), \text{ 过 } P \text{ 作 } y \text{ 轴的平行线交 } AB \text{ 于点 } P', \text{ 则 } P'(x, -3x - 6),$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times [(-3x - 6) - (x^2 + 4x + 4)] \times 3 = 3,$$

$$x_1 = -3, x_2 = -4,$$

$$\text{所以点 } P \text{ 的坐标为 } P_1(-3, 1), P_2(-4, 4) \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{② 过 } P \text{ 作 } x \text{ 轴的垂线, 垂足为点 } E, \text{ 设 } AE = t, \text{ 则 } P(-2-t, t^2), PE = t^2,$$

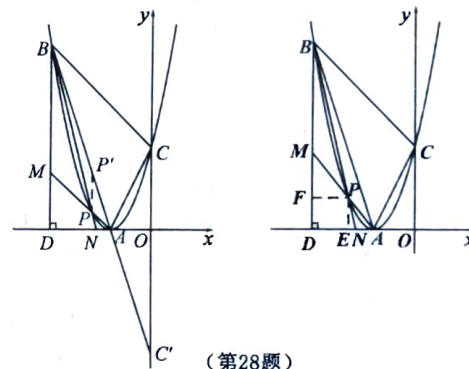
$$\text{由 } PE \parallel BD, \text{ 得 } \triangle APE \sim \triangle AMD, \frac{PE}{AE} = \frac{DM}{DA}, \text{ 即 } \frac{t^2}{t} = \frac{DM}{3}, \text{ 故 } DM = 3t. \dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{过 } P \text{ 作 } BD \text{ 的垂线, 垂足为点 } F,$$

$$\text{由 } PF \parallel ND, \text{ 得 } \triangle BPF \sim \triangle BND, \frac{BF}{PF} = \frac{DB}{DN}, \text{ 即 } \frac{9-t^2}{3-t} = \frac{9}{DN}, \text{ 故 } DN = \frac{9}{3+t}, \dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } DN(DM + DB) = \frac{9}{3+t}(3t+9) = 27, \text{ 是定值. } \dots\dots 10 \text{ 分}$$

(其它方法参考得分)



(第28题)