

# 鼓楼区 九年级

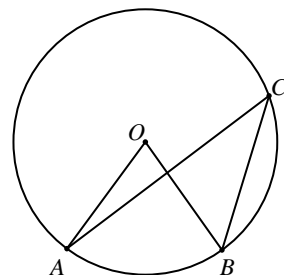
## 数 学

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 若关于  $x$  的方程  $(m-1)x^2+mx-1=0$  是一元二次方程，则  $m$  的取值范围是  
 A.  $m \neq 1$                       B.  $m = 1$                       C.  $m \neq 0$                       D.  $m \geq 1$

2. 已知  $\triangle ABC$ ，以  $AB$  为直径作  $\odot O$ ， $\angle C = 88^\circ$ ，则点  $C$  在  
 A.  $\odot O$  上                      B.  $\odot O$  外                      C.  $\odot O$  内                      D. 无法确定

3. 要得到函数  $y = 2(x-1)^2 + 3$  的图像，可以将函数  $y = 2x^2$  的图像  
 A. 向左平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度  
 B. 向左平移 1 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度  
 C. 向右平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度  
 D. 向右平移 1 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度

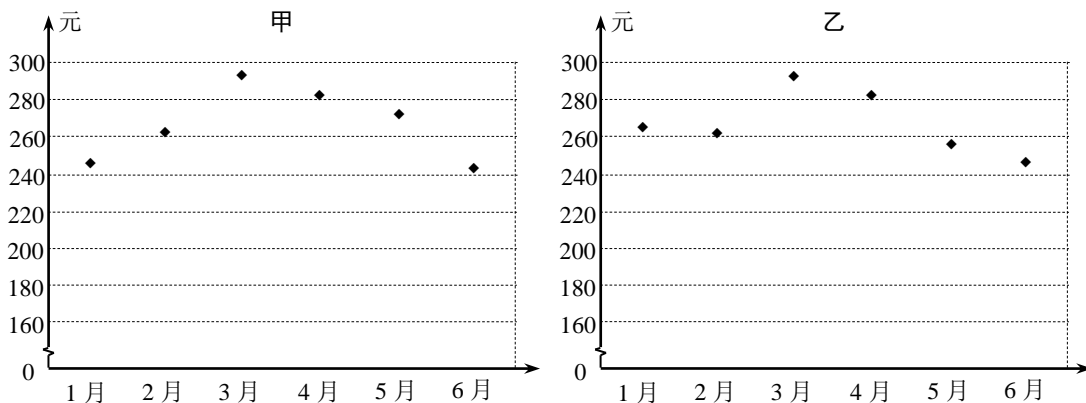


（第 4 题）

4. 如图， $OA$ 、 $OB$  是  $\odot O$  的半径， $C$  是  $\odot O$  上一点．若  $\angle OAC = 16^\circ$ ，  
 $\angle OBC = 54^\circ$ ，则  $\angle AOB$  的大小是  
 A.  $70^\circ$                       B.  $72^\circ$                       C.  $74^\circ$                       D.  $76^\circ$

5. 下图是甲、乙两人 2019 年上半年每月电费支出的统计，则

他们 2019 年上半年月电费支出的方差  $s_{\text{甲}}^2$  和  $s_{\text{乙}}^2$  的大小关系是



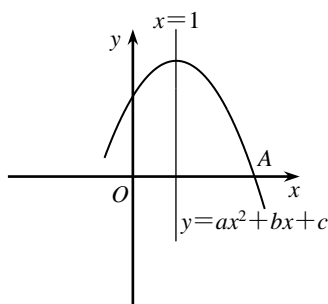
（第 5 题）

- A.  $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$                       B.  $s_{\text{甲}}^2 = s_{\text{乙}}^2$                       C.  $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$                       D. 无法确定
6. 已知关于  $x$  的函数  $y = x^2 + 2mx + 1$ ，若  $x > 1$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大，则  $m$  的取值范围是  
 A.  $m \geq 1$                       B.  $m \leq 1$                       C.  $m \geq -1$                       D.  $m \leq -1$

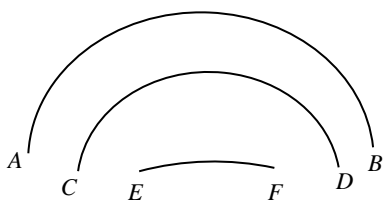
二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. 数据 2, 3, 5, 5, 4 的众数是     ▲    ．

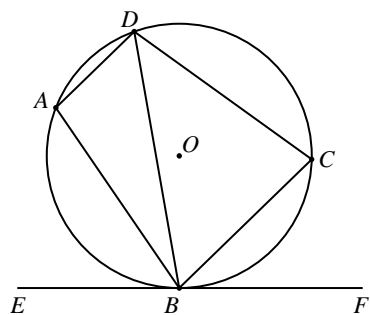
8. 二次函数  $y=x^2-4x+5$  图像的顶点坐标为 ▲.
9. 若扇形的半径长为 3, 圆心角为  $60^\circ$ , 则该扇形的弧长为 ▲.
10. 某企业 2017 年全年收入 720 万元, 2019 年全年收入 845 万元, 若设该企业全年收入的年平均增长率为  $x$ , 则可列方程 ▲.
11. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $2x^2+x-3=0$  的两个实数根, 则  $x_1+x_2=$  ▲.
12. 一个不透明的袋中原装有 2 个白球和 1 个红球, 搅匀后从中任意摸出一个球, 要使摸出红球的概率为  $\frac{2}{3}$ , 则袋中应再添加红球 ▲ 个 (以上球除颜色外其他都相同).
13. 如图, 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图像过点  $A(3, 0)$ , 对称轴为直线  $x=1$ , 则方程  $ax^2+bx+c=0$  的根为 ▲.
14. 如图,  $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$ 、 $\widehat{EF}$  所在的圆的半径分别为  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ , 则  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  的大小关系是 ▲. (用 “ $<$ ” 连接)



(第 13 题)



(第 14 题)



(第 15 题)

15. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $AD \parallel BC$ , 直线  $EF$  是  $\odot O$  的切线,  $B$  是切点. 若  $\angle C = 80^\circ$ ,  $\angle ADB = 54^\circ$ , 则  $\angle CBF =$  ▲  $^\circ$ .
16. 已知三点  $A(0, 0)$ ,  $B(5, 12)$ ,  $C(14, 0)$ , 则  $\triangle ABC$  内心的坐标为 ▲.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 解下列一元二次方程.

(1)  $x^2+x-6=0$ ;

(2)  $2(x-1)^2-8=0$ .

18. (6 分) 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  中的  $x, y$  满足下表

$x$	...	-1	0	1	3	...
$y$	...	0	3	1	0	...

不求关系式, 仅观察上表, 直接写出该函数三条不同类型的性质:

- (1) ▲;
- (2) ▲;
- (3) ▲.

19. (8 分) 学校为了解九年级学生对 “八礼四仪” 的掌握情况, 对该年级的 500 名同学进行

问卷测试，并随机抽取了 10 名同学的问卷，统计成绩如下：

得分	10	9	8	7	6
人数	3	3	2	1	1

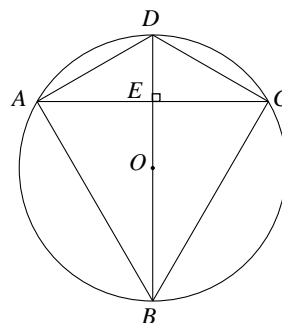
- (1) 计算这 10 名同学这次测试的平均得分；
- (2) 如果得分不少于 9 分的定义为“优秀”，估计这 500 名学生对“八礼四仪”掌握情况优秀的人数；
- (3) 小明所在班级共有 40 人，他们全部参加了这次测试，平均分为 7.8 分．小明的测试成绩是 8 分，小明说，我的测试成绩在班级中等偏上，你同意他的观点吗？为什么？

20. (8 分) 经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转．如果这三种可能性大小相同，求两辆车经过这个十字路口时，下列事件的概率：

- (1) 两辆车中恰有一辆车向左转；
- (2) 两辆车行驶方向相同．

21. (8 分) 如图， $BD$  是  $\odot O$  的直径．弦  $AC$  垂直平分  $OD$ ，垂足为  $E$ ．

- (1) 求  $\angle DAC$  的度数；
- (2) 若  $AC=6$ ，求  $BE$  的长．



(第 21 题)

22. (8 分) 已知二次函数  $y=x^2-2x+m$  ( $m$  为常数) 的图像与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点.

(1) 求  $m$  的取值范围;

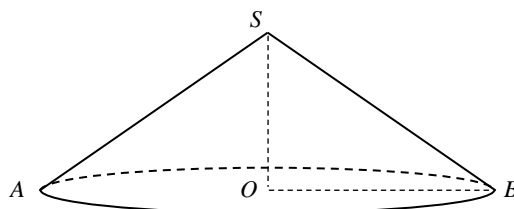
(2) 若点  $A$ 、 $B$  位于原点的两侧, 求  $m$  的取值范围.

23. (8 分) 用铁片制作的圆锥形容器盖如图所示.

(1) 我们知道: 把平面内线段  $OP$  绕着端点  $O$  旋转

1 周, 端点  $P$  运动所形成的图形叫做圆.

类比圆的定义, 给圆锥下定义 ▲;



(第 23 题)

(2) 已知  $OB=2\text{ cm}$ ,  $SB=3\text{ cm}$ ,

① 计算容器盖铁皮的面积;

② 在一张矩形铁片上剪下一个扇形, 用它围成该圆锥形容器盖. 以下是可供选用的矩形铁片的长和宽, 其中可以选择且面积最小的矩形铁片是 ▲.

A.  $6\text{ cm}\times 4\text{ cm}$

B.  $6\text{ cm}\times 4.5\text{ cm}$

C.  $7\text{ cm}\times 4\text{ cm}$

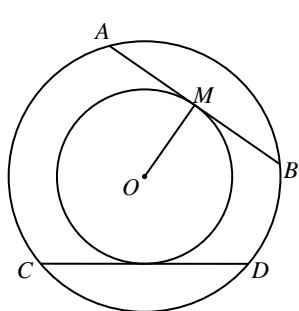
D.  $7\text{ cm}\times 4.5\text{ cm}$

24. (8 分) 某果园有 100 棵橙子树, 平均每棵结 600 个橙子. 现准备多种一些橙子树以提高果园产量, 但是如果多种树, 那么树之间的距离和每一棵树所接受的阳光就要减少. 根据经验估计, 每增种 1 棵树, 平均每棵树就少结 5 个橙子. 设果园增种  $x$  棵橙子树, 果园橙子的总产量为  $y$  个.

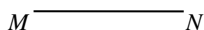
(1) 求  $y$  与  $x$  之间的关系式;

(2) 增种多少棵橙子树, 可以使橙子的总产量在 60400 个以上?

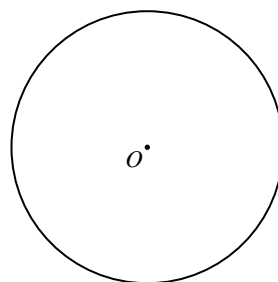
25. (8分) (1) 如图, 已知  $AB$ 、 $CD$  是大圆  $\odot O$  的弦,  $AB=CD$ ,  $M$  是  $AB$  的中点. 连接  $OM$ , 以  $O$  为圆心,  $OM$  为半径作小圆  $\odot O$ . 判断  $CD$  与小圆  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;
- (2) 已知  $\odot O$ , 线段  $MN$ ,  $P$  是  $\odot O$  外一点. 求作射线  $PQ$ , 使  $PQ$  被  $\odot O$  截得的弦长等于  $MN$ . (不写作法, 但保留作图痕迹)



(1)



$P$



(2)

26. (10分) 已知函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数) 的图像经过点  $A(-1, 0)$ 、 $B(0, 2)$ .

(1)  $b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$  (用含有  $a$  的代数式表示),  $c = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ ;

(2) 点  $O$  是坐标原点, 点  $C$  是该函数图像的顶点, 若  $\triangle AOC$  的面积为 1, 则  $a = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ ;

(3) 若  $x > 1$  时,  $y < 5$ . 结合图像, 直接写出  $a$  的取值范围.

27. (10 分) 现代城市绿化带在不断扩大, 绿化用水的节约是一个非常重要的问题.



图 1

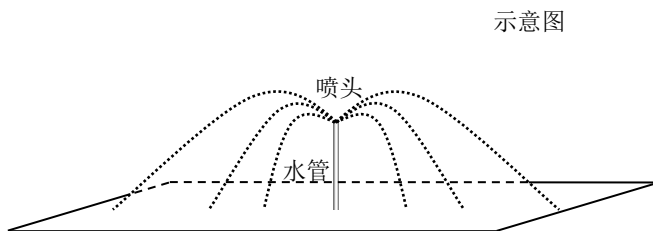


图 2

如图 1、图 2 所示, 某喷灌设备由一根高度为  $0.64\text{ m}$  的水管和一个旋转喷头组成, 水管竖直安装在绿化带地面上, 旋转喷头安装在水管顶部 (水管顶部和旋转喷头口之间的长度、水管在喷灌区域上的占地面积均忽略不计), 旋转喷头可以向周围喷出多种抛物线形水柱, 从而在绿化带上喷灌出一块圆形区域. 现测得喷的最远的水柱在距离水管的水平距离  $3\text{ m}$  处达到最高, 高度为  $1\text{ m}$ .

- (1) 求喷灌出的圆形区域的半径;
- (2) 在边长为  $16\text{ m}$  的正方形绿化带上固定安装三个该设备, 喷灌区域可以完全覆盖该绿化带吗? 如果可以, 请说明理由; 如果不可以, 假设水管可以上下调整高度, 求水管高度为多少时, 喷灌区域恰好可以完全覆盖该绿化带. (以上需要画出示意图, 并有必要的计算、推理过程)

# 鼓楼区 2019-2020 学年度第一学期期末调研测试卷

## 九年级数学参考答案及评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神给分。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	B	C	D	A	C

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

7. 5                      8. (2, 1)                      9.  $\pi$                       10.  $720(1+x)^2=845$                       11.  $-\frac{1}{2}$   
 12. 3                      13.  $x_1=-1, x_2=3$                       14.  $r_2 < r_1 < r_3$                       15. 46                      16. (6, 4)

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分。）

17.（本题 6 分）

- (1) 解：  $x^2+x-6=0$   
 $(x-2)(x+3)=0$  ..... 1 分  
 $x-2=0$  或  $x+3=0$   
 $x_1=2, x_2=-3$ . .... 3 分  
 (2)  $2(x-1)^2-8=0$   
 $(x-1)^2=4$   
 $x-1=\pm 2$  ..... 1 分  
 $x_1=-1, x_2=3$ . .... 3 分

18.（本题 6 分）本题答案不惟一，每条性质 2 分，例如：

- (1) 该函数图像是抛物线，开口向下；  
 (2) 该函数图像关于直线  $x=1$  对称；  
 (3) 当  $x<1$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；当  $x>1$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小；  
 (4) 函数图像的顶点坐标为 (1, 1)；  
 (5) 当  $x=1$  时， $y$  有最大值 1.

19.（本题 8 分）

(1)  $\frac{10 \times 3 + 9 \times 3 + 8 \times 2 + 7 \times 1 + 6 \times 1}{3 + 3 + 2 + 1 + 1} = 8.6$ （分）

答：这 10 名同学在这次测试中的平均得分是 8.6 分。 ..... 3 分

(2)  $\frac{3+3}{3+3+2+1+1} = 0.6, 500 \times 0.6 = 300$ （人）

答：估计这 500 名学生对“八礼四仪”掌握情况优秀的人数约为 300 人。 ..... 5 分

- (3) 不同意小明的观点，成绩中等偏上，指小明成绩超过了班级一半以上的同学，也就是说

他的成绩应超过了中位数. 小明的成绩超过了平均数, 未必能超过中位数.

..... 8 分

20. (本题 8 分)

解: 两辆车分别记为车 1 和车 2, 可以用下表列举出所有等可能的结果.

车 2 \ 车 1	左转	直行	右转
左转	(左, 左)	(直, 左)	(右, 左)
直行	(左, 直)	(直, 直)	(右, 直)
右转	(左, 右)	(直, 右)	(右, 右)

可以看出, 两辆车经过这个十字路口时, 可能出现的结果有 9 种, 并且它们出现的可能性相等.

..... 4 分

(1) 两辆车中恰有一辆车向左转 (记为事件  $A$ ) 的结果有 4 种, 即 (直, 左)、(右, 左)、(左, 直)、(左, 右), 所以  $P(A) = \frac{4}{9}$ .

..... 6 分

(2) 两辆车行驶方向相同 (记为事件  $B$ ) 的结果有 3 种, 即 (直, 直)、(左, 左)、(右, 右), 所以  $P(B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ . .... 8 分

21. (8 分) (1) 连接  $OA$ .

$\because AC$  垂直平分  $OD$ ,

$\therefore AO = AD$ .

又  $OA = OD$ ,

$\therefore \triangle OAD$  是等边三角形. .... 2 分

$\therefore \angle DAO = 60^\circ$ .

$\because AC \perp OD, AO = AD$ ,

$\therefore \angle DAC = \angle OAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ . .... 4 分

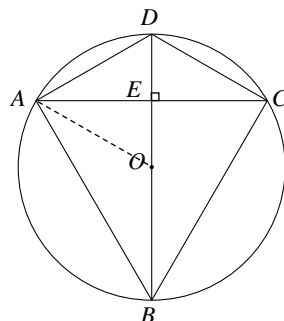
(2)  $\because OD \perp AC, AC = 6$ ,

$\therefore AE = \frac{1}{2} AC = 3$ .

$\because AC$  垂直平分  $OD$ , 垂足为  $E$ ,

$\therefore \angle AEO = 90^\circ, OE = \frac{1}{2} OD$ .

$\therefore OE = \frac{1}{2} OA$ .



(第 21 题)



设  $OE=x$ , 则  $OA=OB=2x$ .

在  $\text{Rt}\triangle AEO$  中,  $AE^2+EO^2=AO^2$ ,

即:  $3^2+x^2=(2x)^2$ . ..... 6 分

解得,  $x=\sqrt{3}$ .

$\therefore BE=OE+OB=x+2x=3x=3\sqrt{3}$ . ..... 8 分

22. (8 分) 答案不惟一, 例如:

(1) 解: 令  $y=0$ , 得  $x^2-2x+m=0$ . ..... 1 分

$\therefore$  图像与  $x$  轴相交于点  $A$ 、 $B$ ,

$\therefore$  方程  $x^2-2x+m=0$  有两个不相等的实数根.

$\therefore b^2-4ac=4-4m>0$ . ..... 2 分

解得  $m<1$ . ..... 4 分

(2) 本小题如学生结合函数图像、平移等解释正确也可得分.

设  $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ,

则  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2-2x+m=0$  的两个实数根.

$\therefore$  点  $A$ 、 $B$  位于原点的两侧,

$\therefore x_1 \cdot x_2 < 0$ . ..... 6 分

$\therefore m < 0$ .

由 (1)  $m < 1$ ,

$\therefore m < 0$ . ..... 8 分

23. (本题 8 分) 答案不惟一, 例如:

解: (1) 空间中, 把直角三角形  $SOB$  绕着直角边  $SO$  旋转 1 周, 另外两边  $SB$ 、 $OB$  旋转而成的面所围成的几何体叫做圆锥. .... 3 分

(2) ①  $S=\pi rl=\pi \times 2 \times 3=6\pi$ . ..... 5 分

②  $B$ . ..... 8 分

24. (8 分)

(1)  $y=(100+x)(600-5x)=-5x^2+100x+60\,000$  ..... 3 分  
注: 不化简不扣分.

(2) 令  $y=60\,400$ , 解得  $x_1=10-2\sqrt{5}$ ,  $x_2=10+2\sqrt{5}$ . ..... 5 分  
 $y=-5x^2+100x+60\,000=-5(x-10)^2+60\,500$ .

该函数图像关于直线  $x=10$  对称, 当  $x<10$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $x>10$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小; 所以当  $10-2\sqrt{5}<x<10+2\sqrt{5}$  时,  $y>60\,500$ .

..... 7 分

增种的棵树为 6、7、8、9、10、11、12、13、14 时, 可以使橙子的总产量在 60 400 个以上.

..... 8 分

注：说理部分如果有草图，并结合图像说理正确，算对.

25. (本题 8 分)

(1) 解:  $CD$  与小圆  $\odot O$  相切, 理由如下:

如图, 连接  $OA$ 、 $OB$ .

在  $\triangle OAB$  中,  $OA=OB$ ,  $M$  是  $AB$  的中点,

$\therefore OM \perp AB$ .

$\therefore \angle OMB = 90^\circ$ . ..... 2 分

过  $O$  作  $OG \perp CD$ , 垂足为  $G$ .

$\therefore \angle OGD = 90^\circ$ ,  $DG = \frac{1}{2}CD$ .

$\because AB = CD$ ,  $BM = \frac{1}{2}AB$ ,

$\therefore BM = DG$ . ..... 3 分

连接  $OD$ ,

又  $OB = OD$ ,

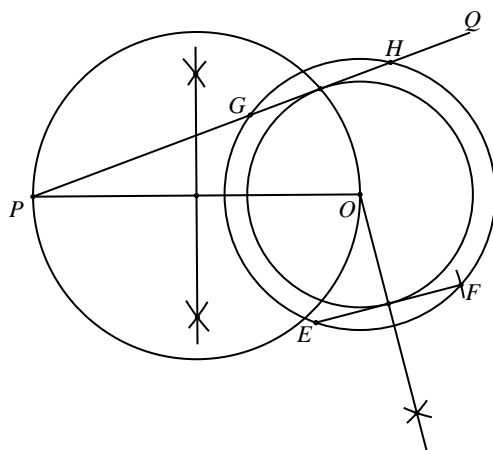
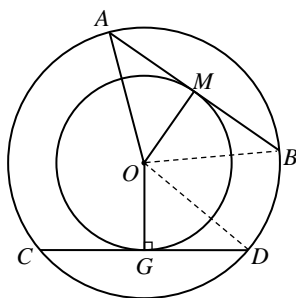
$\therefore \text{Rt}\triangle OMB \cong \text{Rt}\triangle OGD$ .

$\therefore OG = OM$ , 即  $OG$  是小圆  $\odot O$  的半径.

这样,  $CD$  经过小圆  $\odot O$  的半径  $OG$  外端点  $G$ , 并且垂直于半径  $OG$ ,

$\therefore CD$  与小圆  $\odot O$  相切. .... 5 分

(2) 如图所示, 射线  $PQ$  即为所求作. .... 8 分



26. (本题 10 分)

(1)  $b = a + 2$ ;  $c = 2$ . .... 2 分

(2)  $a = -2$  或  $6 - 4\sqrt{2}$  或  $6 + 4\sqrt{2}$ . .... 6 分

(注: 其中,  $a = -2$  占 4 分中的 2 分, 其余一个 1 分)

(3)  $a < -8 + 2\sqrt{15}$ . .... 10 分

27. (本题 10 分)

(1) 根据题意, 以水管在地面安装处为坐标原点, 以该处和喷的最远的水柱落地处所在直线为  $x$  轴, 建立平面直角坐标系, 则喷的最远的水柱所在的抛物线顶点为  $(3, 1)$ , 过  $(0, 0.64)$ .

..... 1 分

可设该抛物线对应的函数表达式是  $y=a(x-3)^2+1$ ，代入  $(0, 0.64)$ ，

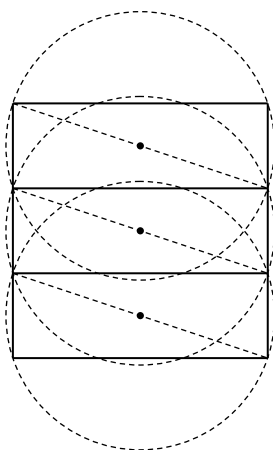
解得， $a=-\frac{1}{25}$ 。

所以  $y=-\frac{1}{25}(x-3)^2+1$ 。..... 3 分

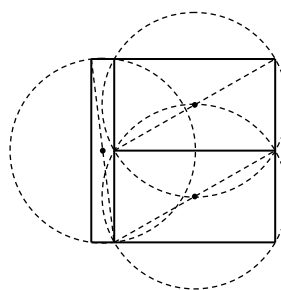
令  $y=0$ ，解得  $x_1=-2$ （舍）， $x_2=8$ 。..... 4 分

所以，喷灌出的圆形区域的半径为 8 m。

（2）在边长为 16 m 的正方形绿化带上按如图的位置固定安装三个该设备，



（图 1）



（图 2）

..... 6 分

如图 1，喷灌出的圆形区域的半径的最小值是  $\frac{8}{3}\sqrt{10}$ ， $8 < \frac{8}{3}\sqrt{10}$ ，这样安装不能完全覆盖；

如图 2，喷灌出的圆形区域的半径的最小值是  $\sqrt{65}$ ， $8 < \sqrt{65}$ ，这样安装也不能完全覆盖；

$\sqrt{65} < \frac{8}{3}\sqrt{10}$ ，如果喷灌区域可以完全覆盖该绿化带，则一个设备喷灌出的圆形区域的半径的最

小值应为  $\sqrt{65}$  m。..... 8 分

设水管向上调整  $a$  m，

则调整后喷的最远的水柱所在的抛物线函数表达式是  $y=-\frac{1}{25}(x-3)^2+1+a$ 。

代入  $(\sqrt{65}, 0)$ ，解得， $a=\frac{49-6\sqrt{65}}{25}$ 。

$0.64+\frac{49-6\sqrt{65}}{25}=\frac{65-6\sqrt{65}}{25}$ ..... 10 分

答：水管高度为  $\frac{65-6\sqrt{65}}{25}$  时，喷灌区域恰好可以完全覆盖该绿化带。

(说明：正确画出两个图形 2 分，每个图形各 1 分；求出  $\frac{8}{3}\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{65}$  并进行正确判断 2 分，如未作出正确判断只得 1 分；求出  $\frac{49-6\sqrt{65}}{25}$  得 1 分，求出  $\frac{65-6\sqrt{65}}{25}$  得 2 分.)