

# 2019/2020 学年度第一学期第二阶段学业质量监测试卷

## 九年级数学

注意事项：

1. 本试卷共 6 页，全卷满分 120 分，考试时间为 120 分钟。
2. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑，如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡上的指定位置，在其他位置答题一律无效。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 随机抛掷一枚质地均匀的骰子一次，下列事件中，概率最大的是  
A. 朝上一面的数字恰好是 6                      B. 朝上一面的数字是 2 的整数倍  
C. 朝上一面的数字是 3 的整数倍                  D. 朝上一面的数字不小于 2
2. 下列方程是一元二次方程的是  
A.  $3x^2=2x+1$               B.  $2x^3-3x=0$               C.  $x^2-y^2=1$               D.  $x+2y=0$
3. 一个扇形的半径为 4，弧长为  $2\pi$ ，其圆心角度数是  
A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $180^\circ$
4. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $2x^2-2x-1=0$  的两个实数根，则  $\alpha+\beta$  的值为  
A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
5. 某天的体育课上，老师测量了班级同学的身高，恰巧小明今日请假没来，经过计算得知，除了小明外，该班其他同学身高的平均数为 172 cm，方差为  $k \text{ cm}^2$ 。第二天，小明来到学校，老师帮他补测了身高，发现他的身高也是 172 cm，此时全班同学身高的方差为  $k' \text{ cm}^2$ ，那么  $k'$  与  $k$  的大小关系是  
A.  $k' > k$                       B.  $k' < k$                       C.  $k' = k$                       D. 无法判断
6. 若关于  $x$  的方程  $ax^2+bx+c=0$  的解为  $x_1=-1$ ， $x_2=3$ ，则方程  $a(x-1)^2+b(x-1)+c=0$  的解为  
A.  $x_1=0$ ， $x_2=2$                       B.  $x_1=-2$ ， $x_2=4$   
C.  $x_1=0$ ， $x_2=4$                       D.  $x_1=-2$ ， $x_2=2$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

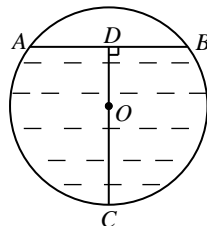
7. 方程  $x^2=4$  的解为 ▲．

8. 一个圆锥的底面圆的半径为 3 cm，母线长为 9 cm，则该圆锥的侧面积为 ▲  $\text{cm}^2$ ．

9. 将一元二次方程  $x^2+4x-1=0$  变形为  $(x+m)^2=k$  的形式为 ▲．

10. 小华在一次射击训练中的 6 次成绩（单位：环）分别为：9，8，9，10，8，8，则他这 6 次成绩的中位数比众数多 ▲ 环．

11. 如图， $\odot O$  是一个油罐的截面图．已知  $\odot O$  的直径为 5 m，油的最大深度  $CD=4$  m ( $CD \perp AB$ )，则油面宽度  $AB$  为 ▲ m．



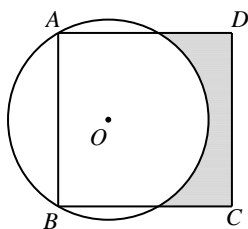
（第 11 题）

12. 若关于  $x$  的一元二次方程  $-(x+a)^2=b$  有实数根，则  $b$  的取值范围是 ▲．

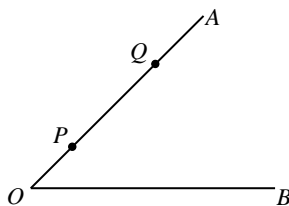
13. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=5$ ， $BC=12$ ，则  $\triangle ABC$  内切圆的半径是 ▲．

14. 一学校为了绿化校园环境，向某园林公司购买了一批树苗．园林公司规定：如果购买树苗不超过 60 棵，每棵售价为 120 元；如果购买树苗超过 60 棵，在一定范围内，每增加 1 棵，所出售的这批树苗每棵售价降低 0.5 元．若该校最终向园林公司支付树苗款 8800 元，设该校共购买了  $x$  棵树苗，则可列出方程 ▲．

15. 如图，正方形  $ABCD$  的顶点  $A$ 、 $B$  在  $\odot O$  上，若  $AB=2\sqrt{3}$  cm， $\odot O$  的半径为 2 cm，则阴影部分的面积是 ▲  $\text{cm}^2$ ．（结果保留根号和  $\pi$ ）



（第 15 题）



（第 16 题）

16. 如图， $\angle AOB=45^\circ$ ，点  $P$ 、 $Q$  都在射线  $OA$  上， $OP=2$ ， $OQ=6$ ． $M$  是射线  $OB$  上的一个动点，过  $P$ 、 $Q$ 、 $M$  三点作圆，当该圆与  $OB$  相切时，其半径的长为 ▲．

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （6 分）解方程  $x^2=2x$ ．

18. (6分) 解方程  $2x^2+3x-1=0$ .

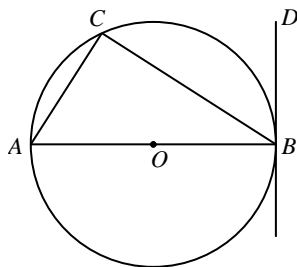
19. (8分) 已知关于  $x$  的方程  $(x-m)^2+2(x-m)=0$ .

(1) 求证: 无论  $m$  为何值, 该方程都有两个不相等的实数根;

(2) 若该方程的一个根为  $-1$ , 则另一个根为     ▲    .

20. (8分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$  在  $\odot O$  上, 分别连接  $AC$ 、 $BC$ . 过点  $B$  作直线  $BD$ , 使  $\angle CBD = \angle A$ .

求证: 直线  $BD$  与  $\odot O$  相切.

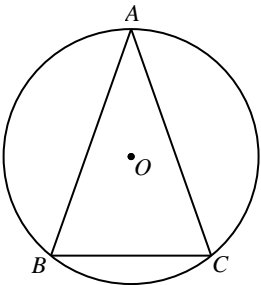


(第 20 题)

21. (8分) 用一根长  $12\text{ cm}$  的铁丝能否围成面积是  $7\text{ cm}^2$  的矩形? 请通过计算说明理由.

22. (8分) 某次数学竞赛共有 3 道判断题, 认为正确的写 “A”, 错误的写 “B”. 小明在做判断题时, 每道题都在 “A” 或 “B” 中随机写了一个.
- (1) 小明做对第 1 题的概率是     ▲    ;
- (2) 求小明这 3 道题全做对的概率.

23. (9分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=2\sqrt{10}$ ,  $BC=4$ ,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆.
- (1) 求  $\odot O$  的半径;
- (2) 若在同一平面内的  $\odot P$  也经过  $B$ 、 $C$  两点, 且  $PA=2$ , 请直接写出  $\odot P$  的半径的长.



(第 23 题)

24. (8分) 甲、乙两名同学 5 次数学练习 (满分 120 分) 的成绩如下表: (单位: 分)

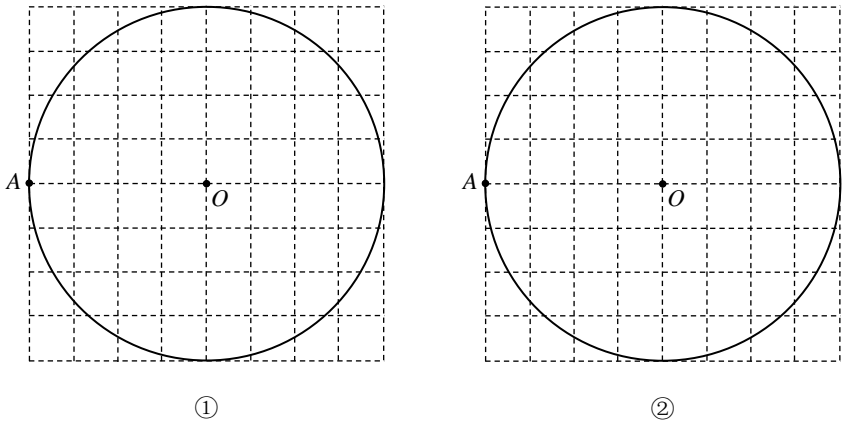
测试日期	11 月 5 日	11 月 20 日	12 月 5 日	12 月 20 日	1 月 3 日
甲	96	97	100	103	104
乙	100	95	100	105	100

已知甲同学这 5 次数学练习成绩的平均数为 100 分, 方差为 10 分<sup>2</sup>.

- (1) 乙同学这 5 次数学练习成绩的平均数为     ▲     分, 方差为     ▲     分<sup>2</sup>;
- (2) 甲、乙都认为自己在这 5 次练习中的表现比对方更出色, 请你分别写出一条支持他们俩观点的理由.

25. (8 分) 如图，在网格纸中， $O$ 、 $A$  都是格点，以  $O$  为圆心， $OA$  为半径作圆．用无刻度的直尺完成以下画图：（不写画法）

- (1) 在图①中画  $\odot O$  的一个内接正六边形  $ABCDEF$ ；
- (2) 在图②中画  $\odot O$  的一个内接正八边形  $ABCDEFGH$ .



(第 25 题)

26. (7 分) 某小型工厂 9 月份生产的 A、B 两种产品数量分别为 200 件和 100 件，A、B 两种产品出厂单价之比为 2：1．由于订单的增加，工厂提高了 A、B 两种产品的生产数量和出厂单价，10 月份 A 产品生产数量的增长率和 A 产品出厂单价的增长率相等，B 产品生产数量的增长率是 A 产品生产数量的增长率的一半，B 产品出厂单价的增长率是 A 产品出厂单价的增长率的 2 倍．设 B 产品生产数量的增长率为  $x$  ( $x > 0$ )，若 10 月份该工厂的总收入增加了  $4.4x$ ，求  $x$  的值．

27. (12 分)

### 数学概念

若点  $P$  在  $\triangle ABC$  的内部, 且  $\angle APB$ 、 $\angle BPC$  和  $\angle CPA$  中有两个角相等, 则称  $P$  是  $\triangle ABC$  的“等角点”, 特别地, 若这三个角都相等, 则称  $P$  是  $\triangle ABC$  的“强等角点”.

### 理解概念

(1) 若点  $P$  是  $\triangle ABC$  的等角点, 且  $\angle APB = 100^\circ$ , 则  $\angle BPC$  的度数是     ▲    °.

(2) 已知点  $D$  在  $\triangle ABC$  的外部, 且与点  $A$  在  $BC$  的异侧, 并满足  $\angle BDC + \angle BAC < 180^\circ$ .

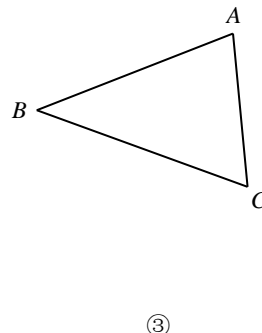
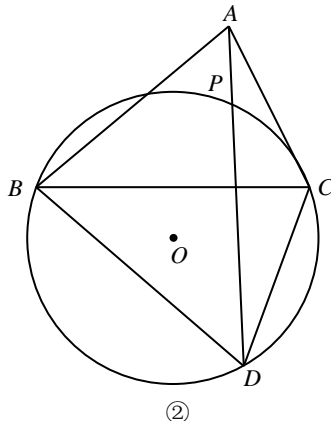
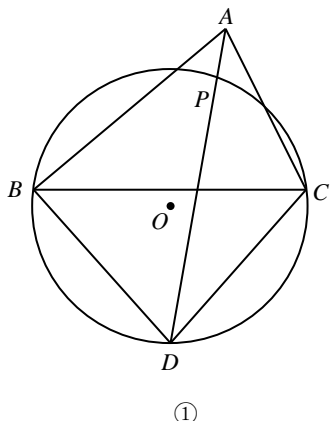
作  $\triangle BCD$  的外接圆  $O$ , 连接  $AD$ , 交  $\odot O$  于点  $P$ .

当  $\triangle BCD$  的边满足下面的条件时, 求证:  $P$  是  $\triangle ABC$  的等角点.

(要求: 只选择其中一道题进行证明!)

①如图①,  $DB = DC$ .

②如图②,  $BC = BD$ .



(第 27 题)

### 深入思考

(3) 如图③, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  均小于  $120^\circ$ , 用直尺和圆规作它的强等角点  $Q$ . (不写作法, 保留作图痕迹)

(4) 下列关于“等角点”、“强等角点”的说法:

①直角三角形的内心是它的等角点;

②等腰三角形的内心和外心都是它的等角点;

③正三角形的中心是它的强等角点;

④若一个三角形存在强等角点, 则该点到三角形三个顶点的距离相等;

⑤若一个三角形存在强等角点, 则该点是三角形内部到三个顶点距离之和最小的点,

其中, 正确的有     ▲    . (填序号)

# 2019/2020 学年度第一学期第二阶段学业质量监测

## 九年级数学参考答案及评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神给分。

### 一、选择题（每小题 2 分，共计 12 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	D	A	C	C	D	C

### 二、填空题（每小题 2 分，共计 20 分）

7.  $x_1=2, x_2=-2$       8.  $27\pi$       9.  $(x+2)^2=5$       10. 0.5      11. 4  
 12.  $b \leq 0$       13. 2      14.  $x[120-0.5(x-60)]=8800$       15.  $12 - 3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$   
 16.  $4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

### 三、解答题（本大题共 11 小题，共计 88 分）

#### 17.（本题 6 分）

解：移项，得  $x^2-2x=0$ . .....2 分  
 原方程可变形为  $x(x-2)=0$ . ..... 4 分  
 $x=0$  或  $x-2=0$ .  
 所以  $x_1=0, x_2=2$ . ..... 6 分

#### 18.（本题 6 分）

解：方法一

$\because a=2, b=3, c=-1$ , ..... 1 分  
 $\therefore b^2-4ac=3^2-4 \times 2 \times (-1)=17>0$ . .....3 分  
 $\therefore x=\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2 \times 2}=\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ . ..... 4 分  
 $\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}, x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$ . ..... 6 分

方法二

移项，得  $2x^2+3x=1$ .

两边都除以 2，得  $x^2+\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}$ . ..... 1 分

配方, 得  $x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$ .

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解这个方程, 得  $x + \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

所以  $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$ ,  $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

19. (本题 8 分)

(1) 证明: 方法一

原方程可化为  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\because a = 1, b = -2(m-1), c = m^2 - 2m$ ,  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\therefore b^2 - 4ac = [-2(m-1)]^2 - 4(m^2 - 2m) = 4 > 0$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\therefore$  无论  $m$  为何值, 该方程都有两个不相等的实数根.  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

方法二

原方程可化为  $(x-m)(x-m+2) = 0$ .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$x - m = 0$  或  $x - m + 2 = 0$ .

$x_1 = m, x_2 = m - 2$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\because m > m - 2$ ,

$\therefore$  无论  $m$  为何值, 该方程都有两个不相等的实数根.  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) 1 或 -3.  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

20. (本题 8 分)

证明:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle C = 90^\circ$ .  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\because \angle CBD = \angle A$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle CBD + \angle ABC = 90^\circ$ , 即  $AB \perp BD$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$\because$  点  $B$  在  $\odot O$  上,  $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$\therefore$  直线  $BD$  与  $\odot O$  相切.  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

21. (本题 8 分)

解: 设这根铁丝围成的矩形的一边长为  $x \text{ cm}$ .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

根据题意, 得  $x(6-x) = 7$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

解这个方程, 得  $x_1 = 3 + \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 3 - \sqrt{2}$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



当  $x_1 = 3 + \sqrt{2}$  时,  $6 - x_1 = 3 - \sqrt{2}$ ; 当  $x_2 = 3 - \sqrt{2}$  时,  $6 - x_2 = 3 + \sqrt{2}$ . ..... 7 分  
 答: 用一根长 12 cm 的铁丝能围成面积是  $7 \text{ cm}^2$  的矩形. ....8 分

如果用二次函数的性质作答, 那么请按下列评分标准给分:

设这根铁丝围成的矩形的一边长为  $x \text{ cm}$ , 围成的矩形面积为  $y \text{ cm}^2$ . ....1 分

根据题意, 得  $y = x(6 - x)$  .....4 分

$$= -x^2 + 6x$$

$$= -(x - 3)^2 + 9. ....6 分$$

由  $-1 < 0$  知, 当  $x = 3$  时,  $y$  的值最大, 最大值是 9.

$\therefore$  当  $0 < x < 6$  时,  $0 < y \leq 9$ .  $\therefore y$  的值可以是 7. ....7 分

答: 用一根长 12 cm 的铁丝能围成面积是  $7 \text{ cm}^2$  的矩形. ....8 分

22. (本题 8 分)

解: (1)  $\frac{1}{2}$ . ....2 分

(2) 小明做这 3 道题, 所有可能出现的结果有: (A, A, A), (A, A, B), (A, B, A), (A, B, B), (B, A, A), (B, A, B), (B, B, A), (B, B, B), 共有 8 种, 它们出现的可能性相同. 所有的结果中, 满足“这 3 道题全做对”(记为事件  $H$ ) 的结果只有 1 种,

所以,  $P(H) = \frac{1}{8}$ . ....8 分

23. (本题 9 分)

解: (1) 过点  $A$  作  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ , 连接  $OB$ 、 $OC$ . ....1 分

$\because AB = AC, AD \perp BC,$

$\therefore AD$  垂直平分  $BC$ .

$\because OB = OC,$

$\therefore$  点  $O$  在  $BC$  的垂直平分线上, 即  $O$  在  $AD$  上. ....2 分

$\because BC = 4, \therefore BD = \frac{1}{2}BC = 2$ . ....3 分

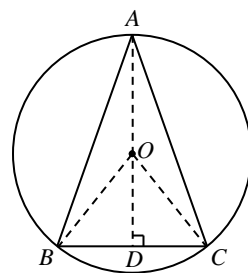
$\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle ADB = 90^\circ, AB = 2\sqrt{10},$

$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 6$ . ....4 分

设  $OA = OB = r$ , 则  $OD = 6 - r$ .

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle OBD$  中,  $\angle ODB = 90^\circ, \therefore OD^2 + BD^2 = OB^2$ , 即  $(6 - r)^2 + 2^2 = r^2$ .

.....6 分



解得  $r = \frac{10}{3}$ , 即  $\odot O$  的半径为  $\frac{10}{3}$ . .....7 分

如果用相似三角形的相关知识求解, 那么请按下列评分标准给分:

过点  $A$  作  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ , 过点  $O$  作  $OE \perp AB$ , 垂足为  $E$ . .....1 分

$\because AB = AC, AD \perp BC$ ,

$\therefore AD$  垂直平分  $BC$ .

$\therefore OB = OC$ ,

$\therefore$  点  $O$  在  $BC$  的垂直平分线上, 即  $O$  在  $AD$  上. .... 2 分

$\because BC = 4, \therefore BD = \frac{1}{2}BC = 2$ . .... 3 分

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle ADB = 90^\circ, AB = 2\sqrt{10}$ ,

$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 6$ . .... 4 分

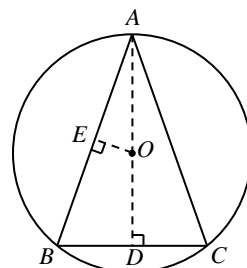
$\because OE \perp AB, \therefore AE = \frac{1}{2}AB = \sqrt{10}$ . .... 5 分

$\because \angle AEO = \angle ADB = 90^\circ, \angle OAE = \angle BAD$ ,

$\therefore \triangle OAE \sim \triangle BAD$ . .... 6 分

$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AO}{AB}$ , 即  $\frac{\sqrt{10}}{6} = \frac{AO}{2\sqrt{10}}$ .

$\therefore AO = \frac{10}{3}$ , 即  $\odot O$  的半径为  $\frac{10}{3}$ . .... 7 分



(2)  $2\sqrt{5}$  或  $2\sqrt{17}$ . .... 9 分

24. (本题 8 分)

解: (1) 100, 10. .... 4 分

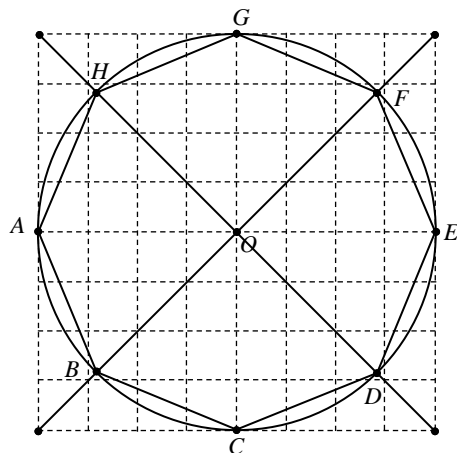
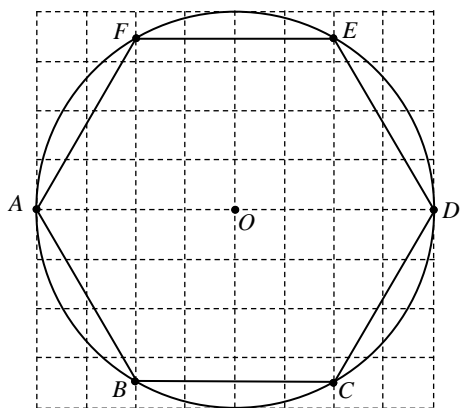
(2) 答案不唯一, 如: 甲的数学成绩逐渐进步, 更有潜力;

乙的数学成绩在 100 分以上 (含 100 分) 的次数更多. .... 8 分

25. (本题 8 分)

解: (1) 如图①, 正六边形  $ABCDEF$  即为所求. .... 4 分

(2) 如图②, 正八边形  $ABCDEFGH$  即为所求. .... 8 分



26. (本题 7 分) ①

解：根据题意，得

$$2(1+2x) \times 200(1+2x) + (1+4x) \times 100(1+x) = (2 \times 200 + 1 \times 100)(1+4.4x). \quad \cdots 4 \text{ 分}$$

整理，得  $20x^2 - x = 0$ .

解这个方程，得  $x_1 = 0.05$ ,  $x_2 = 0$  (不合题意，舍去).  $\cdots 6 \text{ 分}$

所以  $x$  的值是 0.05.  $\cdots 7 \text{ 分}$

27. (本题 12 分)

解：(1) 100、130 或 160.  $\cdots 3 \text{ 分}$

(2) 选择①：

连接  $PB$ 、 $PC$ .

$$\because DB = DC, \therefore \widehat{DB} = \widehat{DC}.$$

$$\therefore \angle BPD = \angle CPD. \quad \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\because \angle APB + \angle BPD = 180^\circ, \angle APC + \angle CPD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle APC. \quad \cdots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore P \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的等角点.} \quad \cdots 7 \text{ 分}$$

选择②：

连接  $PB$ 、 $PC$ .

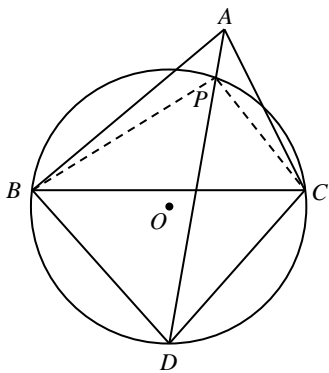
$$\because BC = BD, \therefore \widehat{BC} = \widehat{BD}.$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BPD. \quad \cdots 4 \text{ 分}$$

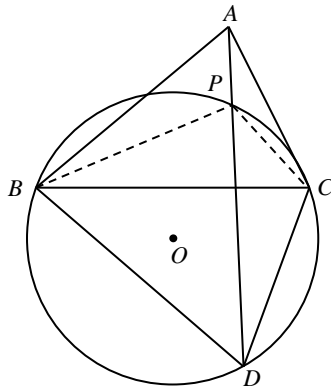
$\because$  四边形  $PBDC$  是  $\odot O$  的内接四边形，

$$\therefore \angle BDC + \angle BPC = 180^\circ. \quad \cdots 5 \text{ 分}$$

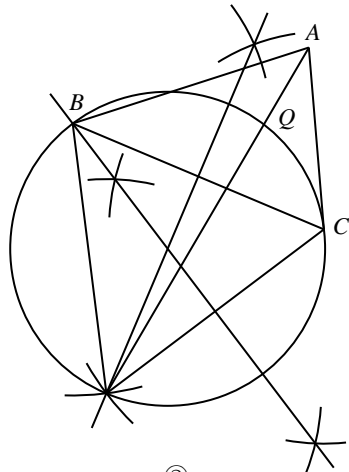
$\because \angle BPD + \angle APB = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BPC = \angle APB$ . .....6 分  
 $\therefore P$  是  $\triangle ABC$  的等角点. ....7 分



①



②



③

- (3) 如图③, 点  $Q$  即为所求. ....10 分  
 (4) ③⑤. ....12 分

对于 (4) 中⑤的说明:

由 (3) 可知, 当  $\triangle ABC$  的三个内角都小于  $120^\circ$  时,  $\triangle ABC$  必存在强等角点  $Q$ .

如图④, 在三个内角都小于  $120^\circ$  的  $\triangle ABC$  内任取一点  $Q'$ , 连接  $Q'A$ 、 $Q'B$ 、 $Q'C$ , 将  $\triangle Q'AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  到  $\triangle MAD$ , 连接  $Q'M$ .

$\because$  由旋转得  $Q'A = MA$ ,  $Q'C = MD$ ,  $\angle Q'AM = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle AQ'M$  是等边三角形.

$\therefore Q'M = Q'A$ .

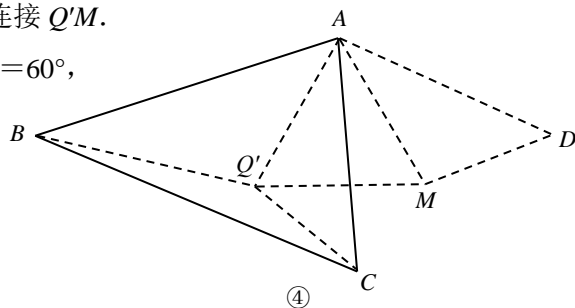
$\therefore Q'A + Q'B + Q'C = Q'M + Q'B + MD$ .

$\because B$ 、 $D$  是定点,

$\therefore$  当  $B$ 、 $Q'$ 、 $M$ 、 $D$  四点共线时,  $Q'M + Q'B + MD$  最小, 即  $Q'A + Q'B + Q'C$  最小.

而当  $Q'$  为  $\triangle ABC$  的强等角点时,  $\angle AQ'B = \angle BQ'C = \angle CQ'A = 120^\circ = \angle AMD$ .

此时便能保证  $B$ 、 $Q'$ 、 $M$ 、 $D$  四点共线, 进而使  $Q'A + Q'B + Q'C$  最小.



④