

九年 级 数 学

注意事项:

1. 请在答题卡上作答，在试卷上作答无效。
2. 本试卷共五大题，26 小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. 下列图形中，是中心对称图形的是



A



B



C



D

2. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 1 个单位后所得抛物线的解析式为

A. $y=2x^2-1$ B. $y=2x^2+1$ C. $y=2(x-1)^2$ D. $y=2(x+1)^2$

3. 如图， AB 、 AC 是 $\odot O$ 的两条弦，若 $\angle A=30^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为

A. 30° B. 50° C. 60° D. 70°

4. 如图，矩形 $AOBC$ ，点 C 在反比例 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，若 $OB=1$ ，则 OA 的长是

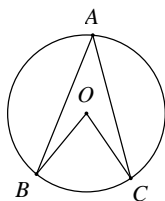
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $b=4$ ， $c=5$ ，则 $\sin A$ 的值是

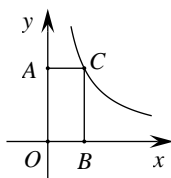
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，若 $AD=4$ ， $BD=6$ ，则 $S_{\triangle ADE}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 的比是

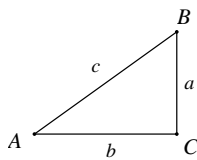
A. 2:3 B. 2:5 C. 4:9 D. 4:25



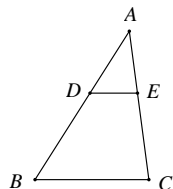
第 3 题



第 4 题



第 5 题

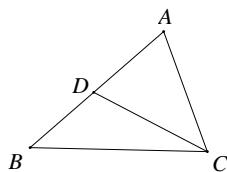


第 6 题

7. 如图，下列条件中，能判定 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 的是

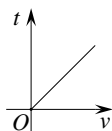
A. $\angle BAC = \angle ABC$ B. $\angle BAC = \angle ADC$

C. $\frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC}$ D. $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

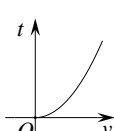


第 7 题

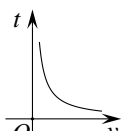
8. 已知甲、乙两地相距 s (单位: km), 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 则汽车行驶的时间 t (单位: h) 关于行驶速度 v (单位: km/h) 的函数图像是



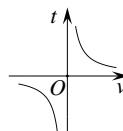
A



B



C



D

9. 已知正六边形的边心距是 $2\sqrt{6}$, 则正六边形的边长是

A. $4\sqrt{2}$

B. $4\sqrt{6}$

C. $6\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{2}$

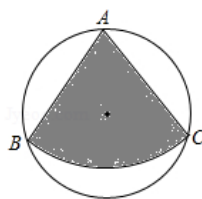
10. 如图, 从一块半径为 20cm 的圆形铁皮上剪出一个圆心角是 60° 的扇形 ABC , 则此扇形围成的圆锥的侧面积为

A. $200\pi\text{cm}^2$

B. $100\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$

C. $100\pi\text{cm}^2$

D. $50\pi\text{cm}^2$

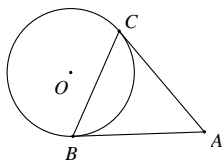


二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

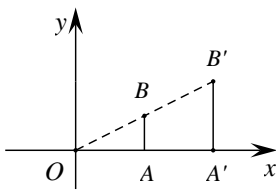
11. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一、三象限内, 则 k 的取值范围是_____.

12. 在半径为 10cm 的圆中, 90° 的圆心角所对的弧长是_____cm.

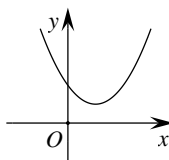
13. 如图, AB 、 AC 是 $\odot O$ 的切线, B 、 C 为切点, 连接 BC . 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____°.



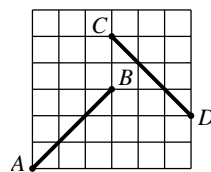
第 13 题



第 14 题



第 15 题



第 16 题

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(2, 1)$, 以原点 O 为位似中心, 把线段 AB 放大, 点 A 的对应点 A' 的坐标为 $(4, 0)$, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为_____.

15. 如图, 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴无交点, 则 a , b , c 应满足的关系是_____.

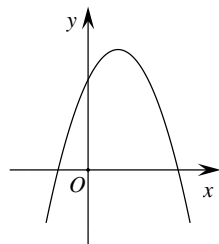
16. 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, $A(1, 1)$, $B(4, 4)$. 线段 AB 与线段 CD 存在一种变换关系, 即其中一条线段绕着某点旋转一个角度可以得到另一条线段, 则这个旋转中心的坐标为_____.

三、解答题 (本题共 4 小题, 第 17、18、19 题各 9 分, 第 20 题 12 分, 共 39 分)

17. 计算: $4\sin 30^\circ - \sqrt{2}\cos 45^\circ - \sqrt{3}\tan 60^\circ$

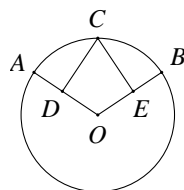
18. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$.

- (1) 用配方法将 $y = -x^2 + 2x + 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式，并写出其顶点坐标；
- (2) 直接写出该抛物线与 x 轴的交点坐标.



第 18 题

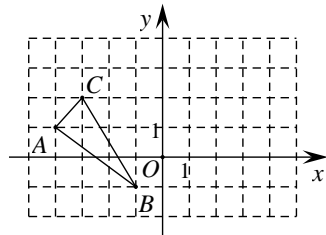
19. 如图，在 $\odot O$ 中，点 C 是弧 AB 的中点， $CD \perp OA$ 于 D ， $CE \perp OB$ 于 E ，求证： $CD = CE$.



第 19 题

20. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(-4, 1)$ ， B ， C .

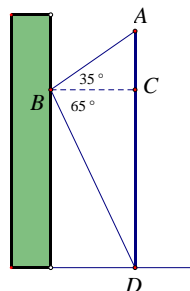
- (1) 点 A ， B ， C 关于原点对称点分别为点 A_1 ， B_1 ， C_1 ，写出点 A_1 ， B_1 ， C_1 的坐标；
- (2) 作出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (3) 线段 OC 与线段 OC_1 的数量关系是_____，线段 AC 与线段 A_1C_1 的关系是_____.



第 20 题

四、解答题（本题共3小题，第21、22题各9分，第23题10分，共28分）

21. 小明和同学们在数学实践活动课中测量学校旗杆的高度. 如图, 已知他们小组站在教学楼的四楼, 用测角仪看旗杆顶部的仰角为 35° , 看旗杆底部的俯角是 65° , 教学楼与旗杆的水平距离是 5m , 旗杆有多高 (结果保留整数)? (已知 $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\cos 35^\circ \approx 0.82$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$, $\sin 65^\circ \approx 0.91$, $\cos 65^\circ \approx 0.42$, $\tan 65^\circ \approx 2.14$)



第21题

22. 某市计划建设一项水利工程, 工程需要运送的土石方总量为 $2 \times 10^5 \text{米}^3$, 某运输公司承办了这项工程运送土石方的任务.

- (1) 完成运送任务所需的时间 t (单位: 天) 与运输公司平均每天的工作量 v (单位: $\text{米}^3/\text{天}$) 之间具有怎样的函数关系?
- (2) 已知这个运输公司现有 50 辆卡车, 每天最多可运送土石方 $4 \times 10^3 \text{米}^3$, 则该公司完成全部运输任务最快需要多长时间?
- (3) 运输公司连续工作 30 天后, 天气预报说两周后会有大暴雨, 公司决定 10 日内把剩余的土石方运完, 平均每天至少增加多少辆卡车?

23. 如图 1, $\triangle ABC$ 为等腰三角形, O 是底边 BC 的中点, 腰 AB 与 $\odot O$ 相切于点 D , 底边 BC 交 $\odot O$ 于点 E, F .

- (1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 如图 2, 连接 AF, DF , AF 交 $\odot O$ 于点 G , 点 D 是弧 EG 的中点, 若 $AD=2$, $AF=4$, 求 $\odot O$ 的半径.

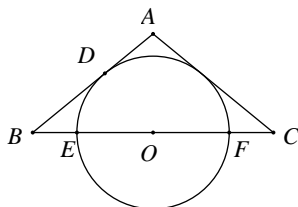


图 1

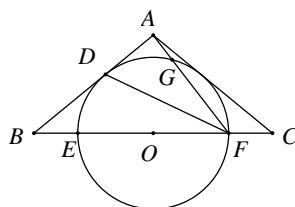


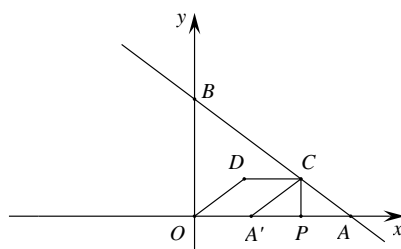
图 2

第23题

五、解答题（本题共3小题，第24题11分，第25、26题各12分，共35分）

24. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 交 x 轴于点 A ，交 y 轴于点 B ，点 P 是射线 AO 上一动点（点 P 不与点 O ， A 重合），过点 P 作 PC 垂直于 x 轴，交直线 AB 于点 C ，以直线 PC 为对称轴，将 $\triangle ACP$ 翻折，点 A 的对称点 A' 落在 x 轴上，以 OA' ， $A'C$ 为邻边作平行四边形 $OA'CD$ 。设点 $P(m, 0)$ ， $\square OA'CD$ 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S 。

- (1) OA 的长是_____， AP 的长是_____（用含 m 的式子表示）；
- (2) 求 S 关于 m 的函数关系式，并写出自变量 m 的取值范围。



第24题

25. 阅读下面材料，完成（1），（2）两题

数学课上，老师出示了这样一道题：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D 为 AB 上一点，且满足 $BD=AD$ ， E 为 CD 上一点， $\angle AEC=60^\circ$ ，延长 AE 交 BC 于 F ，求 $\frac{AE}{EF}$ 的值。同学们经过思考后，交流了自己的想法：

小明：“通过观察和度量，发现 $\angle BAF$ 与 $\angle ACD$ 相等。”

小伟：“通过构造全等三角形，经过进一步推理，就可以求出 $\frac{AE}{EF}$ 的值。”

.....

老师：“把原题条件中的‘ $BD=AD$ ’，改为‘ $BD=kAD$ ’其他条件不变（如图2），也可以求出 $\frac{AE}{EF}$ 的值。”

- (1) 在图1中，①求证： $\angle BAF = \angle ACD$ ；②求出 $\frac{AE}{EF}$ 的值；
- (2) 如图2，若 $BD=kAD$ ，直接写出 $\frac{AE}{EF}$ 的值（用含 k 的代数式表示）。

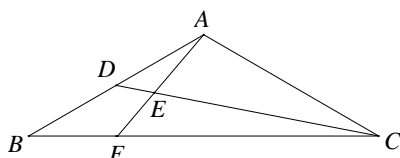


图1

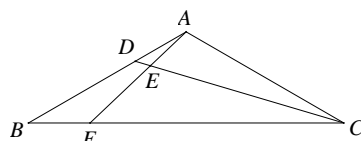
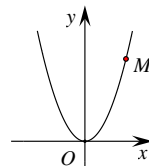


图2

第25题

26.在平面直角坐标系中，函数图象 G 上点 $P(x, y)$ 的横坐标 x 与其纵坐标 y 的和 $x+y$ 称为点 P 的“坐标和”，而图象 G 上所有点的“坐标和”中的最小值称为图象 G 的“智慧数”.

如图：抛物线 $y = x^2$ 上有一点 $M(2, 4)$ ，则点 M 的“坐标和”为 6，当 $x \geq 0$ 时，该抛物线的“智慧数”为 0.



(1) 点 $N(x, 2)$ 在函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，点 N 的“坐标和”是_____；

(2) 求直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ($-1 \leq x \leq 2$) 的“智慧数”；

(3) 若抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点横、纵坐标的和是 2，求该抛物线的“智慧数”；

(4) 设抛物线 $y = x^2 + px + q$ 顶点的横坐标为 m ，且该抛物线的顶点在一次函数 $y = -2x + 2$ 的图象上；当 $2m - 1 \leq x \leq \frac{1}{2}m + 3$ 时，抛物线 $y = x^2 + px + q$ 的“智慧数”是 2，求该抛物线的解析式.

九年级数学参考答案

一. 1.D. 2.B. 3.C. 4.B. 5.C. 6.D. 7.D. 8.C. 9.A. 10.A.

二. 11. $k > 0$. 12. 5π . 13. 65. 14. (4,2). 15. $b^2 - 4ac < 0$. 16. (3,5) 或 (5,2).

三. 17. 解: 原式 $= 4 \times \frac{1}{2} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ -----6分

$= 2 - 1 - 3 = -2$. -----9分

18. 解: (1) $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$, -----3分

顶点坐标为 (1,4); -----5分

(2) 抛物线与 x 轴的交点坐标为 (-1,0), (3,0), -----9分

19. 证明: 连接 OC ,

\because 点 C 是 \widehat{AB} 的中点, $\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC} \therefore \angle AOC = \angle BOC$, -----5分

$\because CD \perp OA, CE \perp OB$,

$\therefore CD = CE$. -----9分

20. 解: (1) 点 A_1, B_1, C_1 的坐标分别为 (4,-1), (1,1), (3,-2); -----3分

(2) 作图略. -----8分

(3) $OC = OC_1, AC \parallel A_1C_1, AC = A_1C_1$ -----12分

四. 21. 解: 由题意知 $BC \perp AD$ 于点 $C, BC=5, \angle ABC=35^\circ \angle CBD=65^\circ$

$\because \tan 65^\circ = \frac{CD}{BC}, \therefore CD = 5 \times \tan 65^\circ = 10.7$, -----4分

$\because \tan 35^\circ = \frac{AC}{BC}, \therefore AC = 5 \times \tan 35^\circ = 3.5$, -----8分

$\therefore AD = 10.7 + 3.5 = 14.2 \approx 14$,

旗杆的高约是 14m -----9分

22. 解: (1) 由题意得: $vt = 2 \times 10^5, t = \frac{2 \times 10^5}{v}$; -----3分

(2) 当 $v = 4 \times 10^3$ 时, $t = \frac{2 \times 10^5}{4 \times 10^3} = 50$,

答: 该公司完成全部运输任务最快需要 50 天. -----7分

(3) $2 \times 10^5 - 30 \times 4 \times 10^3 = 8 \times 10^4$

$(8 \times 10^4 \div 10) \div (4 \times 10^3 \div 50) = 100, 100 - 50 = 50$

答: 每天至少增加 50 辆卡车. -----9分

23. (1) 证明: 如图1连接 OA, OD , 过 O 作 $OH \perp AC$ 于点 H .

$\because AB = AC, O$ 是底边 BC 的中点, $\therefore \angle BAO = \angle CAO$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OD \perp AB, \therefore OH = OD$.

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线; -----4分

(2) 解: 如图2, 连接 OD , 过 D 作 $DK \perp BC$ 于点 K .

\because 点 D 是 \widehat{EG} 的中点, $\therefore \widehat{DE} = \widehat{DG} \therefore \angle AFD = \angle DFK$,

$\because AF \perp AB, \therefore AD = DK = 2$,

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle KDF$ 中

$AD = DK, DF = DF$

$\because \angle ACB = 90^\circ, BC$ 为直径,

$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle KDF$

$\therefore FK = AF = 4$

设 $\odot O$ 的半径为 x

由勾股定理得: $2^2 + (4-x)^2 = x^2$, 解得: $x = 2.5$.

$\therefore \odot O$ 的半径为 2.5 -----10分

五. 24. 解: (1) 4, $4-m$ -----2分

(2) 令 $x=0, y=3$, 即 $OB=3$

$\because PC$ 垂直于 x 轴, $BO \perp OA$

$\therefore \tan \angle BAO = \frac{BO}{AO} = \frac{CP}{AP} = \frac{3}{4}$

$\therefore CP = \frac{3}{4}(4-m) = 3 - \frac{3}{4}m$ -----4分

$\because AA' = 2(4-m) = 8-2m$ -----5分

当 $2 < m < 4$ 时

$OA' = 4 - (8-2m) = 2m-4$

$\therefore S = (2m-4)(3 - \frac{3}{4}m) = -\frac{3}{2}m^2 + 9m - 12$ -----6分

当 $0 < m < 2$ 时, 如图2, 过点 E 作 $EG \perp AO$ 于点 G ,

由题意知, $\angle CA'O = \angle BAO$,

\because 四边形 $CA'OD$ 是平行四边形, $\therefore CA' \parallel OD$

$\therefore \angle CA'O = \angle BAO = \angle DOA, \therefore EO = EA$

$\therefore OG = AG = 2, EG = 1.5$,

$\because \angle A'OF = \angle AOB = 90^\circ, \therefore \triangle A'OF \sim \triangle AOB \therefore \frac{FO}{3} = \frac{OA'}{4}$

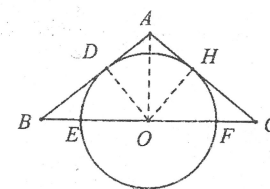


图1

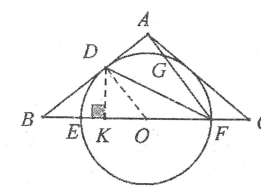


图2

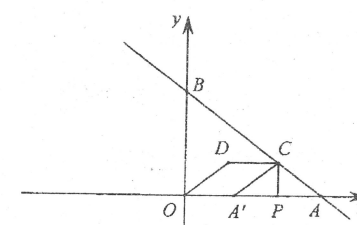


图1

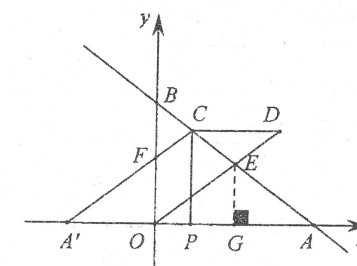


图2

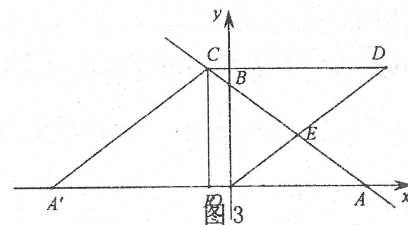
$$\therefore A'O = 8 - 2m - 4 = 4 - 2m, \therefore FO = \frac{3}{4}(4 - 2m)$$

$$\therefore S = S_{\triangle A'OC} - S_{\triangle A'OF} - S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2}(8 - 2m) \cdot \frac{3}{4}(4 - m) - \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}(4 - 2m)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1.5 = -\frac{3}{4}m^2 + 3$$

-----10分

当 $m < 0$ 时, 如图 3, $S = 3$

$$\text{综上 } S = \begin{cases} -\frac{3}{2}m^2 + 9m - 12 (2 \leq m < 4) \\ -\frac{3}{4}m^2 + 3 (0 < m < 2) \\ 3 (m < 0) \end{cases} \quad \text{-----11分}$$



25. 证明: (1) $\because \angle BAC = 120^\circ, \therefore \angle ADC + \angle ACD = 60^\circ$

$\because \angle AEC = 60^\circ, \therefore \angle ADC + \angle BAF = 60^\circ, \therefore \angle BAF = \angle ACD$ -----2分

(2) 如图, 过点 B 作 $BG \perp BC$ 交 AF 的延长线于点 G, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H, 过点 F 作 $FK \parallel CD$ 交 AB 于点 K,

$\because \angle BAC = 120^\circ, AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ, BH = CH$

$\therefore AH = \frac{1}{2}AB, \therefore \angle ABG = \angle ABC + \angle CBG = 120^\circ = \angle BAC$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle CAD, \therefore BG = AD$

\because 点 D 是 AB 中点, $\therefore BG = \frac{1}{2}AB = AH$

$\because \angle GBF = \angle AHF, \angle BFG = \angle AFH$

$\therefore \triangle GBF \cong \triangle AHF,$

$\therefore BF = FH = \frac{1}{4}BC$

$\because FK \parallel CD$

$\therefore \frac{BK}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{4}, \therefore \frac{AD}{DK} = \frac{4}{3}$

$\because FK \parallel CD$

$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AD}{DK} = \frac{4}{3}$ -----8分

(3) $\frac{k+3}{k^2+2k}$ -----12分

26. 解: (1) 4; -----1分

(2) $y + x = -\frac{1}{2}x + 3 + x = \frac{1}{2}x + 3$, -----2分

$\because \frac{1}{2} > 0, -1 \leq x \leq 2, \therefore$ 当 $x = -1$ 时, $y + x$ 最小,

即直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3 (-1 \leq x \leq 2)$ “智慧数”等于 $\frac{1}{2} \times (-1) + 3 = \frac{5}{2}$ -----3分

(3) 抛物线的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2}, \frac{4c-b^2}{4})$, $\therefore -\frac{b}{2} + \frac{4c-b^2}{4} = 2$, 即 $4c - b^2 - 2b = 8$

$$y + x = x^2 + bx + c + x = x^2 + (b+1)x + c$$

$\because a = 1 > 0, \therefore y + x$ 的最小值是 $\frac{4c - (b+1)^2}{4} = \frac{4c - b^2 - 2b - 1}{4} = \frac{8 - 1}{4} = \frac{7}{4}$

\therefore 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的“智慧数”是 $\frac{7}{4}$; -----5分

(4) \because 二次函数 $y = x^2 + px + q$ 的图象的顶点在直线 $y = -2x + 2$ 上,

\therefore 设二次函数为 $y = (x - m)^2 - 2m + 2$, 坐标和为 w

$$w = (x - m)^2 - 2m + 2 + x = x^2 + (1 - 2m)x + m^2 - 2m + 2$$

对称轴 $x = \frac{2m-1}{2}$ -----6分

$\because 2m-1 \leq x \leq \frac{1}{2}m+3, \therefore m \leq \frac{8}{3}$

① 当 $\frac{2m-1}{2} < 2m-1$ 时, 即 $\frac{1}{2} < m \leq \frac{8}{3}$ 时, “坐标和”随 x 的增大而增大

\therefore 把 $(2m-1, 2)$ 代入 $w = x^2 + (1-2m)x + m^2 - 2m + 2$,

得 $2 = (2m-1)^2 + (1-2m)(2m-1) + m^2 - 2m + 2$, 解得 $m_1 = 0$ (舍去), $m_2 = 2$,

当 $m = 2$ 时, $y = (x-2)^2 - 2 \times 2 + 2 = x^2 - 4x + 2$

② 当 $2m-1 \leq \frac{2m-1}{2} \leq \frac{1}{2}m+3$, 即 $x \leq \frac{1}{2}$ 时,

$\frac{4ac-b^2}{4} = 2$, 即 $\frac{4(m^2-2m+2)-(1-2m)^2}{4} = 2$, 解得 $m = -\frac{1}{4}$,

当 $m = -\frac{1}{4}$ 时, $y = (x + \frac{1}{4})^2 - 2 \times (-\frac{1}{4}) + 2 = x^2 + x + \frac{41}{16}$

③ 当 $\frac{2m-1}{2} > \frac{1}{2}m+3$ 时, $m > 7, \therefore m \leq \frac{8}{3}$, 所以此情况不存在

综上, 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 4x + 2$ 或 $y = x^2 + x + \frac{41}{16}$ -----12分