

2018-2019 学年天津市河东区九年级（上）期末数学模拟试卷

一. 选择题（共 12 小题，满分 36 分，每小题 3 分）

1. 方程 $x^2=4x$ 的根是（ ）

- A. $x=4$ B. $x=0$ C. $x_1=0, x_2=4$ D. $x_1=0, x_2=-4$

2. 抛物线 $y=2(x-1)^2+2$ 顶点坐标是（ ）

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

3. 下列所给的汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



4. 抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标是（ ）

- A. $(-2, 5)$ B. $(-2, -5)$ C. $(2, 5)$ D. $(2, -5)$

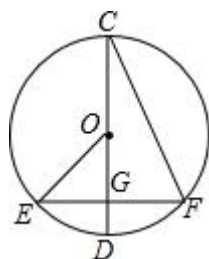
5. 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{5}$ ，则 n 的值为（ ）

- A. 10 B. 8 C. 5 D. 3

6. 下列关于 x 的方程中一定没有实数根的是（ ）

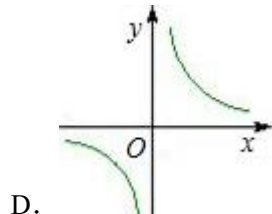
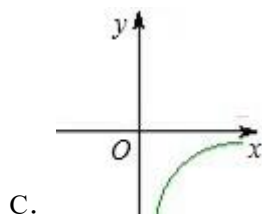
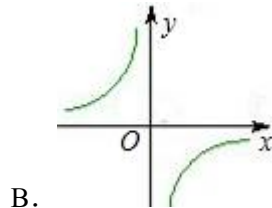
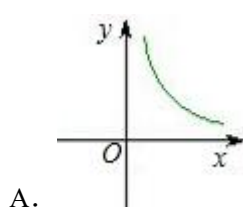
- A. $x^2-x-1=0$ B. $4x^2-6x+9=0$ C. $x^2=-x$ D. $x^2-mx-2=0$

7. 如图， $\odot O$ 的半径为 6，直径 CD 过弦 EF 的中点 G ，若 $\angle EOD=60^\circ$ ，则弦 CF 的长等于（ ）

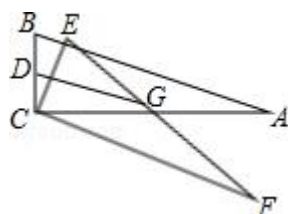


- A. 6 B. $6\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 9

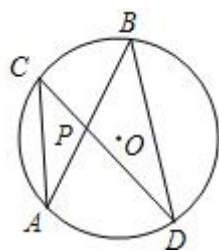
8. 在下图中，反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象大致是（ ）



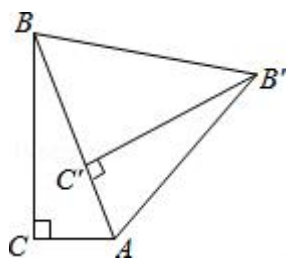
9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $AC=4\sqrt{3}$ ， BC 的中点为 D 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到 $\triangle FEC$ ， EF 的中点为 G ，连接 DG 。在旋转过程中， DG 的最大值是（ ）



- A. $4\sqrt{3}$ B. 6 C. $2+2\sqrt{3}$ D. 8
10. 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 、 CD 相交于点 P ，若 $\angle A=30^\circ$ ， $\angle APD=70^\circ$ ，则 $\angle B$ 等于（ ）



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 50°
11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle BAC=70^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 70° ， B 、 C 旋转后的对应点分别是 B' 和 C' ，连接 BB' ，则 $\angle BB'C'$ 的度数是（ ）



- A. 35° B. 40° C. 45° D. 50°

12. 点 P 在反比例函数 $y = -\frac{2\sqrt{3}}{x}$ 的图象上, 过点 P 分别作坐标轴的垂线段 PM 、 PN , 则四边形 $OMPN$ 的面积 = ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 1

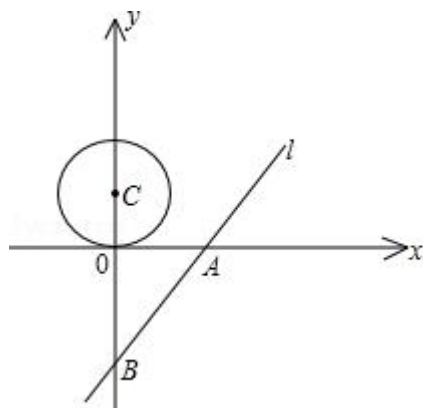
二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

13. 若二次函数 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 的图象上有三个不同的点 $A(x_1, 4)$ 、 $B(x_1+x_2, n)$ 、 $C(x_2, 4)$, 则 n 的值为_____.

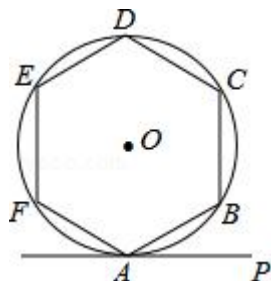
14. 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, $x > 0$ 时, y _____ 0, 这部分图象在第_____象限, y 随着 x 值的增大而_____.

15. 小明掷一枚均匀的骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 点, 得到的点数为奇数的概率是_____.

16. 如图, 直线 l 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 且 $OB=4$, $\angle ABO=30^\circ$, 一个半径为 1 的 $\odot C$, 圆心 C 从点 $(0, 1)$ 开始沿 y 轴向下运动, 当 $\odot C$ 与直线 l 相切时, $\odot C$ 运动的距离是_____



17. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$. 若直线 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , 则 $\angle PAB =$ _____.



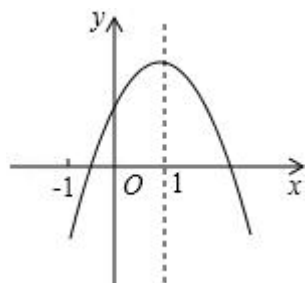
18. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 有下列 6 个结论:

- ① $abc < 0$;
② $b < a - c$;
③ $4a + 2b + c > 0$;

④ $2c < 3b$;

⑤ $a+b < m(am+b)$, ($m \neq 1$ 的实数)

⑥ $2a+b+c > 0$, 其中正确的结论的有_____.



三. 解答题 (共 7 小题, 满分 66 分)

19. 用适当的方法解下列方程:

(1) $x^2 - 3x = 0$

(2) $x^2 - 4x + 2 = 0$

(3) $x^2 - x - 6 = 0$

(4) $(x+1)(x-2) = 4 - 2x$

20. 已知 $A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2}$ ($ab \neq 0$ 且 $a \neq b$)

(1) 化简 A ;

(2) 若点 $P(a, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上, 求 A 的值.

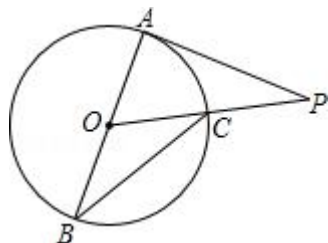
21. 已知一个不透明的袋子中装有 7 个只有颜色不同的球, 其中 2 个白球, 5 个红球.

(1) 求从袋中随机摸出一个球是红球的概率.

(2) 从袋中随机摸出一个球, 记录颜色后放回, 摇匀, 再随机摸出一个球, 求两次摸出的球恰好颜色不同的概率.

(3) 若从袋中取出若干个红球, 换成相同数量的黄球. 搅拌均匀后, 使得随机从袋中摸出两个球, 颜色是一白一黄的概率为 $\frac{2}{7}$, 求袋中有几个红球被换成了黄球.

22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于 A , OP 交 $\odot O$ 于 C , 连 BC . 若 $\angle P = 30^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.

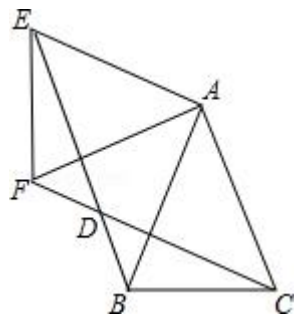


23. 某企业设计了一款工艺品,每件的成本是 50 元,为了合理定价,投放市场进行试销.据市场调查,销售单价是 100 元时,每天的销售量是 50 件,而销售单价每降低 1 元,每天就可多售出 5 件,但要求销售单价不得低于成本.
- (1) 求出每天的销售利润 y (元) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式;
 - (2) 求出销售单价为多少元时,每天的销售利润最大? 最大利润是多少?
 - (3) 如果该企业要使每天的销售利润不低于 4000 元,那么销售单价应控制在什么范围内?

24. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=45^\circ$, $\triangle AEF$ 是由 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转得到的, 连接 BE 、 CF 相交于点 D

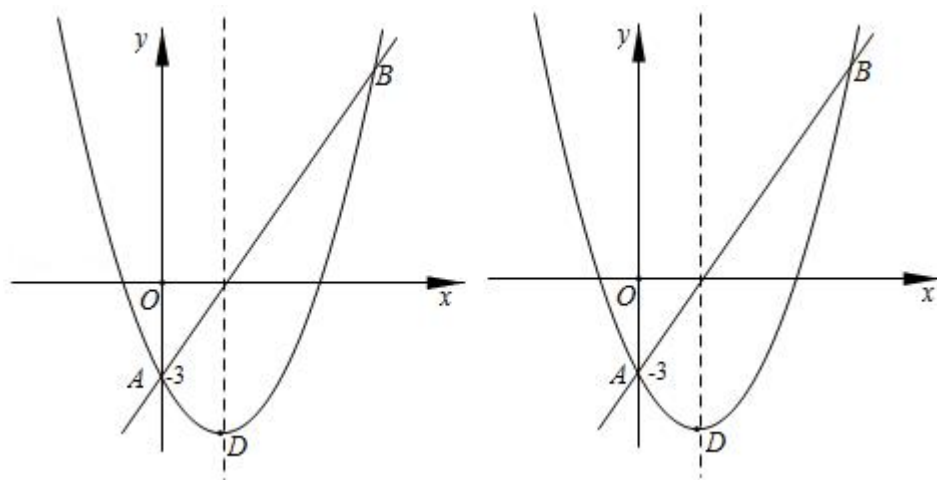
(1) 求证: $BE=CF$;

(2) 当四边形 $ACDE$ 为平行四边形时, 求证: $\triangle ABE$ 为等腰直角三角形.



25. 如图，直线 AB 和抛物线的交点是 $A(0, -3)$ ， $B(5, 9)$ ，已知抛物线的顶点 D 的横坐标是 2.

- (1) 求抛物线的解析式及顶点坐标；
- (2) 在 x 轴上是否存在一点 C ，与 A, B 组成等腰三角形？若存在，求出点 C 的坐标，若不在，请说明理由；
- (3) 在直线 AB 的下方抛物线上找一点 P ，连接 PA, PB 使得 $\triangle PAB$ 的面积最大，并求出这个最大值.



参考答案

一. 选择题（共 12 小题，满分 36 分，每小题 3 分）

1. 【解答】解：方程整理得： $x(x-4)=0$ ，

可得 $x=0$ 或 $x-4=0$ ，

解得： $x_1=0$ ， $x_2=4$ ，

故选：C.

2. 【解答】解： \because 抛物线解析式为 $y=2(x-1)^2+2$ ，

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 2)$.

故选：A.

3. 【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误.

故选：B.

4. 【解答】解：抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标为 $(2, 5)$ ，

故选：C.

5. 【解答】解： \because 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全

相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{5}$ ，

$$\therefore \frac{2}{2+n} = \frac{1}{5},$$

解得 $n=8$.

故选：B.

6. 【解答】解：A、 $\Delta=5>0$ ，方程有两个不相等的实数根；

B、 $\Delta=-108<0$ ，方程没有实数根；

C、 $\Delta=1=0$ ，方程有两个相等的实数根；

D、 $\Delta=m^2+8>0$ ，方程有两个不相等的实数根.

故选：B.

7. 【解答】解：连接 DF ，

\because 直径 CD 过弦 EF 的中点 G ，

$$\therefore \widehat{DE} = \widehat{DF},$$

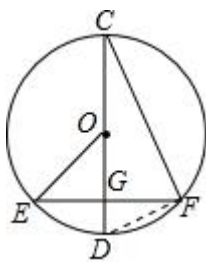
$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle EOD = 30^\circ,$$

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\therefore CF = CD \cdot \cos \angle DCF = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3},$$

故选: B .



8. 【解答】解: $\because k=2$, 可根据 $k>0$, 反比例函数图象在第一、三象限;

\therefore 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小.

故选: D .

9. 【解答】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$$\therefore AB = AC \div \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,$$

$$BC = AC \cdot \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4,$$

$\because BC$ 的中点为 D ,

$$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

连接 CG , $\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到 $\triangle FEC$, EF 的中点为 G ,

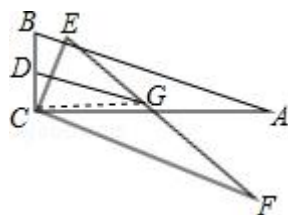
$$\therefore CG = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

由三角形的三边关系得, $CD + CG > DG$,

$\therefore D$ 、 C 、 G 三点共线时 DG 有最大值,

$$\text{此时 } DG = CD + CG = 2 + 4 = 6.$$

故选: B .



10. 【解答】解：∵ $\angle APD$ 是 $\triangle APC$ 的外角，

$$\therefore \angle APD = \angle C + \angle A;$$

$$\because \angle A = 30^\circ, \angle APD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle APD - \angle A = 40^\circ;$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 40^\circ;$$

故选：C.

11. 【解答】解：∵ $AB = AB'$,

$$\therefore \angle ABB' = \angle AB'B = \frac{180^\circ - \angle BAB'}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ,$$

在直角 $\triangle BB'C$ 中， $\angle BB'C = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.

故选：A.

12. 【解答】解：∵ 点 P 反比例函数 $y = -\frac{2\sqrt{3}}{x}$ 的图象上，

∴ 过点 P 分别作坐标轴的垂线段 PM 、 PN ，所得四边形 $OMPN$ 的面积为 $|-2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$.

故选：C.

二. 填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

13. 【解答】解：∵ $A(x_1, 4)$ 、 $C(x_2, 4)$ 在二次函数 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 的图象上，

$$\therefore 2(x+1)^2 + 3 = 4,$$

$$\therefore 2x^2 + 4x + 1 = 0,$$

根据根与系数的关系得， $x_1 + x_2 = -2$,

∵ $B(x_1 + x_2, n)$ 在二次函数 $y = 2(x+1)^2 + 3$ 的图象上，

$$\therefore n = 2(-2+1)^2 + 3 = 5,$$

故答案为 5.

14. 【解答】解：反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ， $x > 0$ 时， $y > 0$ ，这部分图象在第一象限， y 随着 x 值的增大而减小.

故答案为：>；一；减小.

15. 【解答】解：根据题意知，掷一次骰子 6 个可能结果，而奇数有 3 个，所以掷到上面为

奇数的概率为 $\frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

16. 【解答】解：设第一次相切的切点为 E ，第二次相切的切点为 F ，连接 EC' ， FC'' ，

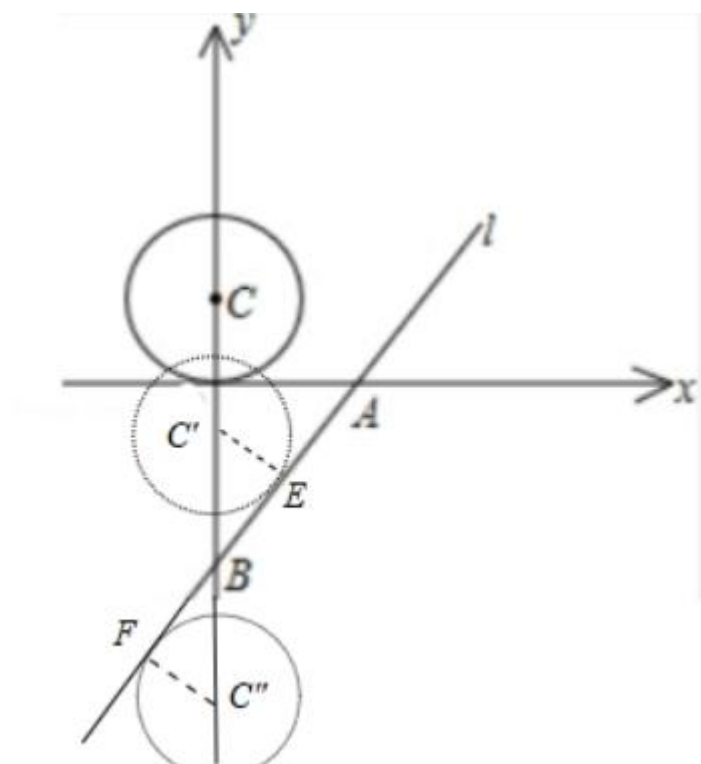
在 $\text{Rt}\triangle BEC'$ 中， $\angle ABC=30^\circ$ ， $EC'=1$ ，

$$\therefore BC'=2EC'=2,$$

$$\because BC=5,$$

$$\therefore CC'=3, \text{ 同法可得 } CC''=7,$$

故答案为 3 或 7.



17. 【解答】解：连接 OB ， AD ， BD ，

\because 多边形 $ABCDEF$ 是正多边形，

$\therefore AD$ 为外接圆的直径，

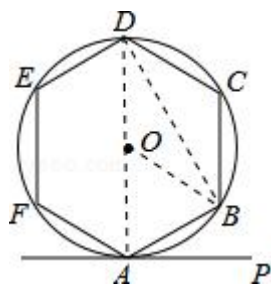
$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ.$$

\because 直线 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A ，

$$\therefore \angle PAB = \angle ADB = 30^\circ.$$

故答案为： 30° .



18. 【解答】解：①∵该抛物线开口方向向下，

$$\therefore a < 0.$$

∵抛物线对称轴在 y 轴右侧，

∴ a 、 b 异号，

$$\therefore b > 0;$$

∵抛物线与 y 轴交于正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore abc < 0;$$

故①正确；

$$\textcircled{2} \because a < 0, c > 0,$$

$$\therefore a - c < 0,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b > a - c,$$

故②错误；

③根据抛物线的对称性知，当 $x=2$ 时， $y>0$ ，即 $4a+2b+c>0$ ；故③正确；

$$\textcircled{4} \because \text{对称轴方程 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}b,$$

$$\because \text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = a - b + c < 0,$$

$$\therefore -\frac{3}{2}b + c < 0,$$

$$\therefore 2c < 3b,$$

故④正确；

$$\textcircled{5} \because x=m \text{ 对应的函数值为 } y = am^2 + bm + c,$$

$$x=1 \text{ 对应的函数值为 } y = a + b + c,$$

又 $x=1$ 时函数取得最大值,

当 $m \neq 1$ 时, $a+b+c > am^2+bm+c$, 即 $a+b > am^2+bm = m(am+b)$,

故⑤错误.

$$\textcircled{6} \because b = -2a,$$

$$\therefore 2a+b=0,$$

$$\because c > 0,$$

$$\therefore 2a+b+c > 0,$$

故⑥正确.

综上所述, 其中正确的结论的有: ①③④⑥.

故答案为: ①③④⑥.

三. 解答题 (共 7 小题, 满分 66 分)

19. 【解答】解: (1) $x^2 - 3x = 0$,

$$x(x-3) = 0,$$

$$x=0, x-3=0,$$

$$x_1=0, x_2=3;$$

(2) 移项, 得

$$x^2 - 4x = -2,$$

配方, 得

$$x^2 - 4x + 4 = 2,$$

$$\text{即 } (x-2)^2 = 2,$$

开方, 得

$$x-2 = \pm\sqrt{2},$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2};$$

$$(3) x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0,$$

$$x-3=0, x+2=0,$$

$$x_1=3, x_2=-2;$$

$$(4) (x+1)(x-2) = 4 - 2x$$

$$(x+1)(x-2) - 2(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x+1-2) = 0,$$

$$x-2=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

$$x_1=2, x_2=1.$$

$$20. \text{【解答】解: (1) } A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2},$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 4ab}{ab(a-b)^2},$$

$$= \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)^2},$$

$$= \frac{1}{ab}.$$

$$(2) \because \text{点 } P(a, b) \text{ 在反比例函数 } y = -\frac{5}{x} \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore ab = -5,$$

$$\therefore A = \frac{1}{ab} = -\frac{1}{5}.$$

21. 【解答】解: (1) \because 袋中共有 7 个小球, 其中红球有 5 个,

\therefore 从袋中随机摸出一个球是红球的概率为 $\frac{5}{7}$;

(2) 列表如下:

	白	白	红	红	红	红	红
白	(白, 白)	(白, 白)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)
白	(白, 白)	(白, 白)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)	(白, 红)
红	(白, 红)	(白, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)
红	(白, 红)	(白, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)
红	(白, 红)	(白, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)
红	(白, 红)	(白, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)
红	(白, 红)	(白, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)	(红, 红)

由表知共有 49 种等可能结果，其中两次摸出的球恰好颜色不同的有 20 种结果，

∴ 两次摸出的球恰好颜色不同的概率为 $\frac{20}{49}$;

(3) 设有 x 个红球被换成了黄球.

根据题意，得： $\frac{2x+2x}{42}=\frac{2}{7}$,

解得： $x=3$,

即袋中有 3 个红球被换成了黄球.

22. 【解答】解：∵ PA 切 $\odot O$ 于 A ， AB 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle PAO=90^\circ$ ，

∵ $\angle P=30^\circ$ ，

∴ $\angle AOP=60^\circ$ ，

∴ $\angle B=\frac{1}{2}\angle AOP=30^\circ$.

23. 【解答】解：(1) $y=(x-50)[50+5(100-x)]$

$= (x-50)(-5x+550)$

$= -5x^2+800x-27500$,

∴ $y=-5x^2+800x-27500$ ($50\leq x\leq 100$);

(2) $y=-5x^2+800x-27500=-5(x-80)^2+4500$,

∵ $a=-5<0$,

∴ 抛物线开口向下.

∵ $50\leq x\leq 100$ ，对称轴是直线 $x=80$ ，

∴ 当 $x=80$ 时， $y_{\text{最大值}}=4500$;

(3) 当 $y=4000$ 时， $-5(x-80)^2+4500=4000$,

解得 $x_1=70$ ， $x_2=90$.

∴ 当 $70\leq x\leq 90$ 时，每天的销售利润不低于 4000 元.

24. 【解答】解：(1) 证明：∵ $\triangle AEF$ 是由 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转得到的，

∴ $AE=AB$ ， $AF=AC$ ， $\angle EAF=\angle BAC$ ，

∴ $\angle EAF+\angle BAF=\angle BAC+\angle BAF$ ，即 $\angle EAB=\angle FAC$ ，

∵ $AB=AC$ ，

∴ $AE=AF$ ，

∴△AEB可由△AFC绕点A按顺时针方向旋转得到，

∴BE=CF；

(2) 在□ABCD中，∠EAC+∠ACF=180°

∴∠EAF=∠BAC=45°

∴∠FAB+∠ACF=90°

又AF=AC

∴∠F=∠ACF

∴∠FAB+∠F=90°

∴∠ACF=45°

∴△AFC为等腰直角三角形

∴△ABE为等腰直角三角形

25. 【解答】解：(1) 抛物线的顶点D的横坐标是2，则 $x = -\frac{b}{2a} = 2 \cdots \textcircled{1}$ ，

抛物线过点A(0, -3)，则：函数的表达式为： $y = ax^2 + bx - 3$ ，

把B点坐标代入上式得： $9 = 25a + 5b - 3 \cdots \textcircled{2}$ ，

联立①、②解得： $a = \frac{12}{5}$ ， $b = -\frac{48}{5}$ ， $c = -3$ ，

∴抛物线的解析式为： $y = \frac{12}{5}x^2 - \frac{48}{5}x - 3$ ，

当x=2时， $y = -\frac{63}{5}$ ，即顶点D的坐标为(2, $-\frac{63}{5}$)；

(2) A(0, -3)，B(5, 9)，则AB=13，

①当AB=AC时，设点C坐标(m, 0)，

则： $(m)^2 + (-3)^2 = 13^2$ ，解得： $m = \pm 4\sqrt{10}$ ，

即点C坐标为： $(4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(-4\sqrt{10}, 0)$ ；

②当AB=BC时，设点C坐标(m, 0)，

则： $(5-m)^2 + 9^2 = 13^2$ ，解得： $m = 5 \pm 2\sqrt{22}$ ，

即：点C坐标为： $(5+2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(5-2\sqrt{22}, 0)$ ，

③当AC=BC时，设点C坐标(m, 0)，

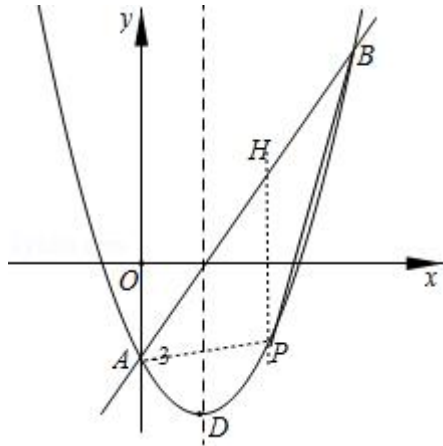
则：点C为AB的垂直平分线于x轴的交点，

则点C坐标为 $(\frac{97}{10}, 0)$ ，

故：存在，

点 C 的坐标为: $(4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(-4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(5+2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(5-2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(\frac{97}{10}, 0)$;

(3) 过点 P 作 y 轴的平行线交 AB 于点 H ,



设: AB 所在的直线过点 $A(0, -3)$, 则设直线 AB 的表达式为 $y=kx-3$,

把点 B 坐标代入上式, $9=5k-3$, 则 $k=\frac{12}{5}$,

故函数的表达式为: $y=\frac{12}{5}x-3$,

设: 点 P 坐标为 $(m, \frac{12}{5}m^2 - \frac{48}{5}m - 3)$, 则点 H 坐标为 $(m, \frac{12}{5}m - 3)$,

$$S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot x_B = \frac{5}{2} \left(-\frac{12}{5}m^2 + 12m \right),$$

当 $m=2.5$ 时, $S_{\triangle PAB}$ 取得最大值为: $\frac{27}{2}$,

答: $\triangle PAB$ 的面积最大值为 $\frac{27}{2}$.