

中雅培粹学校 2020 年上学期入学考试卷

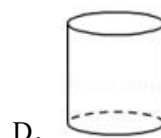
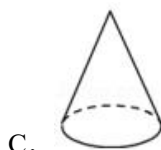
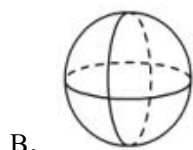
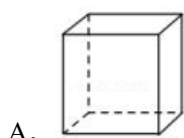
初三年级 数学科目

命题人：九年级数学备课组 审题人：严 平 罗 熠

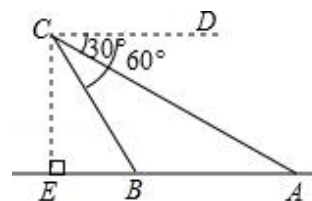
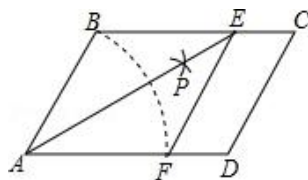
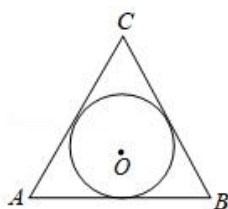
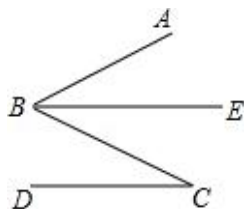
考生注意：本试卷共三道大题，26 小题，满分 120 分，时量 120 分钟

一、选择题（每小题 3 分，共 12 小题，共 36 分）

- 2 的相反数是（ ）
A. - 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$
- 据国家旅游局统计，2020 年寒假全国各大景点共接待游客约为 82600000 人次，数据 82600000 用科学记数法表示为（ ）
A. 0.826×10^6 B. 8.26×10^7 C. 82.6×10^6 D. 8.26×10^8
- 下列各式中，计算正确的是（ ）
A. $8a - 3b = 5ab$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $a^2 \cdot a = a^3$
- 对于任意的矩形，下列说法一定正确的是（ ）
A. 对角线垂直且相等 B. 四边都互相垂直
C. 四个角都相等 D. 是轴对称图形，但不是中心对称图形
- 如图，已知 BE 平分 $\angle ABC$ ，且 $BE \parallel DC$ ，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）
A. 20° B. 25° C. 30° D. 50°
- 下面几个几何体，从正面看到的形状是圆的是（ ）



- 如图，边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边 $\triangle ABC$ 的内切圆的半径为（ ）
A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$
- 下列说法正确的是（ ）
A. 任意掷一枚质地均匀的硬币 10 次，一定有 5 次正面向上
B. 天气预报说“明天的降水概率为 40%”，表示明天有 40% 的时间都在降雨
C. “篮球队员在罚球线上投篮一次，投中”为随机事件
D. “a 是实数， $|a| \geq 0$ ”是不可能事件



- 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 3$ ，以点 A 为圆心，AB 长为半径画弧交 AD 于点 F，再分别以点 B、F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BF$ 的相同长为半径画弧，两弧交于点 P；连接 AP 并延长交 BC 于点 E，连接 EF，则四边形 ABEF 的周长为（ ）

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

10. 如图，一架无人机航拍过程中在 C 处测得地面上 A, B 两个目标点的俯角分别为 30° 和 60° . 若 A, B 两个目标点之间的距离是 120 米，则此时无人机与目标点 A 之间的距离（即 AC 的长）为（ ）

- A. 120 米 B. $120\sqrt{3}$ 米 C. 60 米 D. $60\sqrt{3}$ 米

11. 某出租车起步价所包含的路程为 $0 \sim 2\text{km}$ ，超过 2km 的部分按每千米另收费. 津津乘坐这种出租车走了 7km ，付了 16 元；盼盼乘坐这种出租车走了 13km ，付了 28 元. 设这种出租车的起步价为 x 元，超过 2km 后每千米收费 y 元，则下列方程正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} x+7y=16 \\ x+13y=28 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+(7-2)y=16 \\ x+13y=28 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+7y=16 \\ x+(13-2)y=28 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+(7-2)y=16 \\ x+(13-2)y=28 \end{cases}$

12. 如图，P 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 在第一象限内图象上的一点，过点 P 分别作 x 轴， y 轴的垂线交一次函数 $y = -x - 4$ 的图象于点 A、B. 若 $\angle AOB = 135^\circ$ ，则 k 的值是（ ）

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

二、填空题（每小题 3 分，共 6 小题，共 18 分）

13. 已知函数关系式： $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ，则自变量 x 的取值范围是_____ .

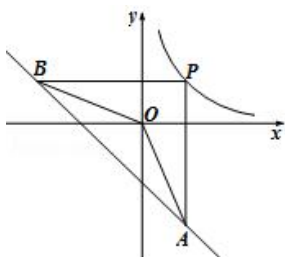
14. 因式分解： $2a^2 - 8 =$ _____.

15. 方程 $\frac{2}{x-4} - \frac{2-x}{4-x} = 0$ 的解为_____.

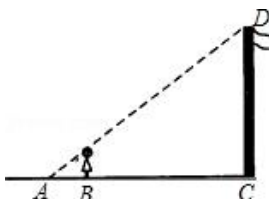
16. 在一个不透明的盒子中装有 n 个小球，它们只有颜色上的区别，其中有 2 个红球. 每次摸球前先将盒中的球摇匀，随机摸出一个球记下颜色后再放回盒中，通过大量重复摸球实验后发现，摸到红球的频率稳定于 0.2，那么可以推算出 n 大约是_____.

17. 如图，身高为 1.8 米的某学生想测量学校旗杆的高度，当他站在 B 处时，他头顶端的影子正好与旗杆顶端的影子重合，并测得 $AB = 2$ 米， $BC = 18$ 米，则旗杆 CD 的高度是_____米.

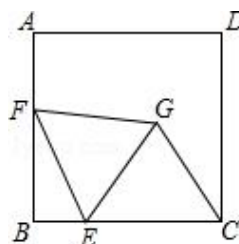
18. 如图，正方形 ABCD 的边长为 8，E 为 BC 上一点，且 $BE = 2$ ，F 为 AB 边上的一个动点，连接 EF，以 EF 为边向右侧作等边 $\triangle EFG$ ，连接 CG，则 CG 的最小值为_____.



第 12 题图



第 17 题图



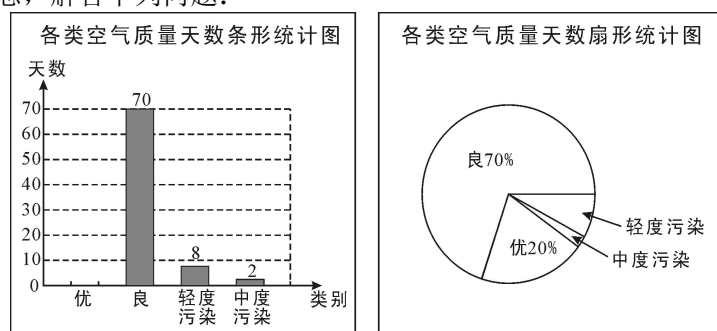
第 18 题图

三、计算解答题（共 8 小题，共 66 分）

19. （本小题 6 分）计算： $\frac{6}{\sqrt{3}} + (\pi - 3)^0 - |\sqrt{12}| - \cos 60^\circ$

20. （本小题 6 分）先化简，再求值： $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} \right) \div \frac{x}{x^2+2x+1}$ ，其中 $x = \sqrt{2}$.

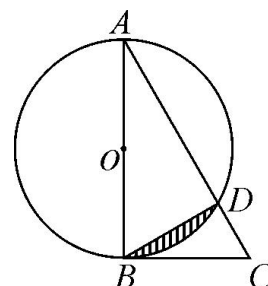
21. (本小题 8 分)“宜居长沙”是我们的共同愿景，空气质量倍受人们关注．我市某空气质量监测站点检测了该区域每天的空气质量情况，统计了 2013 年 1 月份至 4 月份若干天的空气质量情况，并绘制了如下两幅不完整的统计图．请根据图中信息，解答下列问题：



- (1) 统计图共统计了_____天的空气质量情况．
- (2) 请将条形统计图补充完整，并计算空气质量为“优”所在扇形的圆心角度数．
- (3) 从小源所在班级的 40 名同学中，随机选取一名同学去该空气质量监测站点参观，则恰好选到小源的概率是多少？

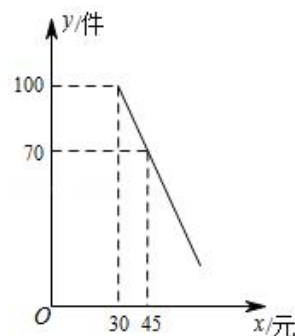
22. (本小题 8 分) 22. 如图， $\triangle ABC$ 中，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 D ， $\angle DBC = \angle BAC$ ．

- (1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 2， $\angle BAC = 30^\circ$ ，求图中阴影部分的面积．



23. (本小题 9 分) 某商店购进一批成本为每件 30 元的商品，商店按单价不低于成本价，且不低于 50 元销售．经调查发现，该商品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间满足一次函数关系，其图象如图所示．

- (1) 求该商品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式；
- (2) 销售单价定为多少元时，才能使销售该商品每天获得的利润 w (元) 最大？最大利润是多少？
- (3) 若商店要使销售该商品每天获得的利润高于 800 元，求出每天的销售量最多应为多少件？



24. (本小题 9 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3a + 2$ (a 为实数),

(1) 若抛物线与 x 轴交于 A、B 两点,

① 已知 A $(-1, 0)$, 求 B 的坐标;

② 若 $AB = \sqrt{2}$, 求 a 的值;

(2) 若二次函数的图象在 $x \leq 5$ 的部分与一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象有两个交点, 求 a 的取值范围.

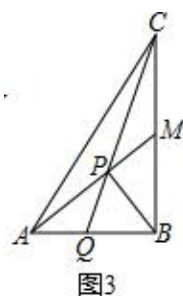
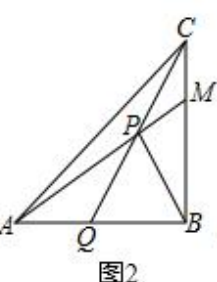
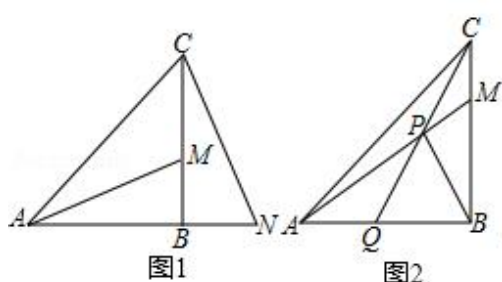
25. (本小题 10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\frac{AB}{BC} = n$, M 是 BC 上一点, 连接 AM .

(1) 如图 1, 若 $n = 1$, N 是 AB 延长线上一点, CN 与 AM 垂直, 求证: $BM = BN$.

(2) 过点 B 作 $BP \perp AM$, P 为垂足, 连接 CP 并延长交 AB 于点 Q .

① 如图 2, 若 $n = 1$, 求证: $\frac{CP}{PQ} = \frac{BM}{BQ}$.

② 如图 3, 若 M 是 BC 的中点, 直接写出 $\tan \angle BPQ$ 的值. (用含 n 的式子表示)



26. (本小题 10 分) 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 4$ ($a > 0$) 的图象与 x 轴交于 A、B 两点, (A 在 B 左侧, 且 $OA < OB$), 与 y 轴交于点 C.

(1) 求 C 点坐标, 并判断 b 的正负性;

(2) 设这个二次函数的图象的对称轴与直线 AC 相交于点 D, 已知 $DC : CA = 1 : 2$, 直线 BD 与 y 轴交于点 E, 连接 BC.

① 若 $\triangle BCE$ 的面积为 8, 求二次函数的解析式;

② 若 $\triangle BCD$ 为锐角三角形, 求出 OA 的取值范围.

