

2019-2020 学年山东省日照实验中学九年级（上）

开学数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（36 分）

1. （3 分）（2013•凉山州）如果代数式 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq 1$ C. $x > 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

【解答】解：根据题意得： $x \geq 0$ 且 $x - 1 \neq 0$.

解得： $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

故选：D.

2. （3 分）（2019 秋•东港区校级月考）下列运算正确的是（ ）

- A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $(ab)^2 = ab^2$ C. $a^2 + a^2 = a^4$ D. $a \cdot a^2 = a^2$

【解答】解：A、 $(a^2)^3 = a^6$ ，计算正确，故本选项正确；

B、 $(ab)^2 = a^2b^2$ ，计算错误，故本选项错误；

C、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，计算错误，故本选项错误；

D、 $a \cdot a^2 = a^3$ ，计算错误，故本选项错误.

故选：A.

3. （3 分）（2019 秋•东港区校级月考）下列说法正确的是（ ）

- A. 从 1, 2, 3, 4, 5 中随机取出一个数，取得偶数的可能性比取得奇数的大
B. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.31$ ，乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.02$ ，则甲组比乙组数据稳定
C. 数据 -2, 1, 3, 4, 4, 5 的中位数是 4
D. 了解重庆市初中学生的视力情况，适宜采用抽样调查的方法

【解答】解：A、从 1, 2, 3, 4, 5 中随机取出一个数，取得偶数的概率是 $\frac{2}{5}$ ，取得奇数的概率是 $\frac{3}{5}$ ，取得偶数的可能性比取得奇数的小，故本选项错误；

B、若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.31$ ，乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.02$ ，则乙组数据比甲组数据稳定，故本选项错误；

C、数据 -2, 1, 3, 4, 4, 5 的中位数是 $\frac{3+4}{2} = 3.5$ ，故本选项错误；

D、了解重庆市初中学生的视力情况，适宜采用抽样调查的方法，故本选项正确；

故选：D．

4. (3分) (2016•湘西州) 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象不经过的象限是()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【解答】解：∵ $y = -2x + 3$ 中， $k = -2 < 0$ ，

∴ 必过第二、四象限，

∵ $b = 3$ ，

∴ 交 y 轴于正半轴.

∴ 过第一、二、四象限，不过第三象限，

故选：C．

5. (3分) (2019秋•东港区校级月考) 用配方法解方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 时，配方后得的方程为()

- A. $(x+3)^2 = 5$ B. $(x-3)^2 = -13$ C. $(x-3)^2 = 5$ D. $(x-3)^2 = 13$

【解答】解： $x^2 - 6x + 4 = 0$ ，

$x^2 - 6x = -4$ ，

$x^2 - 6x + 9 = -4 + 9$ ，

$(x-3)^2 = 5$ ，

故选：C．

6. (3分) (2017秋•新化县期末) 已知 $x < 2$ ，则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果是()

- A. $x - 2$ B. $x + 2$ C. $-x - 2$ D. $2 - x$

【解答】解： $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = 2-x$ ，

故选：D．

7. (3分) (2018春•安丘市期末) 下列各组数中，以 a ， b ， c 为边的三角形不是直角三角形的是()

- A. $a = 1.5$ ， $b = 2$ ， $c = 3$ B. $a = 7$ ， $b = 24$ ， $c = 25$
C. $a = 6$ ， $b = 8$ ， $c = 10$ D. $a = 3$ ， $b = 4$ ， $c = 5$

【解答】解：A、∵ $1.5^2 + 2^2 \neq 3^2$ ，∴ 该三角形不是直角三角形，故A选项符合题意；

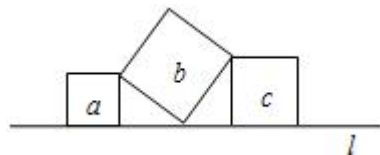
B、∵ $7^2 + 24^2 = 25^2$ ，∴ 该三角形是直角三角形，故B选项不符合题意；

C 、 $\because 6^2 + 8^2 = 10^2$ ， \therefore 该三角形是直角三角形，故 C 选项不符合题意；

D 、 $\because 3^2 + 4^2 = 5^2$ ， \therefore 该三角形不是直角三角形，故 D 选项不符合题意。

故选： A 。

8. (3 分) (2007•连云港) 如图，直线 l 上有三个正方形 a ， b ， c ，若 a ， c 的面积分别为 5 和 11，则 b 的面积为()



A. 4

B. 6

C. 16

D. 55

【解答】解： $\because a$ 、 b 、 c 都是正方形，

$\therefore AC = CD$ ， $\angle ACD = 90^\circ$ ；

$\because \angle ACB + \angle DCE = \angle ACB + \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DCE$ ，

$\because \angle ABC = \angle CED = 90^\circ$ ， $AC = CD$ ，

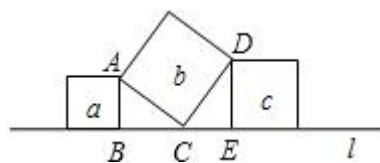
$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DCE$ ，

$\therefore AB = CE$ ， $BC = DE$ ；

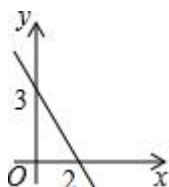
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得： $AC^2 = AB^2 + BC^2 = AB^2 + DE^2$ ，

即 $S_b = S_a + S_c = 11 + 5 = 16$ ，

故选： C 。



9. (3 分) (2013•娄底) 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象如图所示，当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是()



A. $x < 0$

B. $x > 0$

C. $x < 2$

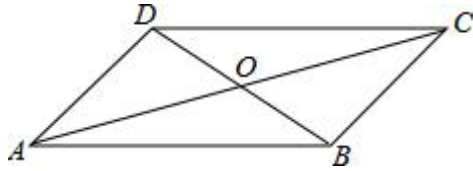
D. $x > 2$

【解答】解：因为直线 $y = kx + b$ 与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$ ，

由函数的图象可知当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $x < 2$.

故选: C.

10. (3分) (2013•泸州) 四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是()



A. $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$

B. $AB = DC$, $AD = BC$

C. $AO = CO$, $BO = DO$

D. $AB \parallel DC$, $AD = BC$

【解答】解: A、由“ $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ ”可知, 四边形 $ABCD$ 的两组对边互相平行, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

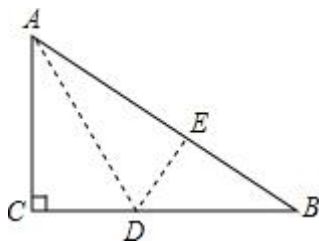
B、由“ $AB = DC$, $AD = BC$ ”可知, 四边形 $ABCD$ 的两组对边相等, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

C、由“ $AO = CO$, $BO = DO$ ”可知, 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相平分, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

D、由“ $AB \parallel DC$, $AD = BC$ ”可知, 四边形 $ABCD$ 的一组对边平行, 另一组对边相等, 据此不能判定该四边形是平行四边形. 故本选项符合题意;

故选: D.

11. (3分) (2002•南通) 如图, 有一块直角三角形纸片, 两直角边 $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 现将直角边 AC 沿直线 AD 折叠, 使它落在斜边 AB 上且与 AE 重合, 则 CD 等于()



A. 2cm

B. 3cm

C. 4cm

D. 5cm

【解答】解: 在 $RT\triangle ABC$ 中, $\because AC = 6$, $BC = 8$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$\triangle ADE$ 是由 $\triangle ACD$ 翻折,

$$\therefore AC = AE = 6, \quad EB = AB - AE = 10 - 6 = 4,$$

设 $CD = DE = x$,

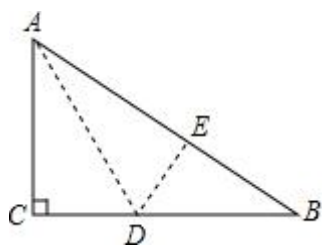
在 $RT\triangle DEB$ 中, $\therefore DE^2 + EB^2 = DB^2$,

$$\therefore x^2 + 4^2 = (8-x)^2$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore CD = 3.$$

故选: B .



12. (3分) (2018•巴中) 若分式方程 $\frac{3x-a}{x^2-2x} + \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x}$ 有增根, 则实数 a 的取值是 ()

A. 0 或 2

B. 4

C. 8

D. 4 或 8

【解答】解: 方程两边同乘 $x(x-2)$, 得 $3x-a+x=2(x-2)$,

由题意得, 分式方程的增根为 0 或 2,

当 $x=0$ 时, $-a=-4$,

解得, $a=4$,

当 $x=2$ 时, $6-a+2=0$,

解得, $a=8$,

故选: D .

二、填空 (每小题 4 分, 16 分)

13. (4分) (2018 春•建平县期末) 当 $m = \underline{8 \text{ 或 } -2}$ 时, $x^2 + 2(m-3)x + 25$ 是完全平方式.

【解答】解: $\because x^2 + 2(m-3)x + 25 = x^2 + 2(m-3)x + 5^2$,

$$\therefore 2(m-3)x = \pm 2 \times 5x,$$

$$m-3=5 \text{ 或 } m-3=-5,$$

解得 $m=8$ 或 $m=-2$.

故答案为: 8 或 -2 .

14. (4分) (2017 秋•景德镇期末) 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 = 2x+1$ 的两个根, 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值是 $\underline{-2}$.

【解答】解：方程化为一般式 $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，

根据题意得 $x_1 + x_2 = 2$ ， $x_1 x_2 = -1$ ，

$$\text{所以 } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2}{-1} = -2.$$

故答案为 -2 。

15. (4分) (2019秋•东港区校级月考) 已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数是 2，方差是 1，则数据 $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, 3x_3 - 2, 3x_4 - 2, 3x_5 - 2$ 的平均数是 4，方差是9。

【解答】解： \because 数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数是 2，

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \times 5 = 10,$$

$$\therefore \frac{3x_1 - 2 + 3x_2 - 2 + 3x_3 - 2 + 3x_4 - 2 + 3x_5 - 2}{5} = \frac{3 \times 10 - 10}{5} = 4,$$

\because 数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的方差是 1，

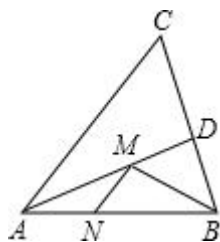
$$\therefore \frac{1}{5}[(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 + (x_5 - 2)^2] = 1,$$

\therefore

$$\frac{1}{5}[(3x_1 - 2 - 4)^2 + (3x_2 - 2 - 4)^2 + (3x_3 - 2 - 4)^2 + (3x_4 - 2 - 4)^2 + (3x_5 - 2 - 4)^2] = \frac{1}{5}[9(x_1 - 2)^2 + 9(x_2 - 2)^2 + 9(x_3 - 2)^2 + 9(x_4 - 2)^2 + 9(x_5 - 2)^2] = 9 \times 1 = 9$$

故答案为：4，9。

16. (4分) (2009•陕西) 如图，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4\sqrt{2}$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ， M, N 分别是 AD 和 AB 上的动点，则 $BM + MN$ 的最小值是 4。



【解答】解：如图，在 AC 上截取 $AE = AN$ ，连接 BE 。

$\because \angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ，

$$\therefore \angle EAM = \angle NAM,$$

$$\text{在 } \triangle AME \text{ 与 } \triangle AMN \text{ 中, } \begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM \\ AM = AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AME \cong \triangle AMN(SAS),$$

$$\therefore ME = MN.$$

$$\therefore BM + MN = BM + ME \geq BE.$$

$\therefore BM + MN$ 有最小值.

当 BE 是点 B 到直线 AC 的距离时, $BE \perp AC$,

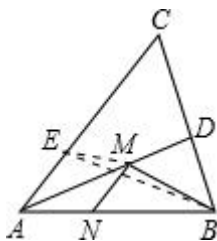
又 $AB = 4\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$, 此时, $\triangle ABE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore BE = 4,$$

即 BE 取最小值为 4,

$\therefore BM + MN$ 的最小值是 4.

故答案为: 4.



三、解答题 (68 分)

17. (12 分) (2019 秋•东港区校级月考) 计算

$$(1) x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0;$$

$$(2) x(3x - 2) = 4 - 6x;$$

$$(3) -3^2 + |-\sqrt{2} - 3| + (\pi - 2)^0 - \sqrt{8} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}.$$

【解答】解: (1) $\because a = 1, b = -2\sqrt{2}, c = -1,$

$$\therefore \Delta = (-2\sqrt{2})^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 12 > 0,$$

$$\text{则 } x = \frac{2\sqrt{2} \pm 2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2} \pm \sqrt{3},$$

$$\text{即 } x_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3}, x_2 = \sqrt{2} - \sqrt{3};$$

$$(2) \because x(3x - 2) = -2(3x - 2),$$

$$\therefore x(3x - 2) + 2(3x - 2) = 0,$$

$$\text{则 } (3x - 2)(x + 2) = 0,$$

$$\therefore 3x - 2 = 0 \text{ 或 } x + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{2}{3}, \quad x_2 = -2;$$

$$(3) \text{ 原式} = -9 + 3 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} - 3$$

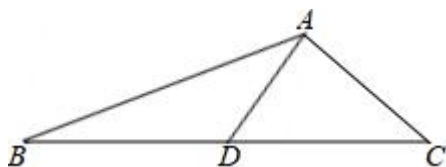
$$= -8 - \sqrt{2}.$$

18. (8分) (2019秋•东港区校级月考) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $AB = 5$,

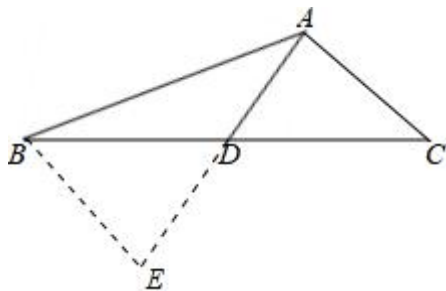
$AC = 3$, $AD = 2$,

求: (1) BC 的长;

(2) $\triangle ABC$ 的面积.



【解答】解: (1) 延长 AD 至 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE ,



$\therefore AD$ 为 BC 边上的中线,

$$\therefore BD = DC,$$

在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle EDB$ 中

$$\begin{cases} AD = DE \\ \angle ADC = \angle EDB, \\ BD = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB(SAS),$$

$$\therefore BE = AC = 3,$$

在 $\triangle ABE$ 中, $AB = 5$, $BE = 3$, $AE = 2 + 2 = 4$,

$$\text{即 } 5^2 = 3^2 + 4^2, \text{ 即 } AB^2 = BE^2 + AE^2,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是直角三角形,

$$\therefore BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore BC = 2BD = 2\sqrt{13},$$

(2) $\because \triangle ABE$ 是直角三角形,

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BE \cdot AE = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB,$$

$$\therefore \triangle EDB \text{ 的面积} = \triangle ADC \text{ 的面积},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \triangle ABE \text{ 的面积} = 6$$

19. (10 分) (2014•扬州) 八(2) 班组织了一次经典诵读比赛, 甲、乙两队各 10 人的比赛成绩如下表(10 分制):

甲	7	8	9	7	10	10	9	10	10	10
乙	10	8	7	9	8	10	10	9	10	9

(1) 甲队成绩的中位数是 9.5 分, 乙队成绩的众数是 10 分;

(2) 计算乙队的平均成绩和方差;

(3) 已知甲队成绩的方差是 1.4, 则成绩较为整齐的是 乙 队.

【解答】解: (1) 把甲队的成绩从小到大排列为: 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 最中间两个数的平均数是 $(9+10) \div 2 = 9.5$ (分),

则中位数是 9.5 分;

乙队成绩中 10 出现了 4 次, 出现的次数最多,

则乙队成绩的众数是 10 分;

故答案为: 9.5, 10;

$$(2) \text{ 乙队的平均成绩是: } \frac{1}{10} \times (10 \times 4 + 8 \times 2 + 7 + 9 \times 3) = 9,$$

$$\text{则方差是: } \frac{1}{10} \times [4 \times (10-9)^2 + 2 \times (8-9)^2 + (7-9)^2 + 3 \times (9-9)^2] = 1;$$

(3) \because 甲队成绩的方差是 1.4, 乙队成绩的方差是 1,

\therefore 成绩较为整齐的是乙队;

故答案为: 乙.

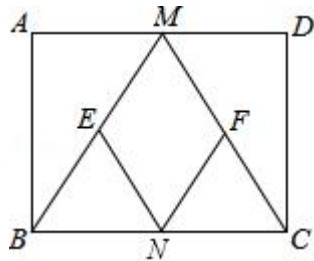
20. (12 分) (2019 秋•东港区校级月考) 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, M , N 分别是

边 AD 、 BC 的中点， E ， F 分别是线段 BM ， CM 的中点．

(1) 求证： $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ ；

(2) 判断四边形 $MENF$ 是什么特殊四边形，并证明你的结论；

(3) 当 $AD:AB = \underline{\quad 2:1 \quad}$ 时，四边形 $MENF$ 是正方形（只写结论，不需证明）．



【解答】(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB = DC$ ， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，

$\because M$ 为 AD 中点，

$\therefore AM = DM$ ，

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ ，

$$\begin{cases} AM = DM \\ \angle A = \angle D \\ AB = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM (SAS)$ ；

(2) 答：四边形 $MENF$ 是菱形．

证明： $\because N$ 、 E 、 F 分别是 BC 、 BM 、 CM 的中点，

$\therefore NE \parallel CM$ ， $NE = \frac{1}{2}CM$ ， $MF = \frac{1}{2}CM$ ，

$\therefore NE = FM$ ， $NE \parallel FM$ ，

\therefore 四边形 $MENF$ 是平行四边形，

由 (1) 知 $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ ，

$\therefore BM = CM$ ，

$\because E$ 、 F 分别是 BM 、 CM 的中点，

$\therefore ME = MF$ ，

\therefore 平行四边形 $MENF$ 是菱形；

(3) 解：当四边形 $MENF$ 是正方形时，则 $\angle EMF = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM$ ，

$$\therefore \angle AMB = \angle DMC = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABM$ 、 $\triangle DCM$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore AM = DM = AB,$$

$$\therefore AD = 2AB,$$

当 $AD:AB = 2:1$ 时，四边形 $MENF$ 是正方形.

故答案为：2:1.

21. (13 分) (2014•河南) 某商店销售 10 台 A 型和 20 台 B 型电脑的利润为 4000 元，销售 20 台 A 型和 10 台 B 型电脑的利润为 3500 元.

(1) 求每台 A 型电脑和 B 型电脑的销售利润；

(2) 该商店计划一次购进两种型号的电脑共 100 台，其中 B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 2 倍，设购进 A 型电脑 x 台，这 100 台电脑的销售总利润为 y 元.

①求 y 关于 x 的函数关系式；

②该商店购进 A 型、 B 型电脑各多少台，才能使销售总利润最大？

(3) 实际进货时，厂家对 A 型电脑出厂价下调 $m(0 < m < 100)$ 元，且限定商店最多购进 A 型电脑 70 台，若商店保持同种电脑的售价不变，请你根据以上信息及 (2) 中条件，设计出使这 100 台电脑销售总利润最大的进货方案.

【解答】解：(1) 设每台 A 型电脑销售利润为 a 元，每台 B 型电脑的销售利润为 b 元；根据题意得

$$\begin{cases} 10a + 20b = 4000 \\ 20a + 10b = 3500 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 100 \\ b = 150 \end{cases}$$

答：每台 A 型电脑销售利润为 100 元，每台 B 型电脑的销售利润为 150 元.

(2) ①据题意得， $y = 100x + 150(100 - x)$ ，即 $y = -50x + 15000$ ，

②据题意得， $100 - x \leq 2x$ ，解得 $x \geq 33\frac{1}{3}$ ，

$$\therefore y = -50x + 15000, \quad -50 < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore x$ 为正整数，

\therefore 当 $x = 34$ 时， y 取最大值，则 $100 - x = 66$ ，

即商店购进 34 台 A 型电脑和 66 台 B 型电脑的销售利润最大.

(3) 据题意得, $y = (100 + m)x + 150(100 - x)$, 即 $y = (m - 50)x + 15000$,

$$33\frac{1}{3} \leq x \leq 70$$

①当 $0 < m < 50$ 时, y 随 x 的增大而减小,

\therefore 当 $x = 34$ 时, y 取最大值,

即商店购进 34 台 A 型电脑和 66 台 B 型电脑的销售利润最大.

② $m = 50$ 时, $m - 50 = 0$, $y = 15000$,

即商店购进 A 型电脑数量满足 $33\frac{1}{3} \leq x \leq 70$ 的整数时, 均获得最大利润;

③当 $50 < m < 100$ 时, $m - 50 > 0$, y 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x = 70$ 时, y 取得最大值.

即商店购进 70 台 A 型电脑和 30 台 B 型电脑的销售利润最大.

22. (13 分) (2011 秋·邗江区校级期末) 已知: 正方形 $ABCD$ 中, $\angle MAN = 45^\circ$, $\angle MAN$

绕点 A 顺时针旋转, 它的两边分别交 CB , DC (或它们的延长线) 于点 M , N .

(1) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到如图 1 的位置时, 求证: $BM + DN = MN$;

(2) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到 $BM \neq DN$ 时 (如图 2), 则线段 BM , DN 和 MN 之间数量关系是 $BM + DN = MN$;

(3) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到如图 3 的位置时, 猜想线段 BM , DN 和 MN 之间又有怎样的数量关系呢? 并对你的猜想加以说明.

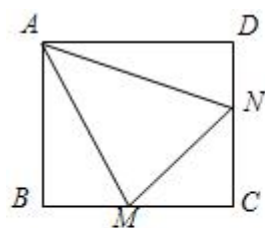


图 1

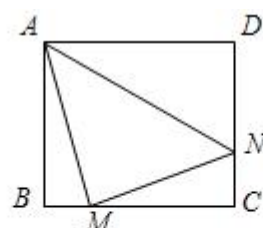


图 2

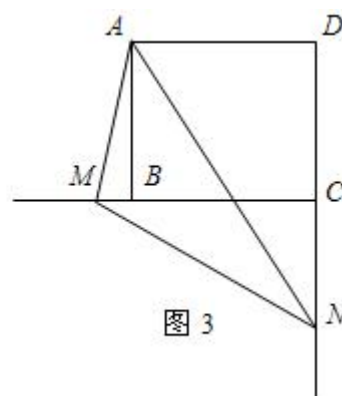


图 3

【解答】 (1) 证明: 如图 1, 延长 CB 至 E 使得 $BE = DN$, 连接 AE ,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = AD$, $\angle D = \angle ABC = 90^\circ = \angle ABE$,

在 $\triangle ADN$ 和 $\triangle ABE$ 中

$$\therefore \begin{cases} AD = AB \\ \angle D = \angle ABE, \\ DN = BE \end{cases}$$

$$\triangle ABE \cong \triangle ADN(SAS),$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAN, \quad AE = AN,$$

$$\therefore \angle EAN = \angle BAE + \angle BAN = \angle DAN + \angle BAN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle MAN,$$

\therefore 在 $\triangle EAM$ 和 $\triangle NAM$ 中

$$\begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM, \\ AM = AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAM \cong \triangle NAM,$$

$$\therefore MN = ME,$$

$$\therefore ME = BM + BE = BM + DN,$$

$$\therefore BM + DN = MN;$$

(2) 解：线段 BM ， DN 和 MN 之间数量关系是 $BM + DN = MN$ ，理由如下：

延长 CB 至 E ，使得 $BE = DN$ ，连接 AE ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \quad \angle D = \angle ABC = 90^\circ = \angle ABE,$$

在 $\triangle ADN$ 和 $\triangle ABE$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AD = AB \\ \angle D = \angle ABE, \\ DN = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADN(SAS),$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAN, \quad AE = AN,$$

$$\therefore \angle EAN = \angle BAE + \angle BAN = \angle DAN + \angle BAN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle MAN,$$

\therefore 在 $\triangle EAM$ 和 $\triangle NAM$ 中

$$\begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM, \\ AM = AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAM \cong \triangle NAM,$$

$$\therefore MN = ME,$$

$$\because ME = BM + BE = BM + DN,$$

$$\therefore BM + DN = MN,$$

故答案为: $BM + DN = MN$;

(3) $DN - BM = MN$, 理由如下:

如图 3, 在 DC 上截取 $DE = BM$, 连接 AE ,

由 (1) 知 $\triangle ADE \cong \triangle ABM(SAS)$,

$$\therefore \angle DAE = \angle BAM, \quad AE = AM,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle BAM + \angle BAE = \angle DAE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAN = \angle MAN.$$

\therefore 在 $\triangle MAN$ 和 $\triangle EAN$ 中,

$$\begin{cases} AE = AM \\ \angle MAN = \angle EAN, \\ AN = AN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MAN \cong \triangle EAN(SAS),$$

$$\therefore EN = MN,$$

$$\text{即 } DN - DE = MN,$$

$$\therefore DN - BM = MN.$$

