提分专练(四)**二次函数简单综合问题**



id:2147491815;FounderCES

|类型1|　二次函数与方程(不等式)的综合

1*.*[2018·南京] 已知二次函数*y=*2(*x*-1)(*x*-*m*-3)(*m*为常数)*.*

(1)求证:不论*m*为何值,该函数的图象与*x*轴总有公共点;

(2)当*m*取什么值时,该函数的图象与*y*轴的交点在*x*轴的上方?

|类型2|　二次函数与直线的综合

2*.*[2019·北京] 在平面直角坐标系*xOy*中,抛物线*y=ax*2*+bx*-与*y*轴交于点*A*,将点*A*向右平移2个单位长度,得到点*B*,点*B*在抛物线上*.*

(1)求点*B*的坐标(用含*a*的式子表示);

(2)求抛物线的对称轴;

(3)已知点*P*,-,*Q*(2,2)*.*若抛物线与线段*PQ*恰有一个公共点,结合函数图象,求*a*的取值范围*.*

|类型3|　二次函数的最值问题

3*.*[2019·台州] 已知函数*y=x*2*+bx+c*(*b*,*c*为常数)的图象经过点(-2,4)*.*

(1)求*b*,*c*满足的关系式;

(2)设该函数图象的顶点坐标是(*m*,*n*),当*b*的值变化时,求*n*关于*m*的函数解析式;

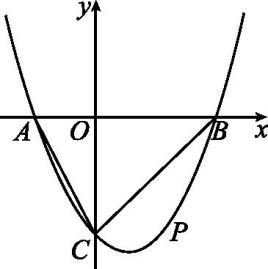
(3)若该函数的图象不经过第三象限,当-5≤*x*≤1时,函数的最大值与最小值之差为16,求*b*的值*.*

|类型4|　二次函数与平行四边形的综合

4*.*[2019·孝感节选] 如图T4-1①,在平面直角坐标系*xOy*中,已知抛物线*y=ax*2-2*ax*-8*a*与*x*轴相交于*A*,*B*两点(点*A*在点*B*的左侧),与*y*轴交于点*C*(0,-4)*.*

(1)点*A*的坐标为,点*B*的坐标为,线段*AC*的长为,抛物线的解析式为*.*

(2)点*P*是线段*BC*下方抛物线上的一个动点*.*如果在*x*轴上存在点*Q*,使得以点*B*,*C*,*P*,*Q*为顶点的四边形是平行四边形,求点*Q*的坐标*.*



①

图T4-1

|类型5|　二次函数与相似三角形的综合

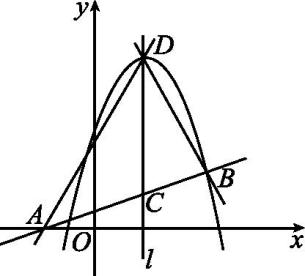
5*.*[2019·镇江] 如图T4-2,二次函数*y=*-*x*2*+*4*x+*5的图象的顶点为*D*,对称轴是直线*l*,一次函数*y=x+*1的图象与*x*轴交于点*A*,且与直线*DA*关于*l*的对称直线交于点*B.*

(1)点*D*的坐标是*.*

(2)直线*l*与直线*AB*交于点*C*,*N*是线段*DC*上一点(不与点*D*,*C*重合),点*N*的纵坐标为*n.*过点*N*作直线与线段*DA*,*DB*分别交于点*P*,*Q*,使得△*DPQ*与△*DAB*相似*.*

①当*n=*时,求*DP*的长;

②若对于每一个确定的*n*的值,有且只有一个△*DPQ*与△*DAB*相似,请直接写出*n*的取值范围*.*



图T4-2

**【参考答案】**

1*.*解:(1)证明:当*y=*0时,2(*x*-1)(*x*-*m*-3)*=*0,解得*x*1*=*1,*x*2*=m*+3*.*

当*m*+3*=*1,即*m=*-2时,方程有两个相等的实数根;当*m*+3≠1,即*m*≠-2时,方程有两个不相等的实数根*.*所以,不论*m*为何值,该函数的图象与*x*轴总有公共点*.*

(2)当*x=*0时,*y=*2*m*+6,即该函数的图象与*y*轴交点的纵坐标是2*m*+6*.*

当2*m*+6*>*0,即*m>*-3时,该函数的图象与*y*轴的交点在*x*轴的上方*.*

2*.*解:(1)∵抛物线与*y*轴交于点*A*,∴令*x=*0,得*y=*-,

∴点*A*的坐标为0,-*.*

∵点*A*向右平移2个单位长度,得到点*B*,

∴点*B*的坐标为2,-*.*

(2)∵抛物线过点*A*0,-和点*B*2,-,由对称性可得,抛物线对称轴为直线*x==*1*.*

(3)根据题意可知,抛物线*y=ax*2+*bx*-经过点*A*0,-,*B*2,-*.*

①当*a>*0时,则-*<*0,

分析图象可得:点*P*,-在对称轴左侧,抛物线上方,点*Q*(2,2)在对称轴右侧,抛物线上方,此时线段*PQ*与抛物线没有交点*.*

②当*a<*0时,则-*>*0*.*

分析图象可得:当点*Q*在点*B*上方或与点*B*重合时,抛物线与线段*PQ*恰有一个公共点,此时-≤2,即*a*≤-*.*

综上所述,当*a*≤-时,抛物线与线段*PQ*恰有一个公共点*.*

3*.*解:(1)将(-2,4)代入*y=x*2+*bx*+*c*,

得4*=*(-2)2-2*b*+*c*,∴*c=*2*b*,

∴*b*,*c*满足的关系式是*c=*2*b.*

(2)把*c=*2*b*代入*y=x*2+*bx*+*c*,

得*y=x*2+*bx*+2*b*,

∵顶点坐标是(*m*,*n*),

∴*n=m*2+*bm*+2*b*,

且*m=*-,即*b=*-2*m*,

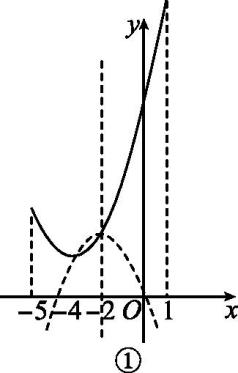
∴*n=*-*m*2-4*m.* ∴*n*关于*m*的函数解析式为*n=*-*m*2-4*m.*

(3)由(2)的结论,画出函数*y=x*2+*bx*+*c*和函数*y=*-*x*2-4*x*的图象*.*

∵函数*y=x*2+*bx*+*c*的图象不经过第三象限,

∴-4≤-≤0*.*

①当-4≤-≤-2,即4≤*b*≤8时,如图①所示,

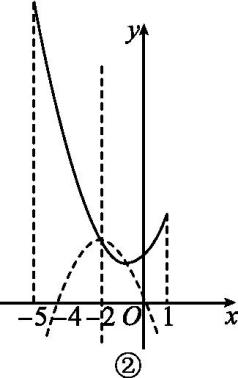


当*x=*1时,函数取到最大值*y=*1+3*b*,当*x=*-时,函数取到最小值*y=*,

∴(1+3*b*)-*=*16,

即*b*2+4*b*-60*=*0,∴*b*1*=*6,*b*2*=*-10(舍去);

②当-2*<*-≤0,即0≤*b<*4时,如图②所示,



当*x=*-5时,函数取到最大值*y=*25-3*b*,当*x=*-时,函数取到最小值*y=*,

∴(25-3*b*)-*=*16,

即*b*2-20*b*+36*=*0,

∴*b*1*=*2,*b*2*=*18(舍去)*.*

综上所述,*b*的值为2或6*.*

4*.*[解析](1)令*y=*0求得点*A*,*B*坐标,再由点*C*坐标求得抛物线的解析式及线段*AC*的长;

(2)过点*C*作*x*轴的平行线交抛物线于点*P*,通过分类讨论确定点*Q*坐标*.*

解:(1)点*A*的坐标为(-2,0),点*B*的坐标为(4,0);

线段*AC*的长为2, 抛物线的解析式为:*y=x*2-*x*-4*.*

(2)过点*C*作*x*轴的平行线交抛物线于点*P.*

∵点*C*(0,-4),∴-4*=x*2-*x*-4,解得*x*1*=*2,*x*2*=*0,∴*P*(2,-4)*.*

∴*PC=*2,若四边形*BCPQ*为平行四边形,则

*BQ=CP=*2,

∴*OQ=OB*+*BQ=*6,∴*Q*(6,0)*.*

若四边形*BPCQ*为平行四边形,则*BQ=CP=*2,

∴*OQ=OB*-*BQ=*2,∴*Q*(2,0)*.*

故以点*B*,*C*,*P*,*Q*为顶点的四边形是平行四边形时,*Q*点的坐标为(6,0),(2,0)*.*

5*.*[解析](1)直接用顶点坐标公式求即可;

(2)由题意可知点*C*2,,*A*-,0,点*A*关于对称轴对称的点为,0,借助直线*AD*的解析式求得*B*(5,3);①当*n=*时,*N*2,,可求*DA=*,*DB=*3,*DN=*,*CD=.*当*PQ*∥*AB*时,△*DPQ*∽△*DAB*,*DP=*;当*PQ*与*AB*不平行时,*DP=*;②当*PQ*∥*AB*,

*DB=DP*时,*DB=*3,*DN=*,所以*N*2,,则有且只有一个△*DPQ*与△*DAB*相似时,

*<n<.*

解:(1)(2,9)

(2)∵对称轴为直线*x=*2,

∴*y=*×2+1*=*,

∴*C*2,*.*

由已知可求得*A*-,0,

点*A*关于直线*x=*2对称的点的坐标为,0,

则直线*AD*关于直线*x=*2对称的直线的解析式为*y=*-2*x*+13,

令-2*x*+13*=x*+1,得*x=*5,×5+1*=*3,

∴*B*(5,3)*.*

①当*n=*时,*N*2,,

由*D*(2,9),*A*-,0,*B*(5,3),*C*2,,可得*DA=*,*DB=*3,*DN=*,*CD=.*

当*PQ*∥*AB*时,△*DPQ*∽△*DAB*,

∵*PQ*∥*AB*,∴△*DAC*∽△*DPN*,

∴*=*,

∴*DP=*;

当*PQ*与*AB*不平行时,△*DPQ*∽△*DBA*,

易得△*DNP*∽△*DCB*,

∴*=*,

∴*DP=.*

综上所述,*DP=*或*.*

②*<n<*[解析]当*PQ*∥*AB*,*DB=DP*时,△*DPN*∽△*DAC*,

∴*=*,即*=*,

∴*DN=*,

∴*N*2,,

易知在*N*2,与*C*2,之间时,有且只有一个△*DPQ*与△*DAB*相似*.*

∴有且只有一个△*DPQ*与△*DAB*相似时,

*<n<.*

故答案为*<n<.*