提分专练(四)**二次函数小综合**



id:2147491589;FounderCES

*|*类型1*|*二次函数与方程(不等式)的综合

1*.*[2019·湖州]已知抛物线*y=*2*x*2-4*x*+*c*与*x*轴有两个不同的交点*.*

(1)求*c*的取值范围;

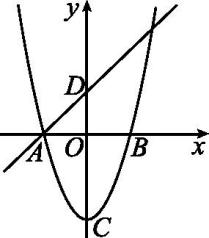
(2)若抛物线*y=*2*x*2-4*x*+*c*经过点*A*(2,*m*)和点*B*(3,*n*),试比较*m*与*n*的大小,并说明理由*.*

*|*类型2*|*二次函数与直线的综合

2*.*[2018·苏州]如图T4-1,已知抛物线*y=x*2-4与*x*轴交于点*A*,*B*(点*A*位于点*B*的左侧),*C*为顶点*.*直线*y=x*+*m*经过点*A*,与*y*轴交于点*D.*

(1)求线段*AD*的长;

(2)平移该抛物线得到一条新抛物线,设新抛物线的顶点为*C'.*若新抛物线经过点*D*,并且新抛物线的顶点和原抛物线的顶点的连线*CC'*平行于直线*AD*,求新抛物线对应的函数表达式*.*



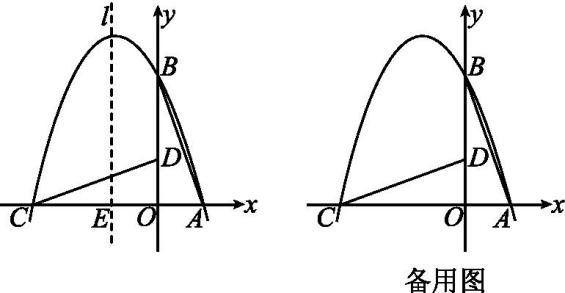
图T4-1

*|*类型3*|*二次函数与几何图形的综合

3*.*[2019·长沙中考适应性考试一]如图T4-2,在平面直角坐标系中有一直角三角形*AOB*,*O*为坐标原点,*OA=*1,tan∠*BAO=*3,将此三角形绕原点*O*逆时针旋转90°,得到△*DOC*,抛物线*y=ax*2+*bx*+*c*经过点*A*,*B*,*C.*

(1)求抛物线的解析式;

(2)若点*P*是第二象限内抛物线上的动点,其横坐标为*t*,设抛物线对称轴*l*与*x*轴交于点*E*,连接*PE*,交*CD*于点*F*,求以*C*,*E*,*F*为顶点的三角形与△*COD*相似时点*P*的坐标*.*

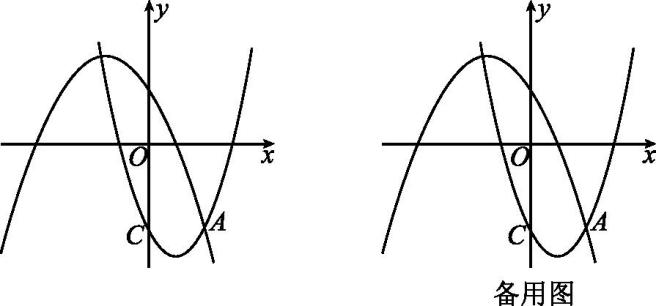


图T4-2

4*.*[2019·连云港节选]如图T4-3,在平面直角坐标系*xOy*中,抛物线*L*1:*y=x*2+*bx*+*c*过点*C*(0,-3),与抛物线*L*2:*y=*-*x*2-*x*+2的一个交点为*A*,且点*A*的横坐标为2,点*P*,*Q*分别是抛物线*L*1,*L*2上的动点*.*

(1)求抛物线*L*1对应的函数解析式;

(2)若以点*A*,*C*,*P*,*Q*为顶点的四边形恰为平行四边形,求出点*P*的坐标*.*



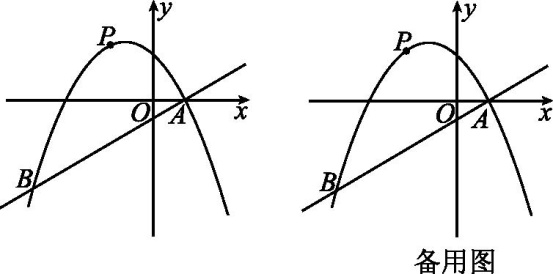
图T4-3

5*.*[2019·长沙一模]如图T4-4,在平面直角坐标系中,直线*y=x*-1与抛物线*y=*-*x*2+*bx*+*c*相交于*A*,*B*两点,点*A*在*x*轴上,点*B*的横坐标为-6,点*P*是抛物线上位于直线*AB*上方的一动点(不与点*A*,*B*重合)*.*

(1)求该抛物线的解析式;

(2)连接*PA*,*PB*,在点*P*运动的过程中,是否存在某一位置,使得△*PAB*恰好是一个以点*P*为直角顶点的等腰直角三角形?若存在,求出点*P*的坐标;若不存在,请说明理由;

(3)过点*P*作*PD*∥*y*轴交直线*AB*于点*D*,以*PD*为直径的圆与直线*AB*相交于点*G*,求*DG*的最大值*.*



图T4-4

**【参考答案】**

1*.*解:(1)∵抛物线*y=*2*x*2-4*x*+*c*与*x*轴有两个不同的交点,

∴方程2*x*2-4*x*+*c=*0有两个不相等的实数根,

∴*Δ=*(-4)2-4×2×*c>*0,

解得*c<*2*.*

(2)*m<n.*

理由:∵抛物线的对称轴为直线*x=*-*=*1,

且*a=*2*>*0,抛物线开口向上,

∴在抛物线对称轴的右侧,*y*随*x*的增大而增大*.*

∵2*<*3,

∴*m<n.*

2*.*解:(1)令*y=x*2-4*=*0,解得*x*1*=*2,*x*2*=*-2*.*

∵点*A*位于点*B*的左侧,

∴*A*(-2,0)*.*

∵直线*y=x*+*m*经过点*A*,

∴-2+*m=*0,

∴*m=*2,

∴*D*(0,2),

∴*AD==*2*.*

(2)∵新抛物线经过点*D*(0,2),

∴设新抛物线对应的函数表达式为*y=x*2+*bx*+2,

∴*y=x*2+*bx*+2*=**x*+2+2-*.*

∵直线*CC'*平行于直线*AD*,并且经过点*C*(0,-4),

∴直线*CC'*的函数表达式为*y=x*-4*.*

∴2-*=*--4,整理得*b*2-2*b*-24*=*0,

解得*b*1*=*-4,*b*2*=*6*.*

∴新抛物线对应的函数表达式为*y=x*2-4*x*+2或*y=x*2+6*x*+2*.*

3*.*解:(1)在Rt△*AOB*中,*OA=*1,tan∠*BAO==*3,∴*OB=*3*OA=*3*.*

∵△*DOC*是由△*AOB*绕点*O*逆时针旋转90°得到的,

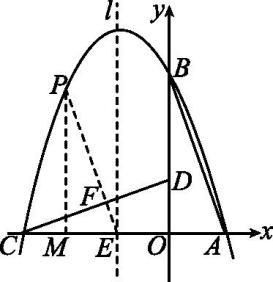
∴△*DOC*≌△*AOB*,

∴*OC=OB=*3,*OD=OA=*1*.*

∴点*A*,*B*,*C*的坐标分别为(1,0),(0,3),(-3,0),代入抛物线解析式,

得解得

∴抛物线的解析式为*y=*-*x*2-2*x*+3*.*



(2)由(1)得抛物线的解析式为*y=*-*x*2-2*x*+3,∴对称轴*l*为直线*x=*-*=*-1,

∴点*E*的坐标为(-1,0)*.*

①当∠*CEF=*90°时,△*CEF*∽△*COD*,此时点*P*在对称轴上,即点*P*为抛物线的顶点,*P*(-1,4)*.*

②当∠*CFE=*90°时,△*CFE*∽△*COD*,过点*P*作*PM*⊥*x*轴于点*M*,如图,易得△*EFC*∽△*EMP*,

∴*===*,∴*MP=*3*ME.*

∵点*P*的横坐标为*t*,∴*P*(*t*,-*t*2-2*t*+3)*.*

∵点*P*在第二象限,∴*PM=*-*t*2-2*t*+3,*ME=*-1-*t*,∴-*t*2-2*t*+3*=*3(-1-*t*),

解得*t*1*=*-2,*t*2*=*3(与点*P*在第二象限,横坐标小于0矛盾,舍去),∴*t=*-2*.*

当*t=*-2时,*y=*-(-2)2-2×(-2)+3*=*3,

∴*P*(-2,3),

∴当以*C*,*E*,*F*为顶点的三角形与△*COD*相似时,点*P*的坐标为(-1,4)或(-2,3)*.*

4*.*[解析](1)先求出点*A*的坐标,再用待定系数法求出抛物线*L*1的函数解析式即可;

(2)设点*P*的坐标为(*t*,*t*2-2*t*-3),分两种情况讨论:*AC*为平行四边形的一条边,*AC*为平行四边形的一条对角线*.*用*t*表示出*Q*点坐标,再把*Q*点坐标代入抛物线*L*2:*y=*-*x*2-*x*+2中,列出方程求解即可*.*

解:(1)将*x=*2代入*y=*-*x*2-*x*+2,得*y=*-3,故点*A*的坐标为(2,-3)*.*

将*A*(2,-3),*C*(0,-3)代入*y=x*2+*bx*+*c*,

得解得

∴抛物线*L*1对应的函数解析式为*y=x*2-2*x*-3*.*

(2)设点*P*的坐标为(*t*,*t*2-2*t*-3)*.*

第一种情况:*AC*为平行四边形的一条边*.*

①当点*Q*在点*P*右侧时,点*Q*的坐标为(*t*+2,*t*2-2*t*-3),

将*Q*(*t*+2,*t*2-2*t*-3)代入*y=*-*x*2-*x*+2,得*t*2-2*t*-3*=*-(*t*+2)2-(*t*+2)+2,

解得*t=*0或*t=*-1*.*

因为当*t=*0时,点*P*与点*C*重合,不符合题意,所以舍去*t=*0,

所以点*P*的坐标为(-1,0)*.*

②当点*Q*在点*P*左侧时,点*Q*的坐标为(*t*-2,*t*2-2*t*-3),

将*Q*(*t*-2,*t*2-2*t*-3)代入*y=*-*x*2-*x*+2,得*t*2-2*t*-3*=*-(*t*-2)2-(*t*-2)+2,

解得*t=*3或*t=*-,

所以点*P*的坐标为(3,0)或-,*.*

第二种情况:当*AC*为平行四边形的一条对角线时,

由*AC*的中点坐标为(1,-3),得*PQ*的中点坐标为(1,-3),

故点*Q*的坐标为(2-*t*,-*t*2+2*t*-3),

将*Q*(2-*t*,-*t*2+2*t*-3)代入*y=*-*x*2-*x*+2,得-*t*2+2*t*-3*=*-(2-*t*)2-(2-*t*)+2,

解得*t=*0或*t=*-3,

因为当*t=*0时,点*P*与点*C*重合,不符合题意,所以舍去*t=*0,

所以点*P*的坐标为(-3,12)*.*

综上所述,点*P*的坐标为(-1,0)或(3,0)或-,或(-3,12)*.*

5*.*解:(1)在*y=x*-1中,当*y=*0时,*x=*2,

∴*A*(2,0),当*x=*-6时,*y=*-4,∴*B*(-6,-4)*.*

将*A*(2,0),*B*(-6,-4)代入*y=*-*x*2+*bx*+*c*,

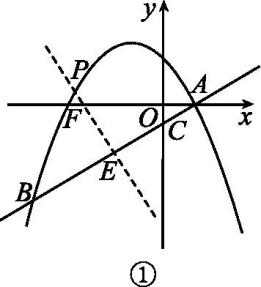
得

解得

∴该抛物线的解析式为*y=*-*x*2-*x*+4①*.*

(2)存在*.*设直线*AB*交*y*轴于点*C*,则*C*(0,-1),∴*AC=.*

如图①所示,作线段*AB*的垂直平分线交*x*轴于点*F*、交*AB*于点*E.*



由点*A*,*B*的坐标得,点*E*(-2,-2),则*AE==*2*.*

由△*OAC*∽△*EAF*,得*=*,即*=*,则*AF=*5,故点*F*(-3,0)*.*

由点*E*(-2,-2),*F*(-3,0)得直线*EF*的解析式为*y=*-2*x*-6②*.*

联立①②并解得:*x=*-4或6(舍去*x=*6),故点*P*的坐标为(-4,2)*.*

∵*PE==*2,

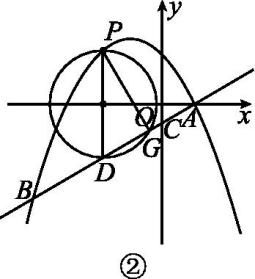
∴*AE=PE=BE*,

∴∠*PAB=*∠*PBA=*45°,

∴△*BPA*为等腰直角三角形,∴存在满足条件的点*P*,坐标为(-4,2)*.*

(3)连接*PG*,如图②所示,∵*PD*为直径,

∴∠*PGD=*90°,即*PG*⊥*AC.*



∠*OAC=*90°-∠*PDC=*∠*DPG*,在Rt△*AOC*中,sin∠*OAC==*sin∠*DPG*,则*GD=PD*·sin∠*DPG*,

设点*P*的坐标为*x*,-*x*2-*x*+4,则点*D**x*,*x*-1,*GD=PD*·sin∠*DPG=*-*x*2-*x*+4-*x*+1,

当*x=*-2时,*GD*最大,最大值为*.*