提分专练(四)**方程、不等式与函数的综合**



id:2147493254;FounderCES

*|*类型1*|*函数与方程

1*.*[2019·云南]已知*k*是常数,抛物线*y=x*2*+*(*k*2*+k-*6)*x+*3*k*的对称轴是*y*轴,并且与*x*轴有两个交点*.*

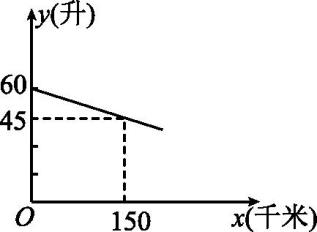
(1)求*k*的值;

(2)若点*P*在抛物线*y=x*2*+*(*k*2*+k-*6)*x+*3*k*上,且*P*到*y*轴的距离是2,求点*P*的坐标*.*

2*.*[2018·上海]一辆汽车在某次行驶过程中,油箱中的剩余油量*y*(升)与行驶路程*x*(千米)之间是一次函数关系,其部分图象如图T4*-*1所示*.*

(1)求*y*关于*x*的函数关系式(不需要写自变量的取值范围);

(2)已知当油箱中的剩余油量为8升时,该汽车会开始提示加油*.*在此行驶过程中,行驶了500千米时,司机发现离前方最近的加油站有30千米的路程,在开往加油站的途中,汽车开始提示加油,这时离加油站的路程是多少千米?



图T4*-*1

3*.*[2019·威海]在画二次函数*y=ax*2*+bx+c*(*a*≠0)的图象时,甲写错了一次项的系数,列表如下:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | *-*1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
| *y*甲 | … | 6 | 3 | 2 | 3 | 6 | … |

乙写错了常数项,列表如下:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | *-*1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
| *y*乙 | … | *-*2 | *-*1 | 2 | 7 | 14 | … |

通过上述信息,解决以下问题:

(1)求原二次函数*y=ax*2*+bx+c*(*a*≠0)的表达式;

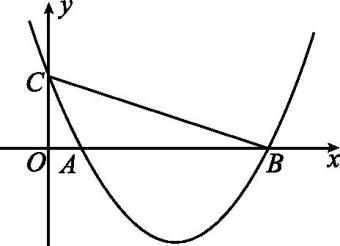
(2)对于二次函数*y=ax*2*+bx+c*(*a*≠0),当*x*时,*y*的值随*x*的值增大而增大;

(3)若关于*x*的方程*ax*2*+bx+c=k*(*a*≠0)有两个不相等的实数根,求*k*的取值范围*.*

4*.*[2019·泰州]如图T4*-*2,在平面直角坐标系*xOy*中,二次函数图象的顶点坐标为(4,*-*3),该图象与*x*轴相交于点*A*,*B*,与*y*轴相交于点*C*,其中点*A*的横坐标为1*.*

(1)求该二次函数的表达式;

(2)求tan∠*ABC.*



图T4*-*2

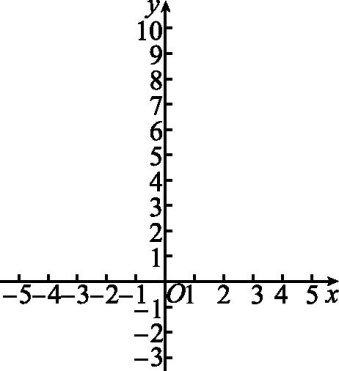
*|*类型2*|*函数与不等式

5*.*二次函数*y=ax*2*+bx+c*(*a*≠0)的图象经过点*A*(4,0),*B*(2,8),且以直线*x=*1为对称轴*.*

(1)求此函数的解析式,并作出它的示意图;

(2)当0*<x<*4时,写出*y*的取值范围;

(3)结合图象直接写出不等式*ax*2*+bx+c>*0(*a*≠0)的解集*.*



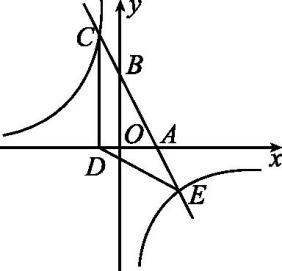
图T4*-*3

6*.*[2018·枣庄]如图T4*-*4,一次函数*y=kx+b*(*k*,*b*为常数,*k*≠0)的图象与*x*轴、*y*轴分别交于*A*,*B*两点,且与反比例函数*y=*(*n*为常数,且*n*≠0)的图象在第二象限交于点*C*,*CD*⊥*x*轴,垂足为*D*,若*OB=*2*OA=*3*OD=*12*.*

(1)求一次函数与反比例函数的解析式;

(2)记两函数图象的另一个交点为*E*,求△*CDE*的面积;

(3)直接写出不等式*kx+b*≤的解集*.*

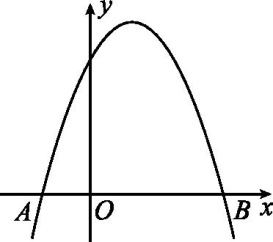


图T4*-*4

7*.*[2019·温州]如图T4*-*5,在平面直角坐标系中,二次函数*y=-x*2*+*2*x+*6的图象交*x*轴于点*A*,*B*(点*A*在点*B*的左侧)*.*

(1)求点*A*,*B*的坐标,并根据该函数图象写出*y*≥0时*x*的取值范围;

(2)把点*B*向上平移*m*个单位得点*B*1*.*若点*B*1向左平移*n*个单位,将与该二次函数图象上的点*B*2重合;若点*B*1向左平移(*n+*6)个单位,将与该二次函数图象上的点*B*3重合*.*已知*m>*0,*n>*0,求*m*,*n*的值*.*



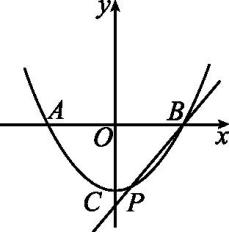
图T4*-*5

8*.*如图T4*-*6,抛物线*y*1*=ax*2*+c*与*x*轴交于*A*,*B*两点,与*y*轴交于点*C*,点*P*在抛物线上,过*P*(1,*-*3),*B*(4,0)两点作直线*y*2*=kx+b.*

(1)求*a*,*c*的值*.*

(2)根据图象直接写出*y*1*>y*2时,*x*的取值范围*.*

(3)在抛物线上是否存在点*M*,使得*S*△*ABP=*5*S*△*ABM*?若存在,求出点*M*的坐标;若不存在,请说明理由*.*



图T4*-*6

**【参考答案】**

1*.*解:(1)∵抛物线*y*=*x*2+(*k*2+*k*-6)*x*+3*k*的对称轴是*y*轴,

∴*x*=-=0,

即*k*2+*k*-6=0,解得*k*=-3或*k*=2*.*

当*k*=2时,抛物线解析式为*y*=*x*2+6,与*x*轴无交点,不满足题意,舍去;

当*k*=-3时,抛物线解析式为*y*=*x*2-9,与*x*轴有两个交点,满足题意,∴*k*=-3*.*

(2)∵点*P*到*y*轴的距离为2,

∴点*P*的横坐标为-2或2*.*

当*x*=2时,*y*=-5;当*x*=-2时,*y*=-5*.*

∴点*P*的坐标为(2,-5)或(-2,-5)*.*

2*.*解:(1)设一次函数的关系式是*y*=*kx*+*b*,由图象知,点(0,60)与点(150,45)在一次函数图象上,将其坐标代入函数关系式,得解之,得

故*y*=-*x*+60*.*

(2)当*y*=8时,-*x*+60=8,解之,得*x*=520*.*30-(520-500)=10(千米)*.*∴汽车开始提示加油时,离加油站的路程是10千米*.*

3*.*解:(1)根据甲同学的错误可知*x*=0时,*y*=*c*=3是正确的,

由甲同学提供的数据,选择

代入*y*=*ax*2+*bx*+3,得

解得*a*=1是正确的*.*

根据乙同学提供的数据,选择代入*y*=*x*2+*bx*+*c*,

得解得*b*=2是正确的,

∴*y*=*x*2+2*x*+3*.*

(2)抛物线*y*=*x*2+2*x*+3的对称轴为直线*x*=-1,

∵二次项系数为1,故抛物线开口向上,

∴当*x*≥-1时,*y*的值随*x*值的增大而增大*.*

故答案为≥-1*.*

(3)∵方程*ax*2+*bx*+*c*=*k*(*a*≠0)有两个不相等的实数根,

即*x*2+2*x*+3-*k*=0有两个不相等的实数根,

∴*Δ*=4-4(3-*k*)*>*0,解得*k>*2*.*

4*.*解:(1)因为二次函数图象的顶点坐标为(4,-3),所以设该二次函数表达式为*y*=*a*(*x*-4)2-3,因为图象与*x*轴相交于点*A*,*A*的坐标为(1,0),把*A*的坐标代入*y*=*a*(*x*-4)2-3,解得*a*=,所以*y*=(*x*-4)2-3*.*

(2)在抛物线中,令*x*=0,得*y*=,所以*C*0,,*OC*=,

令*y*=0,得*x*1=1,*x*2=7,所以*B*(7,0),*OB*=7,

所以在Rt△*OBC*中,tan∠*ABC*=*.*

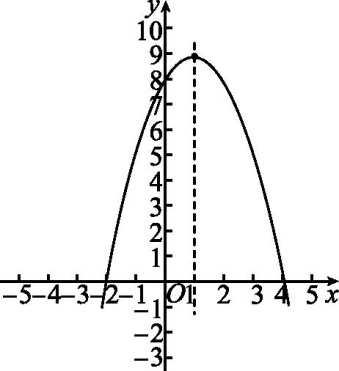
5*.*解:(1)∵二次函数*y*=*ax*2+*bx*+*c*(*a*≠0)的图象经过点*A*(4,0),*B*(2,8),且以直线*x*=1为对称轴,

∴解得

∴二次函数的解析式为*y*=-*x*2+2*x*+8=-(*x*-1)2+9,

∴抛物线与*x*轴的交点为(-2,0),(4,0),顶点坐标为(1,9),

二次函数的图象如图所示*.*



(2)由图可知,当0*<x<*4时,0*<y*≤9*.*

(3)根据函数图象可知,不等式*ax*2+*bx*+*c>*0(*a*≠0)的解集为-2*<x<*4*.*

6*.*解:(1)∵*OB*=2*OA*=3*OD*=12,

∴*OA*=6,*OB*=12,*OD*=4,

∴*A*(6,0),*B*(0,12),*D*(-4,0),

把点*A*,点*B*的坐标代入*y*=*kx*+*b*得0=6*k*+*b*,*b*=12,

∴*k*=-2,一次函数的解析式为*y*=-2*x*+12*.*

点*C*与点*D*的横坐标相同,代入*y*=-2*x*+12得点*C*的纵坐标为20,即*C*(-4,20),

∴20=,*n*=-80,

∴反比例函数的解析式为*y*=-*.*

(2)由*y*=-2*x*+12和*y*=-得-2*x*+12=-,

解得*x*1=-4,*x*2=10,∴*E*(10,-8),

∴△*CDE*的面积为×20×(10+4)=140*.*

(3)由图象可得-4≤*x<*0或*x*≥10*.*

7*.*解:(1)令*y*=0,则-*x*2+2*x*+6=0,

∴*x*1=-2,*x*2=6,∴*A*(-2,0),*B*(6,0)*.*

由函数图象得,当*y*≥0时,*x*的取值范围为-2≤*x*≤6*.*

(2)由题意得*B*2(6-*n*,*m*),*B*3(-*n*,*m*),

函数图象的对称轴为直线*x*==2*.*

∵点*B*2,*B*3在二次函数图象上且纵坐标相同,

∴=2,∴*n*=1,

∴*m*=-×(-1)2+2×(-1)+6=,

∴*m*,*n*的值分别为,1*.*

8*.*解:(1)将*P*(1,-3),*B*(4,0)代入*y*=*ax*2+*c*得:解得

(2)由图象得*x>*4或*x<*1*.*

(3)在抛物线上存在点*M*,使得*S*△*ABP*=5*S*△*ABM*,

理由是:抛物线的解析式是*y*=*x*2-*.*

设*M*点的纵坐标为*e*,

∵*P*(1,-3),

∴由*S*△*ABP*=5*S*△*ABM*得:

*AB*×*|*-3*|*=5×*AB*×*|e|*,

解得*|e|*=,所以*e*=*±.*

当*e*=时,*x*2-,

解得*x*=*±*,

当*e*=-时,*x*2-=-,

解得*x*=*±*,

即*M*点的坐标是,,-,,,-,-,-*.*