提分专练(六)**圆与几何图形的综合**



id:2147492958;FounderCES

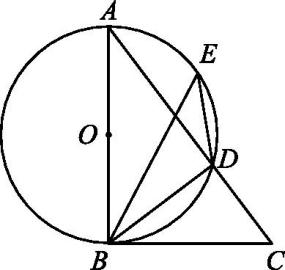
**|类型1|圆与三角形的综合**

(18年21题,16年21题,15年22题,14年20题,13年24题)

1*.*如图T6-1,*AB*是☉*O*的直径,点*E*是上的一点,∠*DBC*=∠*BED.*

(1)求证:*BC*是☉*O*的切线;

(2)已知*AD*=3,*CD*=2,求*BC*的长*.*

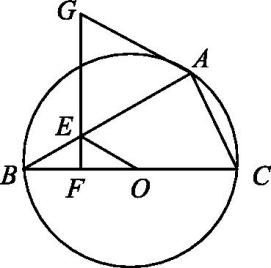


图T6-1

2*.*如图T6-2,已知☉*O*为△*ABC*的外接圆,*BC*为直径,点*E*在*AB*上,过点*E*作*EF*⊥*BC*于点*F*,点*G*在*FE*的延长线上,且*GA*=*GE.*

(1)求证:*AG*与☉*O*相切;

(2)若*AC*=6,*AB*=8,*BE*=3,求线段*OE*的长*.*

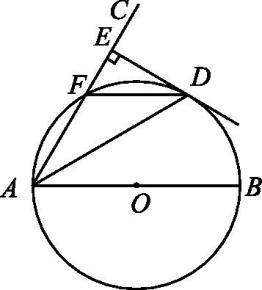


图T6-2

3*.*[2019·淮安] 如图T6-3,*AB*是☉*O*的直径,*AC*与☉*O*交于点*F*,弦*AD*平分∠*BAC*,*DE*⊥*AC*,垂足为*E.*

(1)试判断直线*DE*与☉*O*的位置关系,并说明理由;

(2)若☉*O*的半径为2,∠*BAC*=60°,求线段*EF*的长*.*

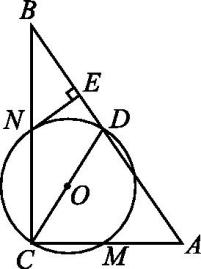


图T6-3

4*.*[2019·盐城] 如图T6-4,在Rt△*ABC*中,∠*ACB*=90°,*CD*是斜边*AB*上的中线,以*CD*为直径的☉*O*分别交*AC*,*BC*于点*M*,*N*,过点*N*作*NE*⊥*AB*,垂足为*E.*

(1)若☉*O*的半径为,*AC*=6,求*BN*的长;

(2)求证:*NE*与☉*O*相切*.*



图T6-4

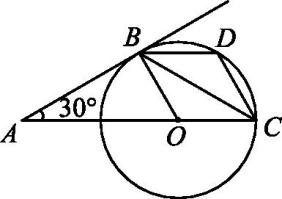
**|类型2|圆与四边形的综合**

(17年22题)

5*.*如图T6-5,*AB*是☉*O*的切线,*B*为切点,圆心在*AC*上,∠*A*=30°,*D*为的中点*.*

(1)求证:*AB*=*BC*;

(2)求证:四边形*BOCD*是菱形*.*

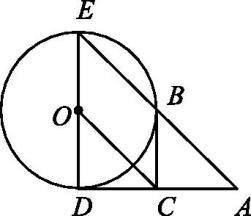


图T6-5

6*.*如图T6-6,已知☉*O*的半径为1,*DE*是☉*O*的直径,过*D*作☉*O*的切线*DA*,*C*是*AD*的中点,*AE*交☉*O*于点*B*,四边形*BCOE*是平行四边形*.*

(1)求*AD*的长;

(2)*BC*是☉*O*的切线吗?若是,给出证明;若不是,请说明理由*.*

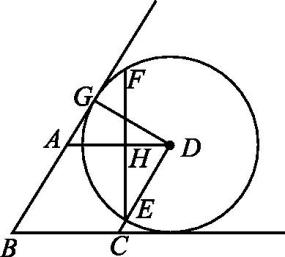


图T6-6

7*.*如图T6-7,在菱形*ABCD*中,*AB*=4,∠*B*=60°,以点*D*为圆心作☉*D*与直线*AB*相切于点*G*,连接*DG.*

(1)求证:☉*D*与*BC*所在的直线也相切;

(2)若☉*D*与*CD*相交于点*E*,过*E*作*EF*⊥*AD*于*H*,交☉*D*于*F*,求*EF*的长*.*

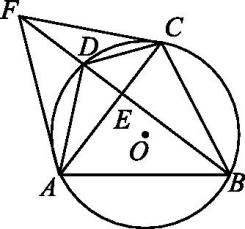


图T6-7

8*.*[2019·福建] 如图T6-8,四边形*ABCD*内接于☉*O*,*AB*=*AC*,*AC*⊥*BD*,垂足为*E*,点*F*在*BD*的延长线上,且*DF*=*DC*,连接*AF*,*CF.*

(1)求证:∠*BAC*=2∠*CAD*;

(2)若*AF*=10,*BC*=4,求tan∠*BAD*的值*.*



图T6-8

**【参考答案】**

1*.*解:(1)证明:∵*AB*是☉*O*的直径,∴∠*ADB*=90°*.*

又∵∠*BAD*=∠*BED*,∠*BED*=∠*DBC*,

∴∠*BAD*=∠*DBC.*

∴∠*BAD*+∠*ABD*=∠*DBC*+∠*ABD*=90°*.*

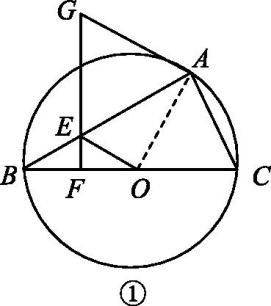
∴∠*ABC*=90°*.*∴*BC*是☉*O*的切线*.*

(2)∵∠*BAD*=∠*DBC*,∠*C*=∠*C*,∴△*ABC*∽△*BDC.*

∴,即*BC*2=*AC*·*CD*=(*AD*+*CD*)·*CD*=10*.*

∴*BC*=*.*

2*.*解:(1)证明:连接*OA*,如图①*.*∵*OA*=*OB*,∴∠*B*=∠*BAO.*



又∵*EF*⊥*BC*,

∴∠*BFE*=90°*.*

∴∠*B*+∠*BEF*=90°*.*

∵*AG*=*GE*,

∴∠*GAE*=∠*GEA.*

∵∠*GEA*=∠*BEF*,

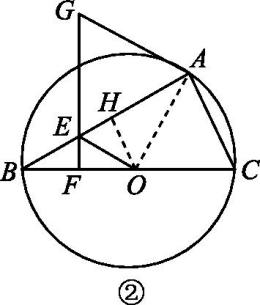
∴∠*BAO*+∠*GAE*=90°*.*

∴*GA*⊥*AO*,

又*OA*为☉*O*的半径,

∴*AG*与☉*O*相切*.*

(2)如图②,连接*OA*,过点*O*作*OH*⊥*AB*,垂足为*H.*



由垂径定理,得*BH*=*AH*=*AB*=×8=4*.*

∵*BC*是直径,∴∠*BAC*=90°*.*

又∵*AB*=8,*AC*=6,∴*BC*==10,

∴*OA*=5,*OH*=3*.*

又∵*BH*=4,*BE*=3,∴*EH*=1*.*

∴*OE*=*.*

3*.*解:(1)直线*DE*与☉*O*相切*.*理由如下:

如图所示,连接*OD*,则*OA*=*OD*,

∴∠*ODA*=∠*BAD.*

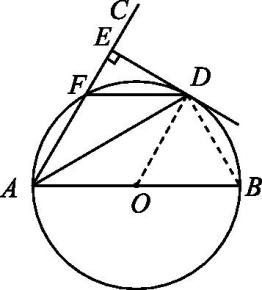
∵弦*AD*平分∠*BAC*,∴∠*FAD*=∠*BAD*,

∴∠*FAD*=∠*ODA*,∴*OD*∥*AF.*

又∵*DE*⊥*AC*,∴*DE*⊥*OD*,

∵*OD*是☉*O*的半径,∴直线*DE*与☉*O*相切*.*

(2)连接*BD*,



∵*AB*是☉*O*的直径,

∴∠*ADB*=90°*.*

∵*AD*平分∠*BAC*,∠*BAC*=60°,

∴∠*FAD*=∠*BAD*=30°,∠*B*=60°,

∴∠*DFE*=∠*B*=60°*.*

∵☉*O*的半径为2,

∴*AB*=4,

∴*AD*=*AB*·cos∠*BAD*=4×=2,

∴*DE*=*AD*·sin∠*FAD*=2,

∴*EF*==1*.*

4*.*解:(1)∵*OD*=*OC*=,∴*CD*=5*.*

∵∠*ACB*=90°,*CD*是斜边上的中线,

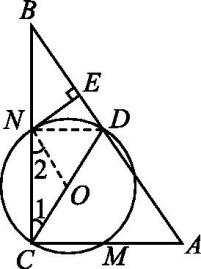
∴*AB*=2*CD*=10,

*BD*=*CD*=5,

∵*AC*=6,

∴在Rt△*ABC*中,*BC*==8*.*

连接*DN*,如图,



∵*CD*为直径,∴∠*DNC*=90°,

∴*N*为*BC*中点(等腰三角形三线合一),

∴*BN*=*BC*=4*.*

(2)证明:连接*NO*,

∵*BD*=*CD*,∴∠*B*=∠1*.*

∵*OC*=*ON*,∴∠1=∠2,

∴∠*B*=∠2,∴*NO*∥*AB.*

∵*NE*⊥*AB*,∴*NO*⊥*NE.*

∵*ON*是半径,∴*NE*与☉*O*相切*.*

5*.*证明:(1)∵*AB*是☉*O*的切线,∠*A*=30°,

∴∠*OBA*=90°,∠*AOB*=90°-30°=60°*.*

∵*OB*=*OC*,∴∠*OBC*=∠*OCB.*

∵∠*AOB*=∠*OBC*+∠*OCB*,

∴∠*OCB*=30°=∠*A.*∴*AB*=*BC.*

(2)连接*OD*,交*BC*于点*M.*

∵*D*是的中点,

∴*OD*垂直平分*BC.*

在Rt△*OMC*中,∵∠*OCM*=30°,

∴*OC*=2*OM*=*OD.*∴*OM*=*DM.*

∴四边形*BOCD*是菱形*.*

6*.*解:(1)如图,连接*BD*,则∠*DBE*=90°*.*

∵四边形*BCOE*是平行四边形,

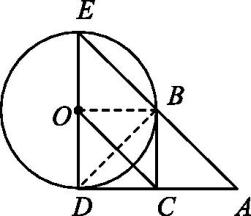
∴*BC*∥*OE*,*BC*=*OE*=1*.*

在Rt△*ABD*中,*C*为*AD*的中点,

∴*BC*=*AD*=1*.*∴*AD*=2*.*

(2)*BC*是☉*O*的切线*.*证明如下:如图,连接*OB.*由四边形*BCOE*是平行四边形,*OE*=*OD*,

得*BC*∥*OD*,且*BC*=*OD.*



∴四边形*BCDO*是平行四边形*.*

又∵*AD*是☉*O*的切线,∴*OD*⊥*AD.*

∴四边形*BCDO*是矩形*.*∴*OB*⊥*BC.*

∴*BC*是☉*O*的切线*.*

7*.*解:(1)方法1:

证明:如图,连接*BD*,过点*D*作*DK*⊥*BC*于点*K.*

∵在菱形*ABCD*中,

∴*BD*平分∠*ABC.*

∵☉*D*与直线*AB*相切于点*G*,∴*DG*⊥*AB.*

∵*DK*⊥*BC*,∴*DK*=*DG.*

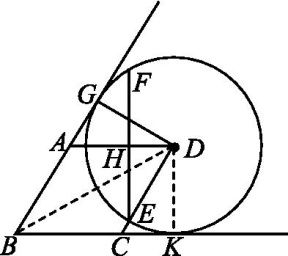
又*DG*为☉*D*的半径*.*

∴*DK*为☉*D*的半径,

∴☉*D*与*BC*所在的直线相切*.*

方法2:

证明:如图,过点*D*作*DK*⊥*BC*于点*K.*



∵在菱形*ABCD*中,

∴*AD*=*CD*,*AD*∥*BC*,*DC*∥*AB.*

∴∠*GAD*=∠*ABC*=∠*DCK.*

∵☉*D*切*AB*于点*G*,∴*DG*⊥*AB.*

∵*DK*⊥*BC*,∴∠*AGD*=∠*CKD.*

在△*AGD*和△*CKD*中,

∴△*AGD*≌△*CKD.*∴*DG*=*DK.*

∵*DG*为☉*D*的半径,∴*DK*为☉*D*的半径*.*

∴☉*D*与*BC*所在的直线相切*.*

(2)∵在菱形*ABCD*中,∴*CD*=*AB*=4,*CD*∥*AB.*

∴∠*DCK*=∠*ABC*=60°*.*

又∠*DKC*=90°,∴*DK*=*CD*=2*.*

∴*DE*=*DK*=2*.*

又∠*ADC*=∠*ABC*=60°,*EF*⊥*AD*于点*H*,

∴*EH*=*DE*=3*.*∴*EF*=2*EH*=6*.*

8*.*[解析](1)由*AC*⊥*BD*,得Rt△*ADE*,在Rt△*AED*中,根据两个锐角互余,得∠*CAD*与∠*ADE*的关系;*AB*=*AC*,在等腰三角形*ABC*中,得∠*BAC*与底角∠*ACB*的关系;再结合同弧所对圆周角相等,得∠*ADE*=∠*ACB*,整理即可得出结论;(2)由*DF*=*DC*,得外角∠*BDC*与∠*CFD*的关系,再结合∠*BAC*=2∠*DAC*与同弧所对圆周角相等得∠*CFD*=∠*CAD*=∠*CBD*,得*CF*=*BC*,知*CA*垂直平分*BF*,求出*AB*与*AC*的长度,根据勾股定理列方程分别求出*AE*,*CE*,*BE*,再利用△*ADE*∽△*BCE*,求出*AD*,*DE*,作△*ABD*中*AB*边上的高*DH*,利用面积法求出*DH*,利用勾股定理求出*AH*的值,即可利用正切定义求值*.*

解:(1)证明:∵*AC*⊥*BD*,∴∠*AED*=90°,

在Rt△*AED*中,∠*ADE*=90°-∠*CAD*,

∵*AB*=*AC*,∴,∴∠*ACB*=∠*ABC.*

∴∠*BAC*=180°-2∠*ACB*=180°-2∠*ADB*=180°-2(90°-∠*CAD*),即∠*BAC*=2∠*CAD.*

(2)∵*DF*=*DC*,∴∠*FCD*=∠*CFD*,∴∠*BDC*=∠*FCD*+∠*CFD*=2∠*CFD.*∵∠*BDC*=∠*BAC*,∠*BAC*=2∠*CAD*,

∴∠*CFD*=∠*CAD.*∵∠*CAD*=∠*CBD*,∴∠*CFD*=∠*CBD*,∴*CF*=*CB.*

∵*AC*⊥*BD*,∴*BE*=*EF*,故*CA*垂直平分*BF*,

∴*AC*=*AB*=*AF*=10,

设*AE*=*x*,则*CE*=10-*x*,

在Rt△*ABE*和Rt△*BCE*中,

*AB*2-*AE*2=*BE*2=*BC*2-*CE*2,

又∵*BC*=4,∴102-*x*2=(4)2-(10-*x*)2,

解得*x*=6,∴*AE*=6,*CE*=4,

∴*BE*==8*.*

∵∠*DAE*=∠*CBE*,∠*ADE*=∠*BCE*,

∴△*ADE*∽△*BCE*,∴,

∴*DE*=3,*AD*=3,

过点*D*作*DH*⊥*AB*于*H.*

∵*S*△*ABD*=*AB*·*DH*=*BD*·*AE*,*BD*=*BE*+*DE*=11,∴10*DH*=11×6,∴*DH*=,

在Rt△*ADH*中,*AH*=,

∴tan∠*BAD*=*.*

