提分专练(九)**与圆有关的证明及计算**



id:2147493649;FounderCES

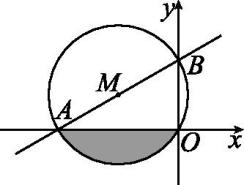
*|*类型1*|*平面直角坐标系中的圆

1*.*[2019·无锡] 如图T9*-*1,一次函数*y=kx+b*的图象与*x*轴的负半轴相交于点*A*,与*y*轴的正半轴相交于点*B*,且

sin∠*ABO=*,△*OAB*的外接圆的圆心*M*的横坐标为*-*3*.*

(1)求这个一次函数的表达式;

(2)求图中阴影部分的面积*.*

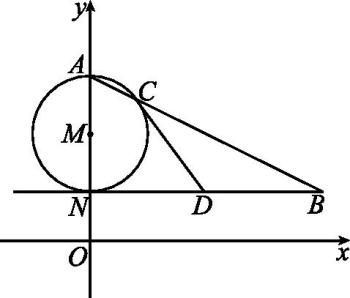


图T9*-*1

2*.*[2017·酒泉] 如图T9*-*2,*AN*是☉*M*的直径,*NB*∥*x*轴,*AB*交☉*M*于点*C.*

(1)若点*A*,*N*,∠*ABN=*30°,求点*B*的坐标;

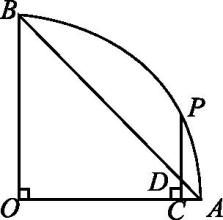
(2)若*D*为线段*NB*的中点,求证:直线*CD*是☉*M*的切线*.*



图T9*-*2

*|*类型2*|*垂径定理与勾股定理联手

3*.*[2019·苏州] 如图T9*-*3,扇形*OAB*中∠*AOB=*90°,*P*为上的一点,过点*P*作*PC*⊥*OA*,垂足为*C.PC*与*AB*交于点*D.*若*PD=*2,*CD=*1,则该扇形的半径长为*.*



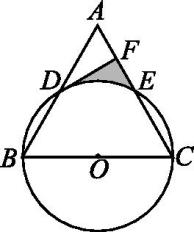
图T9*-*3

*|*类型3*|*与圆有关的图形的面积

4*.*[2018·达州] 已知,如图T9*-*4,以等边三角形*ABC*的边*BC*为直径作☉*O*,分别交*AB*,*AC*于点*D*,*E*,过点*D*作*DF*⊥*AC*于点*F.*

(1)求证:*DF*是☉*O*的切线;

(2)若等边三角形*ABC*的边长为8,求由,*DF*,*EF*围成的阴影部分的面积*.*



图T9*-*4

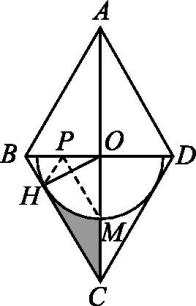
*|*类型4*|*与圆的切线有关的问题

5*.*[2019·巴中] 如图T9*-*5,在菱形*ABCD*中,连接*BD*,*AC*交于点*O*,过点*O*作*OH*⊥*BC*于点*H*,以点*O*为圆心,*OH*为半径的半圆交*AC*于点*M.*

(1)求证:*DC*是☉*O*的切线;

(2)若*AC=*4*MC*且*AC=*8,求图中阴影部分的面积;

(3)在(2)的条件下,*P*是线段*BD*上的一动点,当*PD*为何值时,*PH+PM*的值最小,并求出最小值*.*



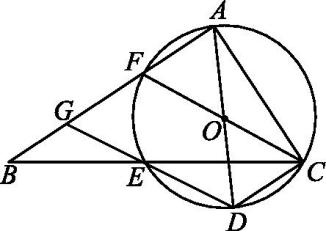
图T9*-*5

*|*类型5*|*圆与四边形结合的问题

6*.*[2019·温州] 如图T9*-*6,在△*ABC*中,∠*BAC=*90°,点*E*在*BC*边上,且*CA=CE*,过*A*,*C*,*E*三点的☉*O*交*AB*于另一点*F*,作直径*AD*,连接*DE*并延长交*AB*于点*G*,连接*CD*,*CF.*

(1)求证:四边形*DCFG*是平行四边形;

(2)当*BE=*4,*CD=AB*时,求☉*O*的直径长*.*



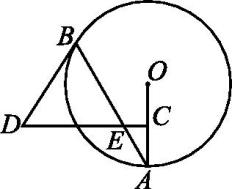
图T9*-*6

*|*类型6*|*圆与三角函数结合的问题

7*.*如图T9*-*7,*AB*是☉*O*的弦,点*C*为半径*OA*的中点,过点*C*作*CD*⊥*OA*交弦*AB*于点*E*,连接*BD*,且*DE=DB.*

(1)判断*BD*与☉*O*的位置关系,并说明理由;

(2)若*CD=*15,*BE=*10,tan*A=*,求☉*O*的直径*.*



图T9*-*7

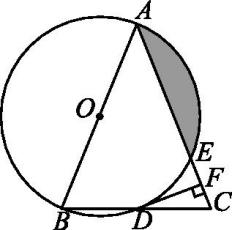
*|*类型7*|*圆与相似三角形结合的问题

8*.*[2019·滨州] 如图T9*-*8,在△*ABC*中,*AB=AC*,以*AB*为直径的☉*O*分别与*BC*,*AC*交于点*D*,*E*,过点*D*作*DF*⊥*AC*,垂足为点*F.*

(1)求证:直线*DF*是☉*O*的切线;

(2)求证:*BC*2*=*4*CF*·*AC*;

(3)若☉*O*的半径为4,∠*CDF=*15°,求阴影部分的面积*.*



图T9*-*8

**【参考答案】**

1*.*解:(1)作*MN*⊥*BO*于*N*,由垂径定理得*N*为*OB*中点,∴*MN=OA*,

∵*MN=*3,∴*OA=*6,即*A*(-6,0)*.*

∵sin∠*ABO=*,*OA=*6,

∴*AB=*4,*OB=*2,*B*(0,2),

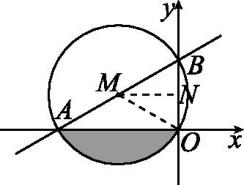
将*A*,*B*点坐标代入*y=kx*+*b*,

得解得

∴*y=x*+2*.*

(2)由(1)得∠*ABO=*60°,连接*OM*,则∠*AMO=*120°,*AM=MB=AB=*2*.*

∴阴影部分面积为*S=*×(2)2-×6×*=*4π-3*.*

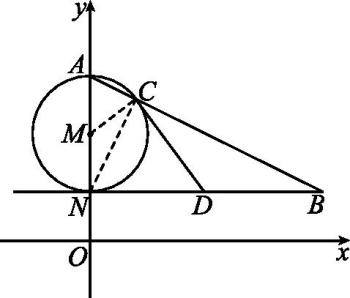


2*.*解:(1)∵*A*的坐标为(0,6),*N*的坐标为(0,2),∴*AN=*4,

∵∠*ABN=*30°,∠*ANB=*90°,∴*AB=*2*AN=*8,

∴由勾股定理可知:*NB=*4,∴*B*(4,2)*.*

(2)证明:连接*MC*,*NC.*



∵*AN*是☉*M*的直径,

∴∠*ACN=*90°,

∴∠*NCB=*90°,

在Rt△*NCB*中,*D*为*NB*的中点,

∴*CD=NB=ND*,

∴∠*CND=*∠*NCD.*

∵*MC=MN*,∴∠*MCN=*∠*MNC.*

∵∠*MNC*+∠*CND=*90°,

∴∠*MCN*+∠*NCD=*90°,

即*MC*⊥*CD*,

∴直线*CD*是☉*M*的切线*.*

3*.*5[解析] 连接*OP*,∵∠*AOB=*90°,*PC*⊥*OA*,∴∠*DCA=*∠*AOB=*90°,又∠*DAC=*∠*BAO*,∴△*ACD*∽△*AOB*,

∴*=*,

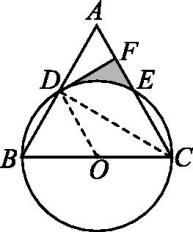
∵*OA=OB*,∴*AC=CD=*1,

又*PD=*2,∴*CP=*3,

设*CO=x*,则*OP=OA=x*+1,

∵∠*PCO=*90°,∴*OP*2*=OC*2+*CP*2,∴*x*2+32*=*(*x*+1)2,解得*x=*4,∴*OA=x*+1*=*5*.*

4*.*解:(1)证明:连接*OD*,*CD.*



∵*BC*是直径,∴∠*BDC=*90°*.*

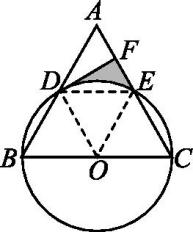
∵△*ABC*是等边三角形,∴点*D*是*AB*的中点*.*

∵点*O*是*BC*的中点,∴*OD*∥*AC.*

∵*DF*⊥*AC*,∴*OD*⊥*DF.*

∵*OD*是半径,∴*DF*是☉*O*的切线*.*

(2)连接*OD*,*OE*,*DE.*



∵同(1)可知点*E*是*AC*的中点,

∴*DE*是△*ABC*的中位线,△*ADE*是等边三角形*.*

∵等边三角形*ABC*的边长为8,

∴等边三角形*ADE*的边长为4*.*

∵*DF*⊥*AC*,∴*EF=*2,*DF=*2*.*

∴△*DEF*的面积*=EF*·*DF=*×2×2*=*2*.*

△*ADE*的面积*=*△*ODE*的面积*=*4*.*

扇形*ODE*的面积*==.*

∴阴影部分的面积*=*△*DEF*的面积+△*ODE*的面积-扇形*ODE*的面积*=*2+4π*=*6*.*

5*.*[解析](1)过点*O*作*CD*的垂线,通过证明其与半径相等,得到*CD*是切线;(2)通过三角函数计算边长和圆心角度数,得到三角形和扇形的面积,继而可得阴影部分面积;(3)根据轴对称的性质找到点*P*的位置,进而计算最小值,利用三角函数求*PD*的长度*.*

解:(1)证明:过点*O*作*OG*⊥*CD*于点*G*,

∵菱形*ABCD*中,*AC*是对角线,

∴*CA*平分∠*BCD*,

∵*OH*⊥*BC*,∴*OH=OG*,

∵*OH*是☉*O*的半径,

∴*OG*长等于☉*O*的半径长,

∴*CD*是☉*O*的切线*.*

(2)∵*AC=*4*MC*且*AC=*8,

∴*OC=*2*MC=*4,*MC=OM=*2,

∴*OH=OM=*2*.*

在Rt△*OHC*中,*OH=*2,*OC=*4,

∴*HC==*2,

∴tan∠*HOC==*,

∴∠*HOC=*60°,∴*S*阴影*=S*△*OCH*-*S*扇形*OHM=CH*·*OH*-*=*×2×2-*=*2π*.*

(3)作点*M*关于*BD*的对称点*N*,连接*HN*交*BD*于点*P*,此时*PH*+*PM*的值最小*.*

∵*ON=OM=OH*,∠*MOH=*60°,

∴∠*MNH=*30°,∠*MNH=*∠*HCM*,

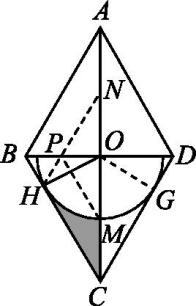
∴*HN=HC=*2,

即*PH*+*PM*的最小值为2*.*

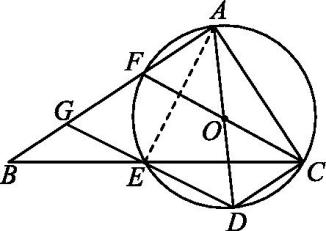
在Rt△*NPO*中,*OP=ON*tan30°*=*,

在Rt△*COD*中,*OD=OC*tan30°*=*,

∴*PD=OP*+*OD=*2*.*



6*.*解:(1)证明:连接*AE.*



∵∠*BAC=*90°,

∴*CF*是☉*O*的直径*.*

∵*AC=EC*,∴*CF*⊥*AE.*

∵*AD*为☉*O*的直径,∴∠*AED=*90°,

即*GD*⊥*AE*,∴*CF*∥*DG.*

∵*AD*为☉*O*的直径,∴∠*ACD=*90°,

∴∠*ACD*+∠*BAC=*180°,∴*AB*∥*CD*,

∴四边形*DCFG*为平行四边形*.*

(2)由*CD=AB*,可设*CD=*3*x*,*AB=*8*x*,由(1)可知*FG=CD=*3*x.*

∵∠*AOF=*∠*COD*,∴*AF=CD=*3*x*,

∴*BG=*8*x*-3*x*-3*x=*2*x.*

∵*GE*∥*CF*,∴*==.*

又∵*BE=*4,∴*AC=CE=*6,

∴*BC=*6+4*=*10,

∴*AB==*8*=*8*x*,∴*x=*1*.*

在Rt△*ACF*中,*AF=*3,*AC=*6,

∴*CF==*3,

即☉*O*的直径长为3*.*

7*.*解:(1)*BD*与☉*O*相切*.*理由如下:连接*OB*,

∵*OB=OA*,*DE=DB*,

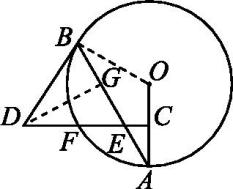
∴∠*A=*∠*OBA*,∠*DEB=*∠*ABD*,

又∵*CD*⊥*OA*,

∴∠*A*+∠*AEC=*∠*A*+∠*DEB=*90°,

∴∠*OBA*+∠*ABD=*90°,

∴*OB*⊥*BD*,∴*BD*是☉*O*的切线*.*



(2)如图,过点*D*作*DG*⊥*BE*于*G*,

∵*DE=DB*,∴*EG=BE=*5,

∵∠*ACE=*∠*DGE=*90°,∠*AEC=*∠*GED*,

∴△*ACE*∽△*DGE*,

∴∠*GDE=*∠*A*,

∵tan*A=*,∴sin*A=*,

∴sin∠*EDG=*sin*A==*,∴*DE=*13,

在Rt△*EDG*中,*DG==*12,

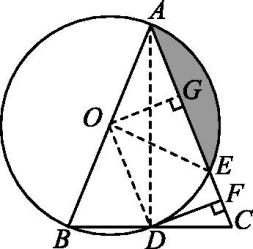
∵*CD=*15,*DE=*13,∴*CE=*2,

∵△*ACE*∽△*DGE*,∴*=*,

∴*AC=*·*DG=*,

∴☉*O*的直径*=*2*OA=*4*AC=.*

8*.*解:(1)证明:如图所示,连接*OD*,



∵*AB=AC*,∴∠*ABC=*∠*C*,

∵*OB=OD*,∴∠*ODB=*∠*ABC=*∠*C*,

∵*DF*⊥*AC*,∴∠*CDF*+∠*C=*90°,

∴∠*CDF*+∠*ODB=*90°,

∴∠*ODF=*90°,

∴直线*DF*是☉*O*的切线*.*

(2)证明:连接*AD*,则*AD*⊥*BC*,

∵*AB=AC*,∴*DB=DC=BC.*

∵∠*CDF*+∠*C=*90°,∠*C*+∠*DAC=*90°,

∴∠*CDF=*∠*DAC*,

又∠*DFC=*∠*ADC=*90°,∴△*CFD*∽△*CDA*,

∴*=*,∴*CD*2*=AC*·*CF*,

∴*BC*2*=*4*CF*·*AC.*

(3)连接*OE*,作*OG*⊥*AE*于*G.*

∵∠*CDF=*15°,∴∠*C=*75°,∠*OAE=*30°*=*∠*OEA*,∴∠*AOE=*120°,

∴*AE=*2*EG=*2*OE*·cos30°*=*2×4×*=*4*.*

∴*S*△*OAE=AE*·*OE*·sin∠*OEA=*×4×4×*=*4,

∴*S*阴影部分*=S*扇形*OAE*-*S*△*OAE=*×π×42-4*=*-4*.*