提分专练(六)**与四边形有关的计算与证明**



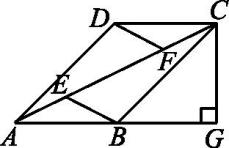
id:2147492401;FounderCES

|类型1|平行四边形背景问题

1*.*[2019·沈阳]如图T6*-*1,在四边形*ABCD*中,点*E*和点*F*是对角线*AC*上的两点,*AE=CF*,*DF=BE*,且*DF*∥*BE*,过点*C*作*CG*⊥*AB*交*AB*的延长线于点*G.*

(1)求证:四边形*ABCD*是平行四边形;

(2)若tan∠*CAB=*,∠*CBG=*45°,*BC=*4,则▱*ABCD*的面积是*.*

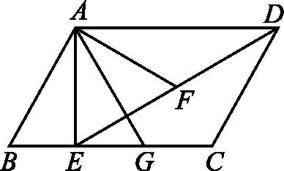


图T6*-*1

2*.*[2018·贵阳]如图T6*-*2,在平行四边形*ABCD*中,*AE*是*BC*边上的高,点*F*是*DE*的中点,*AB*与*AG*关于*AE*对称,*AE*与*AF*关于*AG*对称*.*

(1)求证:△*AEF*是等边三角形;

(2)若*AB=*2,求△*AFD*的面积*.*



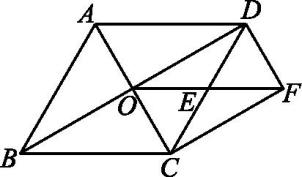
图T6*-*2

|类型2|特殊四边形背景问题

3*.*[2019·新疆生产建设兵团]如图T6*-*3,在菱形*ABCD*中,对角线*AC*,*BD*相交于点*O*,*E*是*CD*中点,连接*OE.*过点*C*作*CF*∥*BD*交*OE*的延长线于点*F*,连接*DF.*

求证:(1)△*ODE*≌△*FCE*;

(2)四边形*OCFD*是矩形*.*

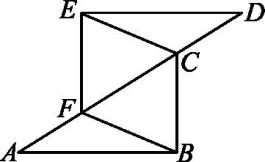


图T6*-*3

4*.*[2018·呼和浩特]如图T6*-*4,已知*A*,*F*,*C*,*D*四点在同一条直线上,*AF=CD*,*AB*∥*DE*,且*AB=DE.*

(1)求证:△*ABC*≌△*DEF*;

(2)若*EF=*3,*DE=*4,∠*DEF=*90°,请直接写出使四边形*EFBC*为菱形时*AF*的长度*.*

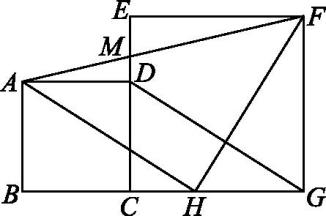


图T6*-*4

5*.*[2019·潍坊]如图T6*-*5,正方形*ABCD*的边*CD*在正方形*ECGF*的边*CE*上,连接*DG*,过点*A*作*AH*∥*DG*,交*BG*于点*H*,连接*HF*,*AF*,其中*AF*交*EC*于点*M.*

(1)求证:△*AHF*为等腰直角三角形;

(2)若*AB=*3,*EC=*5,求*EM*的长*.*

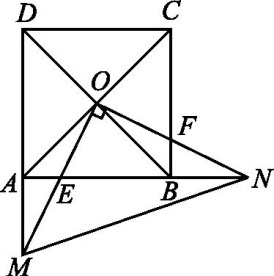


图T6*-*5

6*.*[2018·遵义] 如图T6*-*6,正方形*ABCD*的对角线交于点*O*,点*E*,*F*分别在*AB*,*BC*上(*AE<BE*),且∠*EOF=*90°,*OE*,*DA*的延长线交于点*M*,*OF*,*AB*的延长线交于点*N*,连接*MN.*

(1)求证:*OM=ON*;

(2)若正方形*ABCD*的边长为4,*E*为*OM*的中点,求*MN*的长*.*



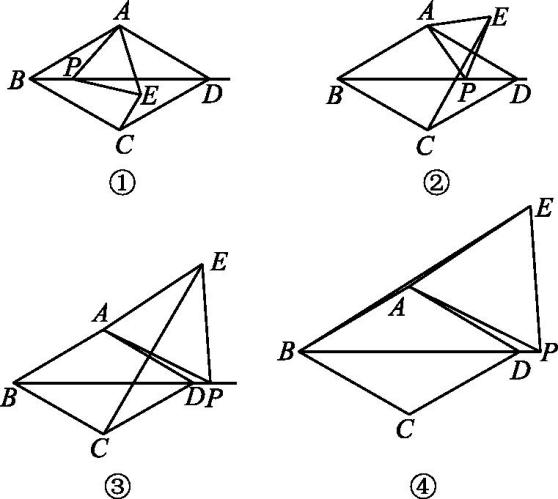
图T6*-*6

7*.*[2018·江西]在菱形*ABCD*中,∠*ABC=*60°,点*P*是射线*BD*上一动点,以*AP*为边向右侧作等边三角形*APE*,点*E*的位置随着点*P*的位置变化而变化*.*

(1)如图T6*-*7①,当点*E*在菱形*ABCD*内部或边上时,连接*CE*,*BP*与*CE*的数量关系是,*CE*与*AD*的位置关系是*.*

(2)当点*E*在菱形*ABCD*外部时,(1)中的结论是否还成立?若成立,请予以证明;若不成立,请说明理由(选择图②,图③中的一种情况予以证明或说明理由)*.*

(3)如图④,当点*P*在线段*BD*的延长线上时,连接*BE*,若*AB=*2,*BE=*2,求四边形*ADPE*的面积*.*



图T6*-*7

**【参考答案】**

1*.*解:(1)证明:∵*AE=CF*,∴*AE*+*EF=CF*+*EF*,

即*AF=CE*,

∵*DF*∥*BE*,∴∠*DFA=*∠*BEC*,

∵*DF=BE*,∴△*ADF*≌△*CBE*(SAS),

∴*AD=CB*,∠*DAF=*∠*BCE*,

∴*AD*∥*CB*,∴四边形*ABCD*是平行四边形*.*

(2)24[解析]∵*CG*⊥*AB*,∴∠*G=*90°,

∵∠*CBG=*45°,∴△*BCG*是等腰直角三角形,

∵*BC=*4,∴*BG=CG=*4,

∵tan∠*CAB=*,∴*AG=*10,∴*AB=*6,

∴▱*ABCD*的面积*=*6×4*=*24*.*

2*.*解:(1)证明:在平行四边形*ABCD*中,*AE*是*BC*边上的高,∴∠*DAE=*∠*AEB=*90°*.*

∵点*F*是*DE*的中点,∴在Rt△*AED*中,*FE=AF.*

∵*AE*与*AF*关于*AG*对称,∴*AE=AF.*

∴*AE=AF=EF.*∴△*AEF*是等边三角形*.*

(2)∵△*AEF*是等边三角形,∴∠*EAF=*∠*AEF=*60°,∴∠*EAG=*∠*EDA=*30°*.*∵*AB*与*AG*关于*AE*对称,

∴∠*BAE=*∠*EAG=*30°*.*在Rt△*ABE*中,*AB=*2,∴*BE=AB=*1,∴*AE==.*∴*DE=*2,

∴*AD=*3*.S*△*AFD=S*△*ADE=*×*AE*×*AD=*×3*=.*

3*.*证明:(1)∵*CF*∥*BD*,∴∠*ODC=*∠*DCF.*

∵*E*是*CD*中点,∴*ED=EC.*

∵∠*DEO=*∠*CEF*,

∴△*ODE*≌△*FCE.*

(2)∵△*ODE*≌△*FCE*,∴*OE=EF.*

又∵*DE=EC*,

∴四边形*OCFD*是平行四边形*.*

∵四边形*ABCD*是菱形,

∴*BD*⊥*AC.*∴∠*DOC=*90°*.*

∴四边形*OCFD*是矩形*.*

4*.*解:(1)证明:∵*AB*∥*DE*,∴∠*A=*∠*D.*

∵*AF=CD*,∴*AC=DF.*

又∵*AB=DE*,∴△*ABC*≌△*DEF.*

(2)*AF=*[解析]由勾股定理得*DF===*5,

作*EP*⊥*DF*于*P*,则*EP==.*

∵四边形*BCEF*是菱形,∴*EF=CE*,由勾股定理得*FP===*,则*CP=FP=*,

*AF=DC=DF*-*CF=*5-2×*=.*

5*.*解:(1)证明:∵*AD*∥*CG*,*AH*∥*DG*,

∴四边形*ADGH*为平行四边形*.*

∴*AD=HG.*

∵*AD=BC=AB*,∴*AB=BC=HG*,

∴*BC*+*CH=GH*+*HC*,即*BH=CG*,

∴*GF=BH.*

在△*ABH*和△*HGF*中,

*AB=HG*,∠*B=*∠*HGF*,*BH=GF*,

∴△*ABH*≌△*HGF*,

∴*AH=HF*,∠*BAH=*∠*GHF.*

∵∠*BAH*+∠*BHA=*90°,

∴∠*GHF*+∠*BHA=*90°,

∴∠*AHF=*90°,∴△*AHF*为等腰直角三角形*.*

(2)∵*AB=*3,*EC=*5,

∴*AD=CD=*3,*EF=*5,∴*DE=*2*.*

∵*AD*∥*EF*,∴*==*,

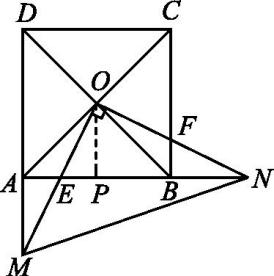
∴*EM=DE=.*

6*.*解:(1)证明:正方形*ABCD*中,*AC=BD*,*OA=AC*,*OB=BD*,所以*OA=OB.*因为*AC*⊥*BD*,所以∠*AOB=*∠*AOD=*90°,所以∠*OAD=*∠*OBA=*45°,所以∠*OAM=*∠*OBN*,又因为∠*EOF=*90°,所以∠*AOM=*∠*BON*,所以△*AOM*≌△*BON*,所以*OM=ON.*

(2)过点*O*作*OP*⊥*AB*于*P*,所以∠*OPA=*90°,所以∠*OPA=*∠*MAE*,因为*E*为*OM*的中点,所以*OE=ME*,

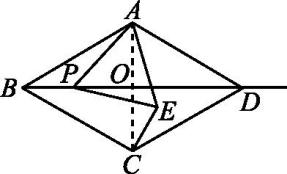
又因为∠*AEM=*∠*PEO*,所以△*AEM*≌△*PEO*,所以*AE=EP.*因为*OA=OB*,*OP*⊥*AB*,所以*AP=BP=AB=*2,

所以*EP=*1*.*Rt△*OPB*中,∠*OBP=*45°,所以*OP=PB=*2,Rt△*OEP*中,*OE==*,所以*OM=*2*OE=*2,Rt△*OMN*中,*OM=ON*,所以*MN=OM=*2*.*



7*.*解:(1)*BP=CE　CE*⊥*AD*

[解析]连接*AC*交*BD*于*O*点,如图①,



①

∵*BA=BC*,∠*ABC=*60°,

∴△*ABC*是等边三角形,

∴*AC=AB*,

∠*BAC=*60°*=*∠*PAE*,

∴∠*BAP=*∠*CAE.*

在△*BAP*和△*CAE*中,

∴△*BAP*≌△*CAE*(SAS),∴*BP=CE.*

∵△*BAP*≌△*CAE*,

∴∠*ACE=*∠*ABP=*∠*ABC=*30°,

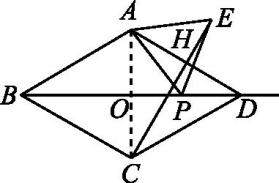
∵∠*ACD=*60°,∴∠*ECD=*30°,

∴*CE*为∠*ACD*的平分线,

∵*CA=CD*,由三线合一知*CE*⊥*AD.*

(2)仍然成立,选择图②,理由如下:

如图②,连接*AC*交*BD*于*O*点,设*CE*交*AD*于点*H*,



②

在菱形*ABCD*中,∠*ABC=*60°,*BA=BC*,

∴△*ABC*为等边三角形,

∴*BA=CA.*

∵△*APE*为等边三角形,

∴*AP=AE*,∠*PAE=*∠*BAC=*60°,∴∠*BAP=*∠*CAE.*

在△*BAP*和△*CAE*中,

∴△*BAP*≌△*CAE*(SAS),

∴*BP=CE*,∠*ACE=*∠*ABP=*30°*.*

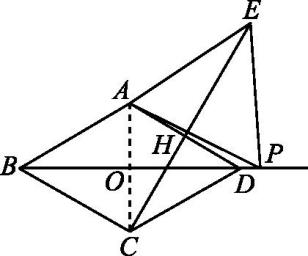
又∵∠*CAD=*60°,

∴∠*AHC=*90°,

即*CE*⊥*AD.*

选择图③,理由如下:

如图③,连接*AC*交*BD*于点*O*,设*CE*交*AD*于点*H.*



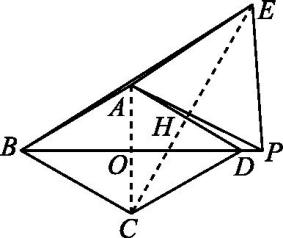
③

同理得△*BAP*≌△*CAE*,

∴*BP=CE*,∠*ACE=*∠*ABP=*30°,

又∵∠*CAD=*60°,∴∠*AHC=*90°,即*CE*⊥*AD.*

(3)如图④,连接*AC*交*BD*于点*O*,连接*CE*交*AD*于点*H.*



④

由(2)可知,*CE*⊥*AD*,*CE=BP*,

在菱形*ABCD*中,*AD*∥*BC*,

∴*EC*⊥*BC.*

∵*BC=AB=*2,*BE=*2,

∴在Rt△*BCE*中,*CE==*8,

∴*BP=CE=*8*.*

∵*AC*与*BD*是菱形的对角线,

∴∠*ABD=*∠*ABC=*30°,*AC*⊥*BD*,

∴*BD=*2*BO=*2*AB*·cos30°*=*6,

*AO=AB=*,*DP=BP*-*BD=*8-6*=*2,

∴*OP=OD*+*DP=*5*.*

在Rt△*AOP*中,*AP==*2,

*S*四边形*ADPE=S*△*ADP*+*S*△*APE=DP*·*AO*+·*AP*2*=*×2××(2)2*=*8*.*