提分专练(七)**切线的证明**



id:2147494978;FounderCES

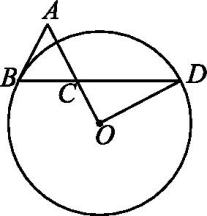
*|*类型1*|*见切点,连半径,证垂直

(1)利用等角代换判定

1*.*[2019·镇江]如图T7*-*1,在△*ABC*中,*AB=AC*,过*AC*延长线上的点*O*作*OD*⊥*AO*,交*BC*的延长线于点*D*,以*O*为圆心,*OD*长为半径的圆过点*B.*

(1)求证:直线*AB*与☉*O*相切;

(2)若*AB=*5,☉*O*的半径为12,则tan∠*BDO=　　　　.*



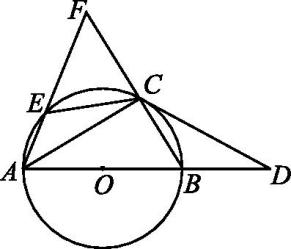
图T7*-*1

2*.*[2019·黄石]如图T7*-*2,*AB*是☉*O*的直径,点*D*在*AB*的延长线上,*C*,*E*是☉*O*上的两点,*CE=CB*,∠*BCD=*∠*CAE*,延长*AE*交*BC*的延长线于点*F.*

(1)求证:*CD*是☉*O*的切线;

(2)求证:*CE=CF*;

(3)若*BD=*1,*CD=*,求弦*AC*的长*.*



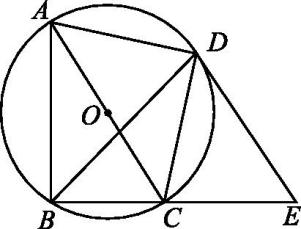
图T7*-*2

(2)利用平行线判定

3*.*[2019·泰州]如图T7*-*3,四边形*ABCD*内接于☉*O*,*AC*为☉*O*的直径,*D*为的中点,过点*D*作*DE*∥*AC*,交*BC*的延长线于点*E.*

(1)判断*DE*与☉*O*的位置关系,并说明理由;

(2)若☉*O*的半径为5,*AB=*8,求*CE*的长*.*

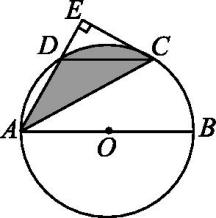


图T7*-*3

4*.*[2019·赤峰]如图T7*-*4,*AB*为☉*O*的直径,*C*,*D*是半圆*AB*的三等分点,过点*C*作*AD*延长线的垂线*CE*,垂足为*E.*

(1)求证:*CE*是☉*O*的切线;

(2)若☉*O*的半径为2,求图中阴影部分的面积*.*



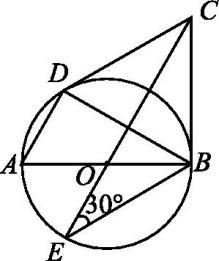
图T7*-*4

(3)利用三角形全等或相似判定

5*.*[2019·郴州]如图T7*-*5,已知*AB*是☉*O*的直径,*CD*与☉*O*相切于点*D*,且*AD*∥*OC.*

(1)求证:*BC*是☉*O*的切线;

(2)延长*CO*交☉*O*于点*E.*若∠*CEB=*30°,☉*O*的半径为2,求的长*.*(结果保留π)



图T7*-*5

*|*类型2*|*无切点,作垂直,证半径

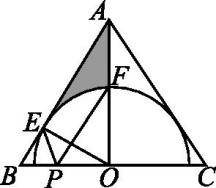
利用角平分线性质

6*.*如图T7*-*6,在△*ABC*中,*AB=AC*,*AO*⊥*BC*于点*O*,*OE*⊥*AB*于点*E*,以点*O*为圆心,*OE*为半径作半圆,交*AO*于点*F.*

(1)求证:*AC*是☉*O*的切线;

(2)若点*F*是*AO*的中点,*OE=*3,求图中阴影部分的面积;

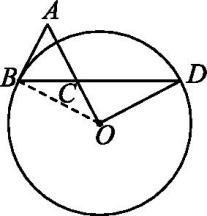
(3)在(2)的条件下,点*P*是*BC*边上的动点,当*PE+PF*取最小值时,直接写出*BP*的长*.*



图T7*-*6

**【参考答案】**

1*.*解:(1)证明:连接*OB*,如图所示*.*



∵*AB*=*AC*,

∴∠*ABC*=∠*ACB.*

∵∠*ACB*=∠*OCD*,

∴∠*ABC*=∠*OCD.*

∵*OD*⊥*AO*,

∴∠*COD*=90°,

∴∠*D*+∠*OCD*=90°*.*

∵*OB*=*OD*,

∴∠*OBD*=∠*D*,

∴∠*OBD*+∠*ABC*=90°,即∠*ABO*=90°,

∴*AB*⊥*OB*,

∵点*B*在☉*O*上,

∴直线*AB*与☉*O*相切*.*

(2)∵∠*ABO*=90°,

∴*OA*==13,

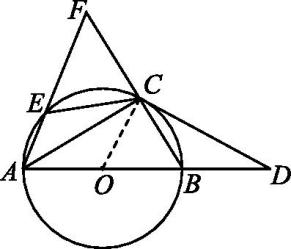
∵*AC*=*AB*=5,

∴*OC*=*OA*-*AC*=8,

∴tan∠*BDO*=*.*

故答案为:*.*

2*.*解:(1)证明:连接*OC*,



∵*AB*是☉*O*的直径,

∴∠*ACB*=90°,

∴∠*CAD*+∠*ABC*=90°,

∵*CE*=*CB*,

∴∠*CAE*=∠*CAB*,

∵∠*BCD*=∠*CAE*,

∴∠*CAB*=∠*BCD*,

∵*OB*=*OC*,∴∠*OBC*=∠*OCB*,

∴∠*OCB*+∠*BCD*=90°,∴∠*OCD*=90°,

∵*OC*是☉*O*的半径,∴*CD*是☉*O*的切线*.*

(2)证明:∵∠*BAC*=∠*CAE*,*AC*=*AC*,∠*ACB*=∠*ACF*=90°,

∴△*ABC*≌△*AFC*(ASA),∴*CB*=*CF*,

又∵*CB*=*CE*,∴*CE*=*CF.*

(3)∵∠*BCD*=∠*CAD*,∠*ADC*=∠*CDB*,

∴△*ACD*∽△*CBD*,∴,

∴,

∴*AD*=2,

∴*AB*=*AD*-*BD*=2-1=1,

设*BC*=*a*,则*AC*=*a*,

在Rt△*ABC*中,由勾股定理可得:*a*2+(*a*)2=12,

解得:*a*=(负值已舍),∴*AC*=*.*

3*.*解:(1)*DE*与☉*O*相切,理由如下:

连接*OD*,∵*D*为的中点,∴,

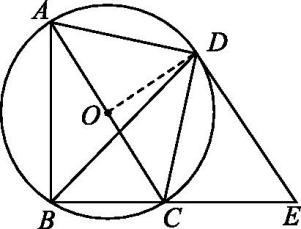
∴*AD*=*DC*,

∵*AO*=*OC*,∴*OD*⊥*AC*,

∴∠*AOD*=∠*COD*=90°,

又∵*DE*∥*AC*,∴∠*EDO*=∠*AOD*=90°,

∴*OD*⊥*DE*,∴*DE*与☉*O*相切*.*



(2)∵*DE*∥*AC*,∴∠*EDC*=∠*ACD*,

∵∠*ACD*=∠*ABD*,∴∠*EDC*=∠*ABD*,

又∵∠*DCE*=∠*BAD*,

∴△*DCE*∽△*BAD*,∴,

∵半径为5,∴*AC*=10,

∵*D*为的中点,

∴*AD*=*CD*=5,

∴*CE*=*.*

4*.*解:(1)证明:连接*OC*,∵点*C*,*D*为半圆*O*的三等分点,

∴,

∴∠*BOC*=∠*EAB*,∴*OC*∥*AD.*

∵*CE*⊥*AD*,∴*CE*⊥*OC*,

∴*CE*为☉*O*的切线*.*

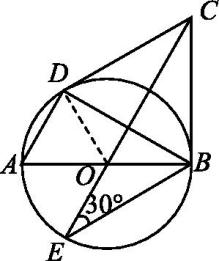
(2)连接*OD*,∵,

∴∠*COD*=×180°=60°*.*

∵*CD*∥*AB*,∴*S*△*ACD*=*S*△*COD*,

∴图中阴影部分的面积=*S*扇形*COD*=*.*

5*.*解:(1)证明:连接*OD*,如图所示*.*



∵*AD*∥*OC*,

∴∠*COD*=∠*ADO*,∠*COB*=∠*DAO*,

∵*OA*=*OD*,

∴∠*ADO*=∠*DAO*,

∴∠*COD*=∠*COB.*

在△*COD*和△*COB*中,

∴△*COD*≌△*COB*,

∴∠*CDO*=∠*CBO*,

又*CD*与☉*O*相切于点*D*,

∴∠*CDO*=90°,

∴∠*CBO*=90°,

∴*BC*是☉*O*的切线*.*

(2)∵∠*CEB*=30°,∴∠*COB*=60°,

由(1)知,∠*COD*=∠*COB*,

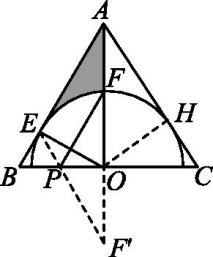
∴∠*COD*=60°,

∴∠*DOB*=∠*COD*+∠*COB*=120°*.*

∵☉*O*的半径为2,

∴的长=π*.*

6*.*解:(1)证明:作*OH*⊥*AC*于*H*,如图*.*



∵*AB*=*AC*,*AO*⊥*BC*于点*O*,

∴*AO*平分∠*BAC*,

∵*OE*⊥*AB*,*OH*⊥*AC*,

∴*OH*=*OE*,

∴*AC*是☉*O*的切线*.*

(2)∵点*F*是*AO*的中点,

∴*AO*=2*OF*=6,

∵*OE*=3,

∴∠*OAE*=30°,∠*AOE*=60°,

∴*AE*=*OE*=3,

∴图中阴影部分的面积=*S*△*AOE*-*S*扇形*EOF*=×3×3*.*

(3)[解析]作*F*点关于*BC*的对称点*F'*,连接*EF'*交*BC*于*P*,如图*.*

∴*PF*=*PF'*,

∴*PE*+*PF*=*PE*+*PF'*=*EF'*,

此时*EP*+*FP*最小*.*

∵*OF'*=*OF*=*OE*,

∴∠*F'*=∠*OEF'*,

∵∠*AOE*=∠*F'*+∠*OEF'*=60°,

∴∠*F'*=30°,

∴∠*F'*=∠*EAF'*,

∴*EF'*=*EA*=3,

即*PE*+*PF*最小值为3*.*

在Rt△*OPF'*中,*OP*=*OF'*=,

在Rt△*ABO*中,*OB*=*OA*=×6=2,

∴*BP*=2,

即当*PE*+*PF*取最小值时,*BP*的长为*.*