

雅境中学 2020 年上学期初三寒假作业检测试卷

初三年级 数学试卷

考生注意：本试卷共三道大题，26 道小题，满分 120 分，时量 120 分钟

一、填空题（每小题 3 分，共 36 分）

1、4 的平方根是（ ）

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 0

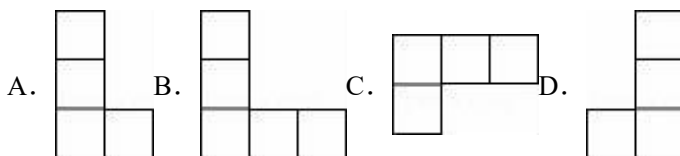
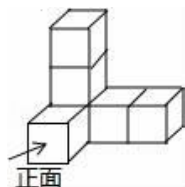
2、下列计算正确的是（ ）

- A. $(-2)^3 = 8$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $4x^2 - 2x = 2x$

3、有下列各数：-2, $0\frac{1}{3}$, 0.020 020 002..., π , $\sqrt{9}$, 其中无理数的个数是（ ）

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

4、如图是由六个相同的小正方体搭成的几何体，这个几何体的主视图是（ ）

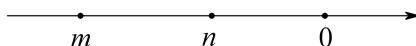


5、一个三角形三个内角的度数之比为 1: 2: 3, 则这个三角形一定是（ ）

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形

6、实效 m , n 在数轴上的对应点如图所示, 则下列各式子正确的是（ ）

- A. $m > n$ B. $-n > |m|$ C. $|m| < |n|$ D. $-m > |n|$



7、一个布袋里装有 2 个红球、3 个黄球和 5 个白球, 除颜色外其它都相同. 搅匀后任意摸出一个球, 是白球的概率为（ ）

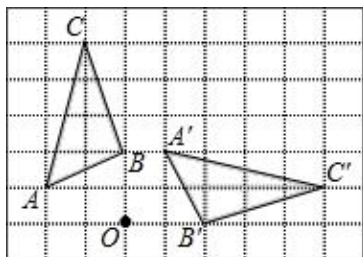
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

8、用配方法解方程 $x^2 - 6x - 8 = 0$ 时, 配方结果正确的是（ ）

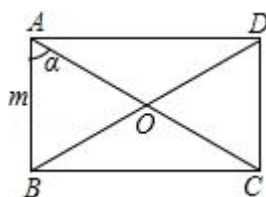
- A. $(x - 3)^2 = 17$ B. $(x - 3)^2 = 14$ C. $(x - 6)^2 = 44$ D. $(x - 3)^2 = 1$

9、在如图所示的方格纸（1 格长为 1 个单位长度）中, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$, 使各顶点仍在格点上, 则其旋转角的度数是（ ）

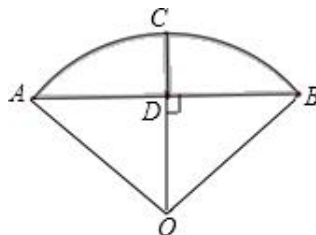
- A. 80° B. 90° C. 100° D. 120°



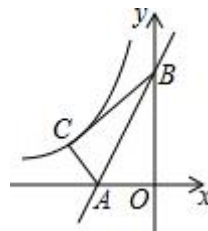
第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

10、矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 O 。已知 $AB=m$, $\angle BAC=\angle\alpha$, 则下列结论错误的是 ()

- A. $\angle BDC=\angle\alpha$ B. $BC=m\cdot\tan\alpha$ C. $AO=\frac{m}{2\sin\alpha}$ D. $BD=\frac{m}{\cos\alpha}$

11、《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作, 其中《方田》章计算弧田面积所用的经验公式是: 弧田面积 $=\frac{1}{2}(\text{弦}\times\text{矢}+\text{矢}^2)$ 。弧田是由圆弧和其所对的弦围成(如图中的阴影部分), 公

式中“弦”指圆弧所对弦长, “矢”等于半径长与圆心到弦的距离之差, 运用垂径定理(当半径 $OC\perp$ 弦 AB 时, OC 平分 AB) 可以求解。现已知弦 $AB=8$ 米, 半径等于 5 米的弧田, 则该弧田的面积为 ()

- A. 5 B. 7.5 C. 10 D. 15

12、如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(-1, 0)$, $B(0, 2)$, 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折后得到 \triangle

ABC , 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象经过点 C , 则 k 的值为 ()

- A. $-\frac{25}{16}$ B. $-\frac{16}{25}$ C. $-\frac{25}{32}$ D. $-\frac{32}{25}$

二、选择题

13、因式分解: $m^2n+2mn^2+n^3=$ _____.

14、如果一个正方形的面积是 3, 那么它的边长是_____.

15、若代数式 $\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 有意义, 则自 x 的取值范围是_____.

16、已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 两点都在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上, 且 $x_1<x_2<0$, 则

y_1 _____ y_2 (填“>”或“<”).

17、如图, 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle A=100^\circ$, 则 $\angle DCE$ 的度数为_____;

18、如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $BC=3$, D 为斜边 AC 的中点, 连接 BD , 点 F 是 BC 边上的动点(不与点 B 、 C 重合), 过点 B 作 $BE\perp BD$ 交 DF 延长线交于点 E , 连接 CE , 下列结论:

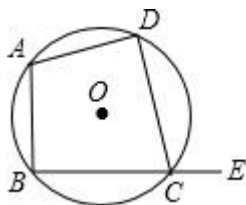
①若 $BF=CF$, 则 $CE^2+AD^2=DE^2$;

②若 $\angle BDE=\angle BAC$, $AB=4$, 则 $CE=\frac{15}{8}$;

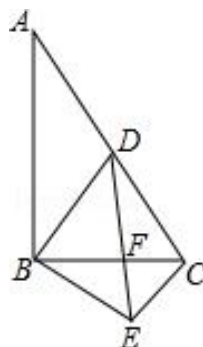
③ $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBE$ 一定相似;

④若 $\angle A=30^\circ$, $\angle BCE=90^\circ$, 则 $DE=\sqrt{21}$.

其中正确的是_____. (填写所有正确结论的序号)



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题

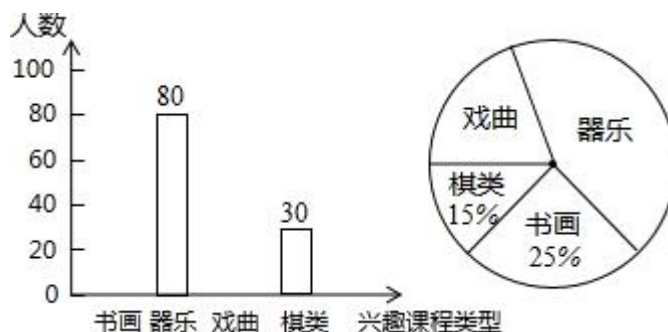
19、 $|\sqrt{3}-1|-\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}+\sin 60^\circ$

20、已知 $A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2} (a, b \neq 0, a \neq b) (a, b \neq 0 \text{ 且 } a \neq b)$

(1)化简 A;

(2)若点 $P(a, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上, 求 A 的值。

21、某校开发了“书画、器乐、戏曲、棋类”四大类兴趣课程. 为了解全校学生对每类课程的选择情况, 随机抽取了若干名学生进行调查 (每人必选且只能选一类), 先将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图:



(1) 本次随机调查了多少名学生?

(2) 补全条形统计图中“书画”、“戏曲”的空缺部分;

(3) 若该校共有 1200 名学生, 请估计全校学生选择“戏曲”类的人数;

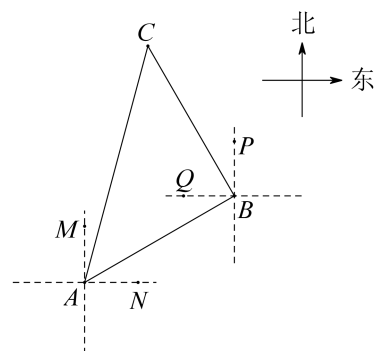
(4) 学校从这四类课程中随机抽取两类参加“全市青少年才艺展示活动”, 用树形图或列表法求恰好抽到“器乐”和“戏曲”类的概率. (书画、器乐、戏曲、棋类可分别用字母 A, B, C, D 表示)

22、如图, 一艘船由 A 港沿北偏东 60° 方向航行 10km 至 B 港, 然后再沿北偏西 30° 方向航行 10km 至 C 港.

(1) 求 A, C 两港之间的距离 (结果保留到 0.1km, 参考数据:

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732);$$

(2) 确定 C 港在 A 港的什么方向.



23、现代互联网技术的广泛应用, 催生了快递行业的高度发展, 据调查, 长沙市某家小型“大学生自主创业”的快递公司, 今年三月份与五月份完成投递的快递总件数分别为 10 万件和 12.1 万件, 现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同.

(1) 求该快递公司投递总件数的月平均增长率;

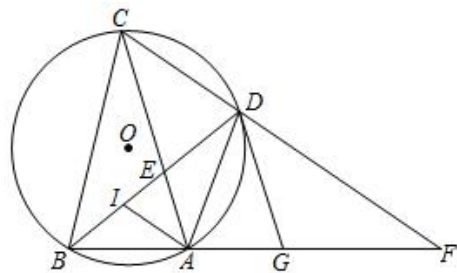
(2) 如果平均每人每月最多可投递 0.6 万件, 那么该公司现有的 21 名快递投递业务员能否完成今年 6 月份的快递投递任务? 如果不能, 请问至少需要增加几名业务员?

24. 如图，点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心， BI 的延长线与 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 交于点 D ，与 AC 交于点 E ，延长 CD 、 BA 相交于点 F ， $\angle ADF$ 的平分线交 AF 于点 G 。

(1) 求证： $DG \parallel CA$ ；

(2) 求证： $AD = ID$ ；

(3) 若 $DE = 4$ ， $BE = 5$ ，求 BI 的长。



25. 定义：对于给定的两个函数，任取自变量 x 一个值，当 $x < 0$ 时，它们对应的函数值互为相反数；当 $x \geq 0$ 时，它们对应的函数值相等，我们称这样的两个函数互为相关函数。例如：一次函数

$$y = x - 1, \text{ 它们的相关函数为 } y = \begin{cases} -x + 1 (x < 0) \\ x - 1 (x \geq 0) \end{cases}.$$

(1) 已知点 $A(-5, 8)$ 在一次函数 $y = ax - 3$ 的相关函数的图象上，求 a 的值；

(2) 已知二次函数 $y = -x^2 + 4x - \frac{1}{2}$ 。

①当点 $B(m, \frac{3}{2})$ 在这个函数的相关函数的图象上时，求 m 的值；

②当 $-3 \leq x \leq 3$ 时，求函数 $y = -x^2 + 4x - \frac{1}{2}$ 的相关函数的最大值和最小值；

(3) 在平面直角坐标系中，点 M, N 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 1), (\frac{9}{2}, 1)$ ，连结 MN 。直接写出线

段 MN 与二次函数 $y = -x^2 + 4x + n$ 的相关函数的图象有两个公共点时 n 的取值范围。

26. 如图，顶点为 M 的抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0), B$ 两点，与 y 轴交于点 C ，过点 C 作 $CD \perp y$ 轴交抛物线于另一点 D ，作 $DE \perp x$ 轴，垂足为点 E ，双曲线 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 经过点 D ，连接 MD, BD 。

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 点 N, F 分别是 x 轴， y 轴上的两点，当以 M, D, N, F 为顶点的四边形周长最小时，求出点 N, F 的坐标；

(3) 动点 P 从点 O 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 OC 方向运动，运动时间为 t 秒，求当 t 为何值时， $\angle BPD$ 的度数最大？

