

2019 学年第一学期初三数学教学质量检测试卷

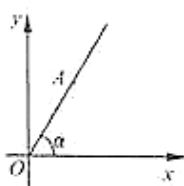
一、选择题

1. 下列函数中是二次函数的是 ()

- A. $y = \frac{2}{x^2}$ B. $y = (x+3)^2 - x^2$ C. $y = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$ D. $y = x(x-1)$

2. 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 内有一点 $A(2,3)$, 那么 OA 与 x 轴正半轴的夹角 α 的余切值是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$



第 2 题图

3. 将抛物线 $y = (x+1)^2 - 3$ 向右平移 2 个单位后得到的新抛物线的表达式为 ()

- A. $y = (x-1)^2 - 3$ B. $y = (x+3)^2 - 3$
C. $y = (x+1)^2 - 1$ D. $y = (x+1)^2 - 5$

4. 下列命题正确的是 ()

- A. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ B. 如果 \vec{a}, \vec{b} 都是单位向量, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$
C. 如果 $\vec{a} = k\vec{b} (k \neq 0)$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. 如果 $m=0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$, 那么 $m\vec{a} = \vec{0}$

5. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, 对角线 $AC=13$, $\odot C$ 的半径长为 12, 下列说法正确的是 ()

- A. $\odot C$ 与直线 AB 相交 B. $\odot C$ 与直线 AD 相切
C. 点 A 在 $\odot C$ 上 D. 点 D 在 $\odot C$ 内

6. 如果点 D, E, F 分别在边 AB, BC, AC 上, 联结 DE, EF , 且 $DE \parallel AC$, 那么下列说法错误的是 ()

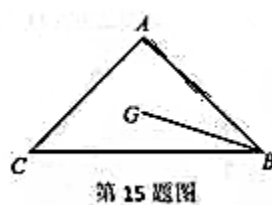
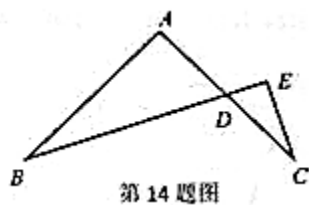
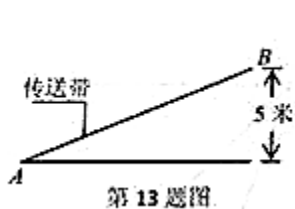
- A. 如果 $EF \parallel AB$, 那么 $AF:AC = BD:AB$
B. 如果 $AD:AB = CF:AC$, 那么 $EF \parallel AB$
C. 如果 $\triangle EFC \sim \triangle BAC$, 那么 $EF \parallel AB$
D. 如果 $EF \parallel AB$, 那么 $\triangle EFC \sim \triangle BDE$

二、填空题

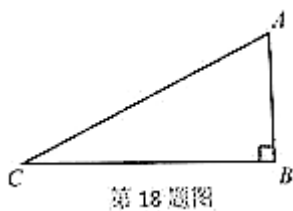
7. 计算: $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3(\vec{a} + \vec{b}) =$ _____

8. 如果 $\frac{x}{x-y} = \frac{3}{2}$, 那么 $\frac{x}{y}$ 的值等于 _____

9. 已知点 P 在线段 AB 上, 且满足 $BP^2 = AB \cdot AP$, 则 $\frac{BP}{AB}$ 的值等于_____
10. 已知抛物线 $y = (1+a)x^2$ 的开口向上, 则 a 的取值范围是_____
11. 抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 在 y 轴左侧的部分是_____ (填“上升”或“下降”)
12. 如果一条抛物线经过点 $A(2,5)$ 、 $B(-3,5)$, 那么它的对称轴是直线_____
13. 如图, 传送带把物体从地面送到离地面 5 米高的地方, 如果传送带与地面所成的斜坡的坡度 $i=1:2:4$, 那么物体所经过的路程 AB 为_____米
14. 如图, AC 与 BE 交于点 D , $\angle A = \angle E = 90^\circ$, 若点 D 是线段 AC 的中点, 且 $AB = AC = 10$, 则 BE 的长等于_____
15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 G 是重心, $AC = 4$, $\tan \angle ABG = \frac{1}{3}$, 则 BG 的长是_____



16. 已知相交两圆的半径长分别为 8 与 15, 圆心距为 17, 则这两圆的公共弦长为_____
17. 如果直线 l 把 $\triangle ABC$ 分割后的两个部分面积相等, 且周长也相等, 那么就把直线 l 叫做 $\triangle ABC$ 的“完美分割线”, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\triangle ABC$ 的一条“完美分割线”为直线 l , 且直线 l 平行于 BC , 若 $AB = 2$, 则 BC 的长等于_____
18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = 4$, 点 P 在边 BC 上, 联结 AP , 将 $\triangle ABP$ 绕着点 A 旋转, 使得点 P 与边 AC 的中点 M 重合, 点 B 的对应点是点 B' , 则 BB' 的长等于_____



三、解答题

19. 计算: $\frac{\sin 30^\circ \cdot \tan^2 60^\circ - \cot 45^\circ + \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ - \sin^2 45^\circ}$

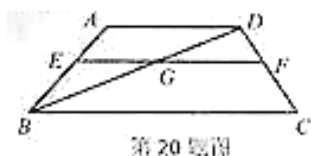
20. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上， $AD \parallel EF \parallel BC$ ， EF 与 BD 交于点 G ， $AD=5$ ，

$$BC=10, \frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}.$$

(1) 求 EF 的长；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

那么 $\overrightarrow{DB} =$ _____; $\overrightarrow{FC} =$ _____ (用向量 \vec{a}, \vec{b} 表示).

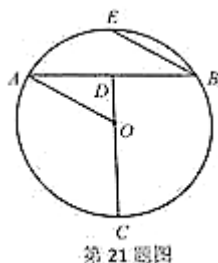


21. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的弦，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $AC = BC$ ，联结 AO 、 CO ，并延长 CO 交弦 AB 于点

$$D, AB = 4\sqrt{3}, CD=6.$$

(1) 求 $\angle OAB$ 的大小；

(2) 若点 E 在 $\odot O$ 上， $BE \parallel AO$ ，求 BE 的长.



22. 图 1 是一台实物投影仪，图 2 是它的示意图，折线 $O-A-B-C$ 表示支架，支架的一部分 $O-A-B$ 是固定的，另一部分 BC 是可旋转的，线段 CD 表示投影探头， OM 表示水平桌面， $AO \perp OM$ ，垂直为点 O ，且 $AO=7\text{cm}$ ， $\angle BAO=160^\circ$ ， $BC \parallel OM$ ， $CD=8\text{cm}$ 。



图 1

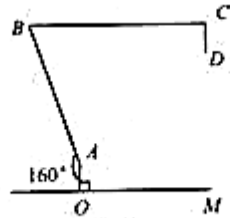


图 2

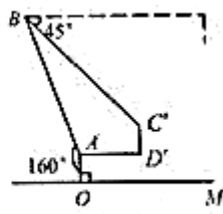


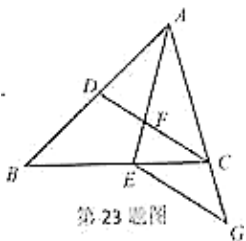
图 3

将图 2 中的 BC 绕点 B 向下旋转 45° ，使得 BCD 落在 $BC'D'$ 的位置(如图 3 所示)，此时 $C'D' \perp OM$ ， $AD' \parallel OM$ ， $AD'=16\text{ cm}$ ，求点 B 到水平桌面 OM 的距离（参考数据： $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ， $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ， $\cot 70^\circ \approx 0.36$ ，结果精确到 1cm ）

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上， AE 与 CD 交于点 F ，若 AE 平分 $\angle BAC$ ， $AB \cdot AF = AC \cdot AE$ 。

(1) 求证： $\angle AFD = \angle AEC$ ；

(2) 若 $EG \parallel CD$ ，交边 AC 的延长线于点 G ，求证： $CD \cdot CG = FC \cdot BD$ 。



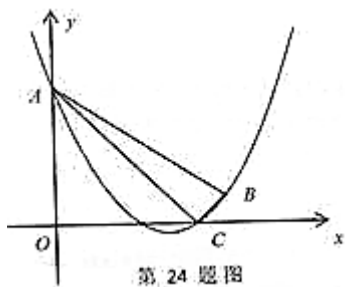
第 23 题图

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + mx + n$ 经过点 $B(6,1)$ 、 $C(5,0)$ ，且与 y 轴交于点 A 。

(1) 求抛物线的表达式及点 A 的坐标；

(2) 点 P 是 y 轴右侧抛物线上的一点，过点 P 作 $PQ \perp OA$ ，交线段 OA 的延长线于点 Q ，如果 $\angle PAB = 45^\circ$ ，求证： $\triangle PQA \sim \triangle ACB$ ；

(3) 若点 F 是线段 AB （不包含端点）上的一点，且点 F 关于 AC 的对称点 F' 恰好在上述抛物线上，求 FF' 的长。

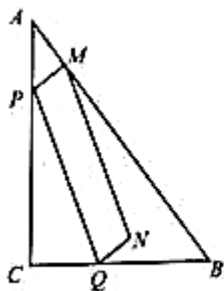


25. 如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，点 P 、 Q 分别在边 AC 、射线 CB 上，且 $AP = CQ$ ，过点 P 作 $PM \perp AB$ ，垂足为点 M ，联结 PQ ，以 PM 、 PQ 为邻边作平行四边形 $PQNM$ ，设 $AP = x$ ，平行四边形 $PQNM$ 的面积为 y 。

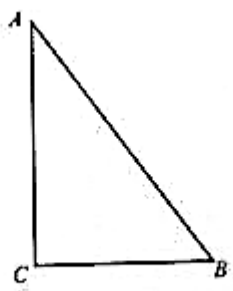
(1) 当平行四边形 $PQNM$ 为矩形时，求 $\angle PQM$ 的正切值；

(2) 当点 N 在 $\triangle ABC$ 内，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

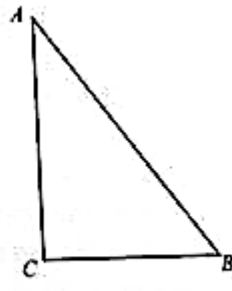
(3) 当过点 P 且平行于 BC 的直线经过平行四边形 $PQNM$ 一边的中点时，直接写出 x 的值。



第 25 题图



备用图



备用图

参考答案

一、选择题

1. D 2. B 3. A 4. C 5. D 6. C

二、填空题

7. $5\vec{a}-\vec{b}$ 8. 3 9. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 10. $a > -1$ 11. 下降 12. $x = -\frac{1}{2}$
13. 13 14. $6\sqrt{5}$ 15. $\frac{4}{3}\sqrt{10}$ 16. $\frac{240}{17}$ 17. $4\sqrt{2}-4$ 18. $\frac{2}{5}\sqrt{10}$

三、解答题

19. $\sqrt{3}+1$

20. (1) $EF=7$

$$(2) \overrightarrow{DB} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}, \overrightarrow{FC} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{3}{10}\vec{b}$$

21. (1) 30°

(2) 4

22. $45cm$

23. (1) 证明略

(2) 证明略

24. (1) $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 5$, $A(0,5)$

(2) 证明略

$$(3) \frac{7}{4}\sqrt{2}$$

25. (1) $\frac{9}{25}$

$$(2) y = \frac{96x - 3x^2}{25} \left(0 \leq x < \frac{7}{4} \right)$$

$$(3) \frac{200}{43}, \frac{400}{59}$$