

济南市章丘区 2020 年初中数学模拟试题十参考答案

1. B

解：9 的平方根是 ± 3

2. D

解：从左面看第一层都是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，①②的左视图

相同；从上面看第一列都是一个小正方形，第二列都是一个小正方形，第三列都是三个小正方形，故①②的俯视图相同

3. C

解： $0.0000046 = 4.6 \times 10^{-6}$.

4. C

【详解】根据平行线的性质解答即可.

\because 点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 l_1 、 l_2 于 B 、 C ,

$\therefore AC = AB$,

$\therefore \angle CBA = \angle BCA = 70^\circ$,

$\because l_1 \parallel l_2$,

$\therefore \angle CBA + \angle BCA + \angle 1 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

5. D

【详解】

A、不是轴对称图形，故 A 不符合题意；B、不是轴对称图形，故 B 不符合题意；

C、不是轴对称图形，故 C 不符合题意；D、是轴对称图形，故 D 符合题意.

6. B

【详解】由数轴可以看出 $a < b < 0 < c$ ，因此，

A、 $\because a < b$ ， $\therefore a - c < b - c$ ，故选项错误；B、 $\because a < b$ ， $\therefore a + c < b + c$ ，故选项正确；

C、 $\because a < b$ ， $c > 0$ ， $\therefore ac < bc$ ，故选项错误；D、 $\because a < c$ ， $b < 0$ ， $\therefore \frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ ，故选项错误.

7. A

【详解】A. $(ab^3)^2 = a^2b^6$ ，故本选项正确； B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故本选项错误；

C. $(a+b)(a-2b) = a^2 - ab - 2b^2$ ，故本选项错误；

D. $5a - 2a = 3a$ ，故本选项错误.

8. A

【详解】这组数据中，24.5 出现了 6 次，出现的次数最多，所以众数为 24.5，

这组数据一共有 15 个数，按从小到大排序后第 8 个数是 24.5，所以中位数为 24.5，

9. D

【详解】

$\because BD \parallel x$ 轴，

$\therefore \angle EDB = 90^\circ$ ，

$\because \cos \angle BED = \frac{ED}{EB} = \frac{3}{5}$ ，

\therefore 设 $DE = 3a$ ， $BE = 5a$ ，

$\therefore BD = \sqrt{BE^2 - DE^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$ ，

\because 点 B 的横坐标为 5，

$\therefore 4a = 5$ ，则 $a = \frac{5}{4}$ ，

$\therefore DE = \frac{15}{4}$ ，

设 $AC = b$ ，则 $CD = 3b$ ，

$\because AC \parallel BD$ ，

$\therefore \frac{AC}{EC} = \frac{BD}{ED} = \frac{4a}{3a} = \frac{4}{3}$ ，

$\therefore EC = \frac{3}{4}b$ ，

$\therefore ED = 3b + \frac{3}{4}b = \frac{15b}{4}$ ，

$\therefore \frac{15b}{4} = \frac{15}{4}$ ，则 $b = 1$ ，

$\therefore AC = 1$ ， $CD = 3$ ，

设 B 点的纵坐标为 n ，

$\therefore OD = n$ ，则 $OC = 3 + n$ ，

$\therefore A(1, 3 + n)$ ， $B(5, n)$ ，

$\therefore A, B$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 图象上的两点，

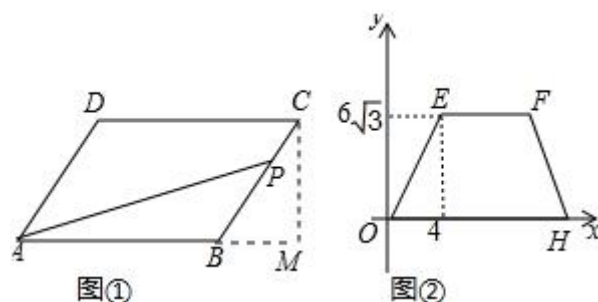
$\therefore k = 1 \times (3 + n) = 5n$ ，

解得 $k = \frac{15}{4}$,

10. B

【详解】

作 $CM \perp AB$ 于 M , 如图所示:



当点 P 在 CD 上运动时, $\triangle PAB$ 的面积不变,

由图②得: $BC = 4\text{cm}$,

$$\because \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CBM = 60^\circ,$$

$$\therefore CM = BC \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot CM = \frac{1}{2} AB \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 6\text{cm},$$

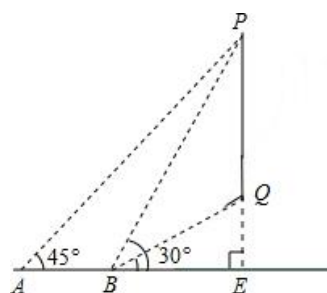
$$\therefore OH = 4 + 6 + 4 = 14,$$

$$\therefore \text{点 } H \text{ 的横坐标为 } 14.$$

点睛: 本题考查了平行四边形的性质、动点问题的函数图象. 解决本题的关键是利用函数图象和三角形面积确定 AB 的长.

11. A

【详解】 延长 PQ 交直线 AB 于点 E , 设 $PE = xm$.



在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中, $\angle A=45^\circ$,

则 $AE=PE=x\text{m}$,

$\because \angle PBE=60^\circ$,

$\therefore \angle BPE=30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BPE$ 中,

$$BE=\frac{\sqrt{3}}{3}PE=\frac{\sqrt{3}}{3}x\text{m},$$

$\because AB=AE-BE=6\text{m}$,

$$\text{则 } x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=6,$$

解得: $x=9+3\sqrt{3}$,

$\therefore BE=3\sqrt{3}+3\text{ (m)}$,

在 $\text{Rt}\triangle BEQ$ 中,

$$QE=\frac{\sqrt{3}}{3}BE=\frac{\sqrt{3}}{3}(3\sqrt{3}+3)=3+\sqrt{3}\text{ (m)},$$

$\therefore PQ=PE-QE=9+3\sqrt{3}-(3+\sqrt{3})=6+2\sqrt{3}\text{ (m)}$.

故选 A.

【点睛】

本题考查了解直角三角形的实际应用.正确添加辅助线构造直角三角形是解题的关键.

12. D

【详解】连接 DE、EC, 过 A 作 $AM\parallel BC$ 交 FE 的延长线于 M,

\because 四边形 CDEF 是平行四边形,

$\therefore DE\parallel CF$, $EF\parallel CD$,

$\therefore AM\parallel DE\parallel CF$, $AC\parallel FM$,

\therefore 四边形 ACFM 是平行四边形,

$\because \triangle BDE$ 边 DE 上的高和 $\triangle CDE$ 的边 DE 上的高相同,

$\therefore \triangle BDE$ 的面积和 $\triangle CDE$ 的面积相等,

同理 $\triangle ADE$ 的面积和 $\triangle AME$ 的面积相等,

即阴影部分的面积等于平行四边形 ACFM 的面积的一半，是 $\frac{1}{2} \times CF \times h_{CF}$ ，

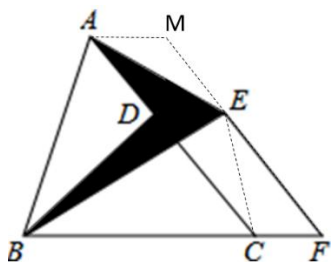
$\because \triangle ABC$ 的面积是 24， $BC = 3CF$

$$\therefore \frac{1}{2} BC \times h_{BC} = \frac{1}{2} \times 3CF \times h_{CF} = 24,$$

$$\therefore CF \times h_{CF} = 16,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积是 } \frac{1}{2} \times 16 = 8,$$

故选：D.



【点睛】

此题考查平行四边形的判定及性质，同底等高三角形面积的关系，解题中注意阴影部分面积的求法，根据图形的特点选择正确的求法是解题的关键.

$$13. (x-3y)^2$$

【解析】

试题分析：完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = (x-3y)^2.$$

$$14. 3$$

【详解】

设多边形的边数是 n ，则

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ,$$

解得 $n=6$ ，

\therefore 从这个多边形的一个顶点引出对角线是： $6-3=3$ （条），

故答案为 3.

$$15. 2$$

【详解】 \because 袋中装有 6 个黑球和 n 个白球，

\therefore 袋中一共有球 $(6+n)$ 个，

∵从中任摸一个球，恰好是黑球的概率为 $\frac{3}{4}$ ，

$$\therefore \frac{6}{6+n} = \frac{3}{4},$$

解得：n=2.

16. 14

【详解】

根据程序可得：(x-6)÷(-2)+3=-1，解得：x=14

故答案为 14

17. ①③④

【详解】

由函数图象可知，乙比甲晚出发 1 小时，故①正确；

乙出发 3-1=2 小时后追上甲，故②错误；

甲的速度为：12÷3=4（千米/小时），故③正确；

乙的速度为：12÷（3-1）=6（千米/小时），

则甲到达 B 地用的时间为：20÷4=5（小时），

乙到达 B 地用的时间为：20÷6= $\frac{10}{3}$ （小时），

$$1 + \frac{10}{3} = \frac{13}{3} < 5,$$

∴乙先到达 B 地，故④正确；

正确的有①③④.

故答案为①③④.

【点睛】

本题考查了函数的图象，培养学生观察图象的能力，分析解决问题的能力，要培养学生视图知信息的能力.

18. $2\sqrt{7}-2$

【详解】如图所示：∵MA'是定值，A'C 长度取最小值时，即 A'在 MC 上时，

过点 M 作 MF⊥DC 于点 F，

∵在边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠A=60°，M 为 AD 中点，

∴2MD=AD=CD=2，∠FDM=60°，

∴∠FMD=30°，

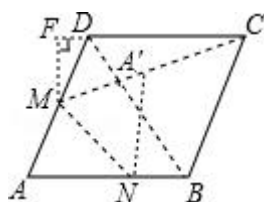
$$\therefore FD = \frac{1}{2} MD = 1,$$

$$\therefore FM = DM \times \cos 30^\circ = \sqrt{3},$$

$$\therefore MC = \sqrt{FM^2 + CF^2} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore A'C = MC - MA' = 2\sqrt{7} - 2.$$

故答案为 $2\sqrt{7} - 2$.



【点睛】此题主要考查了菱形的性质以及锐角三角函数关系等知识，得出 A' 点位置是解题关键.

19. $1 - 3\sqrt{2}$.

【详解】

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - \sqrt{32} + |1 - \sqrt{2}|,$$

$$= 2 \times 1 - 4\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$$

$$= 1 - 3\sqrt{2}.$$

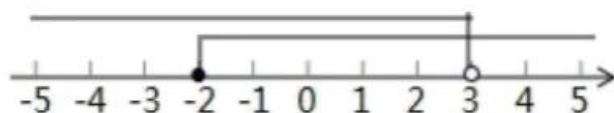
20. $-2 \leq x < 3$

【详解】

解：解①得 $x < 3$ ，解②得 $x \geq -2$

所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

用数轴表示为：



21. 【详解】

(1) 证明： $\because AB \parallel CD, \therefore \angle B = \angle D$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = CD \\ \angle BAE = \angle DCF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AE = CF.$$

(2) 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

证明: 由(1) $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 得 $AE = CF$, $\angle AEB = \angle CFD$,

$$\therefore 180^\circ - \angle AEB = 180^\circ - \angle CFD,$$

即 $\angle AEF = \angle CFE$.

$$\therefore AE \parallel CF.$$

又 $\because AE = CF$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

22. 【详解】设购买一个 B 商品需要 x 元, 则购买一个 A 商品需要 $(x+10)$ 元,

依题意, 得: $\frac{300}{x+10} = \frac{100}{x},$

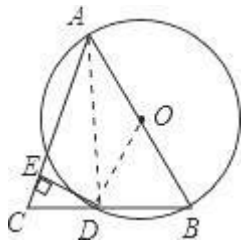
解得: $x = 5$,

经检验, $x = 5$ 是原方程的解, 且符合题意,

$$\therefore x+10 = 15.$$

答: 购买一个 A 商品需要 15 元, 购买一个 B 商品需要 5 元.

23. 【详解】(1) 连接 AD ;



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

又 $\because DC = BD$,

$\therefore AD$ 是 BC 的中垂线.

$$\therefore AB = AC.$$

(2) 连接 OD ;

$\because OA=OB, CD=BD,$

$\therefore OD \parallel AC.$

$\therefore \angle ODE = \angle CED.$

又 $\because DE \perp AC,$

$\therefore \angle CED = 90^\circ.$

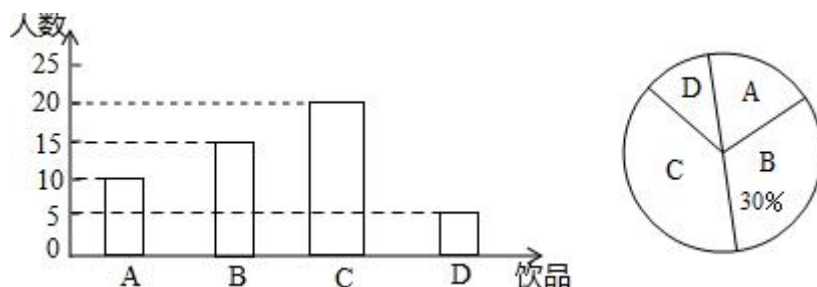
$\therefore \angle ODE = 90^\circ,$ 即 $OD \perp DE.$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

24. 【详解】(1) 这个班级的学生人数为 $15 \div 30\% = 50$ (人),

选择 C 饮品的人数为 $50 - (10 + 15 + 5) = 20$ (人),

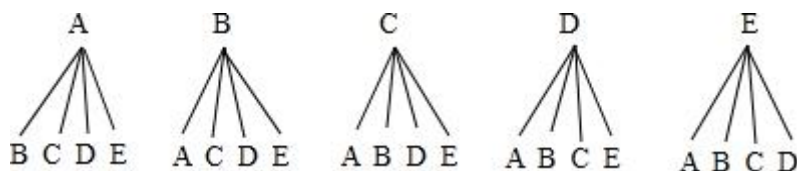
补全图形如下:



$$(2) \frac{10 \times 0 + 15 \times 2 + 20 \times 3 + 5 \times 4}{50} = 2.2 \text{ (元)},$$

答: 该班同学每天用于饮品的人均花费是 2.2 元;

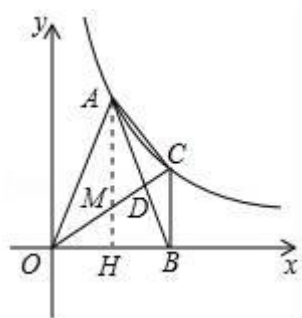
(3) 画树状图如下:



由树状图知共有 20 种等可能结果, 其中恰好抽到 2 名班长的有 2 种结果,

所以恰好抽到 2 名班长的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$

25. 解: (1) 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴, 垂足为点 H, AH 交 OC 于点 M, 如图所示.



$$\because OA=AB, AH \perp OB,$$

$$\therefore OH=BH=\frac{1}{2}OB=2,$$

$$\therefore AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=\sqrt{40-4}=6,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (2, 6).$$

$$\because A \text{ 为反比例函数 } y=\frac{k}{x} \text{ 图象上的一点,}$$

$$\therefore k=2 \times 6=12;$$

$$(2) \textcircled{1} \because BC \perp x \text{ 轴}, OB=4, \text{ 点 } C \text{ 在反比例函数 } y=\frac{12}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore BC=\frac{12}{4}=3.$$

$$\because AH \perp OB,$$

$$\therefore AH \parallel BC,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 到 } BC \text{ 的距离} = BH = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3;$$

$$\textcircled{2} \because BC \perp x \text{ 轴}, OB=4, \text{ 点 } C \text{ 在反比例函数 } y=\frac{12}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore BC=\frac{12}{4}=3.$$

$$\because AH \parallel BC, OH=BH,$$

$$\therefore MH=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2},$$

$$\therefore AM=AH-MH=\frac{9}{2}.$$

$$\because AM \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AM}{BC} = \frac{3}{2}.$$

$$26. (1) 3\sqrt{2}; (2) 22.5^\circ, 112.5^\circ, 45^\circ; (3) AE+CF=\sqrt{2}BP.$$

$$\text{【详解】}(1) \angle BAC = 90^\circ, AE = 2, BE = \sqrt{29},$$

$$\therefore AB = \sqrt{BE^2 - AE^2} = 5,$$

$$\therefore EC = EF = 3,$$

$$\therefore FC = \sqrt{EC^2 + EF^2} = 3\sqrt{2};$$

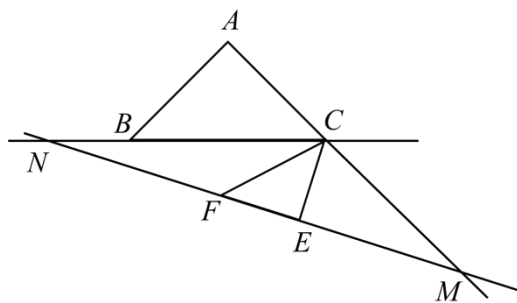
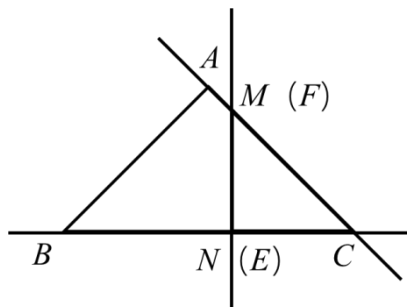
①当 $CM=CN$ 时,

$$\therefore \angle NEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\because \angle \text{CEM} = 90^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle ACE = 112.5^\circ;$$


$$\alpha = \angle BCA = 45^\circ;$$


综上：当 $\triangle CMN$ 是等腰三角形时， α 的值为： 22.5° 、 112.5° 、 45° 。

$$(3) AE+CF=\sqrt{2}BP$$

连接 AP，延长 AE 交 CF 于点 Q，

由题意可得： $\angle CEB=\angle BAC=90^\circ$ ，

$\therefore A、E、C、B$ 四点共圆，

可得： $\angle AEB=\angle ACB=45^\circ$ ，

且 $\angle CEQ=45^\circ$ ，

$\therefore \angle EQC=90^\circ$ ，

可知点 A 在 CF 的垂直平分线上，

$\therefore AC=AF=AB$ ，

\because 点 P 是 BF 中点，

$\therefore AP \perp BF$ ，

$\therefore \triangle APE$ 为等腰直角三角形，

$\therefore AE=\sqrt{2}PE$ ，

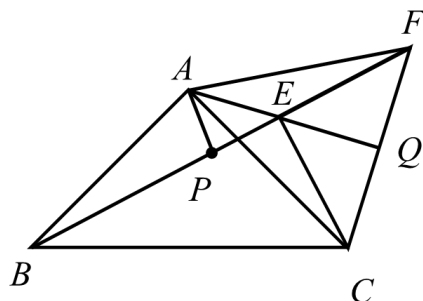
又 $\because \triangle EFC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore CF=\sqrt{2}EF$ ，

$\therefore \sqrt{2}EF+\sqrt{2}PE=\sqrt{2}PF=AE+CF$ ，

$\because BP=PF$ ，

$\therefore AE+CF=\sqrt{2}BP$ 。



【点睛】

本题是旋转综合题，涉及了勾股定理，等腰三角形的性质，垂直平分线的性质，旋转的性质，综合性较强，难度较大，作出辅助线是解本题的难点，是一道很好的压轴题。

27. (1) 二次函数的表达式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$; (2) 4; (3) 2 或 $\frac{29}{11}$.

【详解】(1) 直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$, 当 $x = 0$ 时, $y = -2$; 当 $y = 0$ 时, $x = 4$,

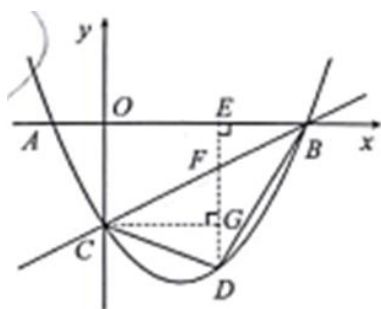
$\therefore B(4, 0), C(0, -2)$.

\because 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的图象经过 B, C 两点,

$$\therefore \begin{cases} c = -2, \\ \frac{1}{2} \times 4^2 + 4b + c = 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = -\frac{3}{2}, \\ c = -2. \end{cases}$$

\therefore 二次函数的表达式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$.

(2) 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E , 交 BC 于点 F , 过点 C 作 $CG \perp DE$ 于点 G ,



第 25 题图 1

依题意设 $D\left(a, \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a - 2\right)$, 则 $F\left(a, \frac{1}{2}a - 2\right)$.

其中 $0 < a < 4$,

$$\therefore FD = \frac{1}{2}a - 2 - \left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a - 2\right) = \frac{1}{2}a^2 + 2a,$$

$$\therefore S = S_{\triangle BFD} + S_{\triangle FCD}$$

$$= \frac{1}{2}FD \cdot BE + \frac{1}{2}FD \cdot CG,$$

$$= \frac{1}{2}FD \cdot (BE + CG),$$

$$= \frac{1}{2}FD \cdot OB,$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \left(-\frac{1}{2}a^2 + 2a \right),$$

$$= -a^2 + 4a,$$

$$= -(a-2)^2 + 4.$$

$\because -1 < 0$, \therefore 抛物线开口向下.

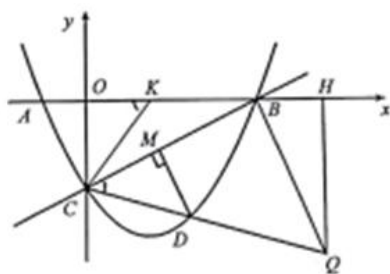
又 $\because 0 < a < 4$,

\therefore 当 $a = 2$ 时, S 有最大值, $S_{\text{最大值}} = 4$;

(3) 2 或 $\frac{29}{11}$

在 x 轴上取点 K , 使 $CK = BK$, 则 $\angle OKC = 2\angle ABC$.

过点 B 作 $BQ \parallel MD$ 交 CD 延长线于点 Q , 过点 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H ,



第 25 题图 2

设点 K 的坐标为 $(m, 0)$, 则 $OK = m$,

$$CK = BK = 4 - m.$$

在 $Rt\triangle OKC$ 中, $(4-m)^2 = m^2 + 2^2$, 解得 $m = \frac{3}{2}$. $\therefore CK = \frac{5}{2}$.

当 $\angle DCM = \angle QCB = 2\angle ABC = \angle OKC$ 时,

$$\therefore \tan \angle QCB = \frac{BQ}{BC} = \frac{BQ}{2\sqrt{5}} = \frac{MD}{CM} = \frac{OC}{OK} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore BQ = \frac{8\sqrt{5}}{3}.$$

易证 $\triangle QHB \sim \triangle BOC$.

$$\therefore \frac{BH}{OC} = \frac{BQ}{BC}.$$

$$\therefore BH = \frac{8}{3}, HQ = \frac{16}{3}.$$

$$\therefore Q\left(\frac{20}{3}, \frac{16}{3}\right).$$

$$\because C(0, -2),$$

$$\therefore \text{直线 } QC \text{ 的函数表达式为: } y = -\frac{1}{2}x - 2.$$

$$\text{由 } \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = -\frac{1}{2}x - 2, \text{ 解得: } x_1 = 2, x_2 = 0 \text{ (舍)}.$$

$\therefore D$ 点的横坐标为 2.

②当 $\angle CDM = \angle CQB = 2\angle ABC$ 时, 方法同①, 可确定点 D 的横坐标为 $\frac{29}{11}$.

【点睛】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求函数的解析式, 相似三角形的判定和性质, 解直角三角形, 直角三角形的性质, 正确的作出辅助线是解题的关键.