

# 南宁市第二中学初中部 2020 届九年级 3 月月考

## 数学试题

考试时间：120 分钟 满分 120 分

### 第 I 卷（选择题共 36 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共计 36 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的）

1. 下列四个数中，2020 的相反数是（ ）

A.  $\frac{1}{2020}$

B.  $-\frac{1}{2020}$

C. 2020

D. -2020

2. 观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有（ ）



A. 1 个



B. 2 个



C. 3 个



D. 4 个

3. 计算  $(-2x^2)^3$  的结果是（ ）

A.  $-8x^5$

B.  $8x^6$

C.  $-8x^6$

D.  $8x^5$

4. 使  $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$  有意义的  $x$  取值范围是（ ）

A.  $x \geq -1$

B.  $x \geq -1$  且  $x \neq 0$

C.  $x > -1$

D.  $x > -1$  且  $x \neq 0$

5. 举世瞩目的港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米. 55000 这个数用科学记数法可表示为（ ）

A.  $5.5 \times 10^3$

B.  $55 \times 10^3$

C.  $0.55 \times 10^5$

D.  $5.5 \times 10^4$

6. 已知点  $P(m+2, 2m-4)$  在  $x$  轴上，则点  $P$  的坐标是（ ）

A. (4, 0)

B. (0, 4)

C. (-4, 0)

D. (0, -4)

7. 若一元二次方程  $x^2 - 2kx + k^2 = 0$  的一根为  $x = -1$ ，则  $k$  的值为（ ）

A. -1

B. 0

C. 1 或 -1

D. 2 或 0

8. 平行四边形 ABCD 中，AC、BD 是两条对角线，现从以下四个关系①  $AB=BC$ ；②  $AC=BD$ ；③  $AC \perp BD$ ；④  $AB \perp BC$  中随机取出一个作为条件，即可推出平行四边形 ABCD 是菱形的概率为（ ）

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{3}{4}$

D. 1

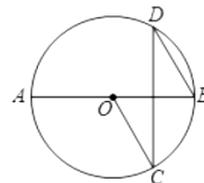
9. 如下图，AB 是  $\odot O$  的直径，点 C、D 是圆上两点，且  $\angle AOC = 126^\circ$ ，则  $\angle CDB =$ （ ）

A.  $54^\circ$

B.  $64^\circ$

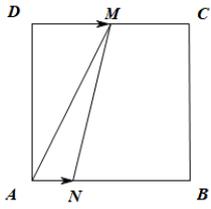
C.  $27^\circ$

D.  $37^\circ$

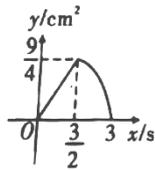


第 9 题图

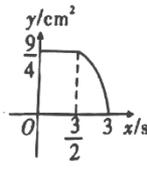
10. 正方形  $ABCD$  中,  $AB=3\text{cm}$ , 动点  $M$  自  $A$  点出发沿  $AB$  方向以每秒  $1\text{cm}$  的速度运动, 同时点  $N$  自  $D$  点出发沿折线  $DC \rightarrow CB$  以每秒  $2\text{cm}$  的速度运动, 到达  $B$  点时运动同时停止, 设  $\triangle AMN$  的面积为  $y(\text{cm}^2)$ , 运动时间为  $x$  (秒), 则下列图象中能大致反映  $y$  与  $x$  之间函数关系的是 ( )



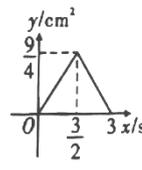
(第 10 题图)



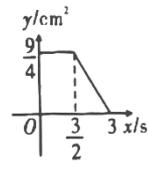
A



B



C



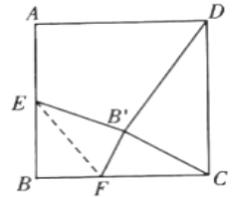
D

11. 若二次函数  $y=|ax^2+bx+c|$  的图象经过  $A(m,n)$ 、 $B(0,y_1)$ 、 $C(3-m,n)$ 、 $D(\sqrt{2},y_2)$ 、 $E(2,y_3)$ , 则  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 < y_2 < y_3$       B.  $y_1 < y_3 < y_2$       C.  $y_3 < y_2 < y_1$       D.  $y_2 < y_3 < y_1$

12. 如图在矩形  $ABCD$  中  $AB=8$ ,  $BC=6$ ,  $AB=BE$ , 点  $F$  为边  $BC$  上任意一点, 将  $\triangle BEF$  沿着  $EF$  翻折, 点  $B'$  为点  $B$  的对应点, 则当  $\triangle B'CD$  的面积最小时  $\triangle B'CF$  的面积为 ( )

- A. 4      B. 6      C.  $4\sqrt{2}$       D.  $3\sqrt{3}$



第 12 题图

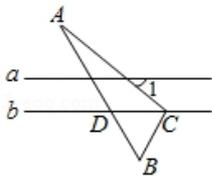
## 第 II 卷 (非选择题共 84 分)

### 二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 计 18 分)

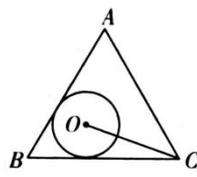
13. 一组数据: 3, 1, 3, 5, 3, 2 的众数是 \_\_\_\_\_

14. 分解因式:  $9x^2 - y^2 =$  \_\_\_\_\_

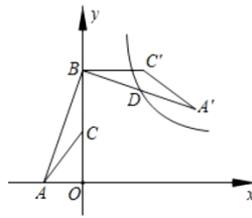
15. 如图, 直线  $a \parallel b$ ,  $\triangle ABC$  的顶点  $C$  在直线  $b$  上, 边  $AB$  与直线  $b$  相交于点  $D$ . 若  $\triangle BCD$  是等边三角形,  $\angle A=20^\circ$ , 则  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_



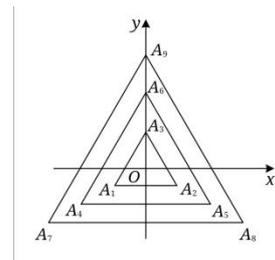
(第 15 题图)



(第 16 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

17. 如图, 点  $A$  的坐标是  $(-2, 0)$ , 点  $B$  的坐标是  $(0, 6)$ ,  $C$  为  $OB$  的中点, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A'B'C'$ . 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象恰好经过  $A'B'$  的中点  $D$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_

18. 如图,  $\triangle A_1A_2A_3$ ,  $\triangle A_4A_5A_6$ ,  $\triangle A_7A_8A_9$ ,  $\dots$ ,  $\triangle A_{3n-2}A_{3n-1}A_{3n}$  ( $n$  为正整数) 均为等边三角形, 它们的边长依次是  $2, 4, 6, \dots, 2n$ , 顶点  $A_3, A_6, A_9, \dots, A_{3n}$  均在  $y$  轴上, 点  $O$  是所有等边三角形的中心, 点  $A_{2020}$  的坐标为 \_\_\_\_\_

三、解答题（共8小题，计66分，解答应写出过程）

19.（本题满分6分）

计算： $(-\frac{1}{2})^{-2} + 2\cos 30^\circ - |1 - \sqrt{3}| + (\pi + 2020)^0$

20.（本题满分6分）

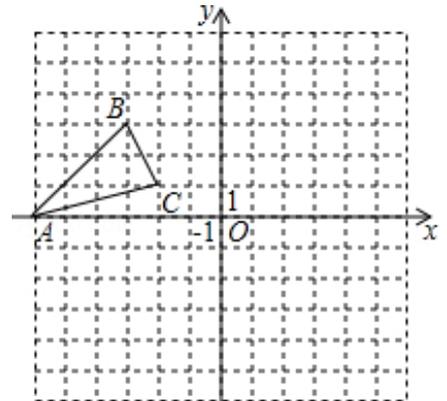
先化简，再求值： $\frac{a^2 - a}{(a-1)^2} - \frac{a+1}{a}$ ，其中  $a = \frac{1}{2}$

21.（本题满分8分）

如图，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-6, 0)$ 、 $B(-3, 3)$ 、 $C(-2, 1)$ 。

(1) 以点 $A$ 为位似中心，在格点内画出 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，使它与 $\triangle ABC$ 的位似比为2:1；

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕坐标原点 $O$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 。画出图形 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并计算点 $B$ 在运动过程中的路径长度。



22.（本题满分8分）

为了解全校学生上学的交通方式，该校九年级（8）班的4名同学联合设计了一份调查问卷，对该校部分学生进行了随机调查。按 $A$ （骑自行车）、 $B$ （乘公交车）、 $C$ （步行）、 $D$ （乘私家车）、 $E$ （其他方式）设置选项，要求被调查同学从中单选。并将调查结果绘制成条形统计图1和扇形统计图2，根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次接受调查的总人数是\_\_\_\_\_人，并把条形统计图补充完整；
- (2) 在扇形统计图中，“步行”的人数所占的百分比是\_\_\_\_\_，“其他方式”所在扇形的圆心角度数是\_\_\_\_\_度；
- (3) 已知这4名同学中有2名女同学，要从中选两名同学汇报调查结果。请你用列表法或画树状图的方法，求出恰好选出1名男生和1名女生的概率。

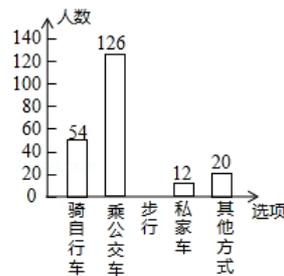


图1

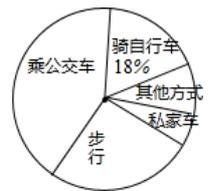
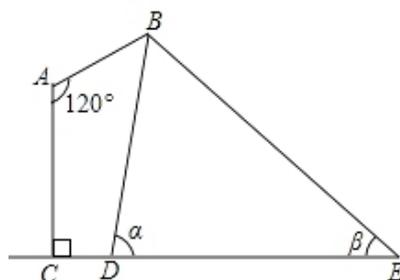


图2

23. (本题满分 8 分)

如图是某路灯在铅垂面内的示意图，灯柱  $AC$  的高为 11 米，灯杆  $AB$  与灯柱  $AC$  的夹角  $\angle A = 120^\circ$ ，路灯采用锥形灯罩，在地面上的照射区域  $DE$  长为 18 米，从  $D$ 、 $E$  两处测得路灯  $B$  的仰角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ ，且  $\tan \alpha = 6$ ， $\tan \beta = \frac{3}{4}$ 。求灯杆  $AB$  的长度。



24. (本题满分 10 分)

某文明小区有 50 平方米和 80 平方米两种户型的住宅，50 平方米住宅套数是 80 平方米住宅套数的 2 倍。物管公司月底按每平方米 2 元收取当月物管费，该小区住宅都有人住且每户均按时全额缴纳物管费。

(1) 该小区每月可收取物管费 90000 元，问该小区共有多少套 80 平方米的住宅？

(2) 为建设“资源节约型社会”，该小区物管公司 5 月初推出活动一：“垃圾分类送礼物”，50 平方米和 80 平方米的住户分别有 40% 和 20% 参加了此次活动。为提高大家的积极性，6 月份准备把活动一升级为活动二：“垃圾分类抵扣物管费”，同时终止活动一。经调查与测算，参加活动一的住户会全部参加活动二，参加活动二的住户会大幅增加，这样，6 月份参加活动的 50 平方米的总户数在 5 月份参加活动的同户型户数的基础上将增加  $2a\%$ ，每户物管费将会减少  $\frac{3}{10}a\%$ ；6 月份参加活动的 80 平方米的总户数在 5 月份参加活动的同户型户数的基础上将增加  $6a\%$ ，每户物管费将会减少  $\frac{1}{4}a\%$ 。这样，参加活动的这部分住户 6 月份总共缴纳的物管费比他们按原方式共缴纳的物管费将减少  $\frac{5}{18}a\%$ ，求  $a$  的值。

25. (本题满分 10 分)

(1) 如图 1,  $E$  是正方形  $ABCD$  边  $AB$  上的一点, 连接  $BD$ 、 $DE$ , 将  $\angle BDE$  绕点  $D$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 旋转后角的两边分别与射线  $BC$  交于点  $F$  和点  $G$ .

- ① 线段  $DB$  和  $DG$  的数量关系是\_\_\_\_\_;
- ② 写出线段  $BE$ ,  $BF$  和  $DB$  之间的数量关系\_\_\_\_\_.

(2) 当四边形  $ABCD$  为菱形,  $\angle ADC=60^\circ$ , 点  $E$  是菱形  $ABCD$  边  $AB$  所在直线上的一点, 连接  $BD$ 、 $DE$ , 将  $\angle BDE$  绕点  $D$  逆时针旋转  $120^\circ$ , 旋转后角的两边分别与射线  $BC$  交于点  $F$  和点  $G$ .

- ① 如图 2, 点  $E$  在线段  $AB$  上时, 请探究线段  $BE$ 、 $BF$  和  $BD$  之间的数量关系, 写出结论并给出证明;
- ② 如图 3, 点  $E$  在线段  $AB$  的延长线上时,  $DE$  交射线  $BC$  于点  $M$ , 若  $BE=1$ ,  $AB=2$ , 直接写出线段  $GM$  的长度.

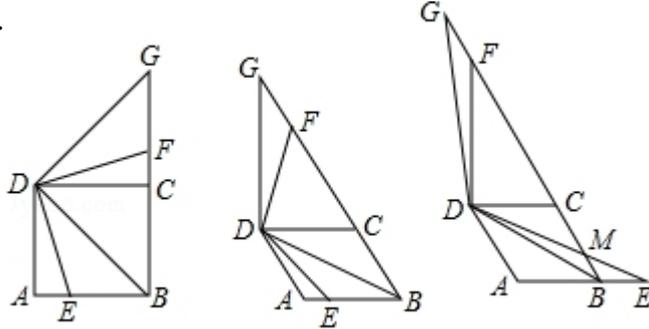


图 1

图 2

图 3

26. (本题满分 10 分)

抛物线  $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1$  与  $x$  轴交于点  $A, B$  (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 其顶点为

点  $D$ . 将抛物线位于直线  $l: y = t$  ( $t < \frac{25}{24}$ ) 上方的部分沿直线  $l$  向下翻折, 抛物线剩余部分与翻折后所得图形组成一个“M”形的新图像.

(1) 求点  $A, B, D$  的坐标;

(2) 如图(a)所示, 抛物线翻折后, 点  $D$  落在点  $E$  处. 当点  $E$  在  $ABC$  内 (含边界) 时, 求  $t$  的取值范围;

(3) 如图 (b) 所示, 当  $t=0$  时, 若点  $Q$  是“M”形新图像上一动点, 是否存在以  $CQ$  为直径的圆与  $x$  轴相切于点  $P$ ? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由.

