

中雅八年级下期在线学习测试卷

数学科目

命题人：孙丽丽 审题人：何艳 刘青

注意事项：

1. 答题前，请考生先将自己的姓名、班级、准考证号等信息填写清楚；
2. 必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；
3. 答题时，请考生注意答题要求。
4. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔记清晰、卡面清洁；
5. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸；

本试卷共三道大题，26道小题，满分120分，时量120分钟

一. 选择题（共12小题，满分36分，每小题3分）

1. 下列方程中，关于 x 的一元二次方程是（ ）

- A. $x^2 - x(x+3) = 0$ B. $ax^2 + bx + c = 0$ C. $x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 - 2y - 1 = 0$

2. 已知数据 x_1, x_2, x_3 的平均数是5，则数据 $3x_1, 3x_2, 3x_3$ 的平均数是（ ）

- A. 5 B. 7 C. 15 D. 17

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中，若 $\angle A + \angle C = 130^\circ$ ，则 $\angle D$ 的大小为（ ）

- A. 100° B. 105° C. 110° D. 115°

4. 如图4， $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 的中点， $BE \perp AC$ ，垂足为 E 。若 $DE = 5$ ， $AE = 8$ ，则 BE 的长度是（ ）

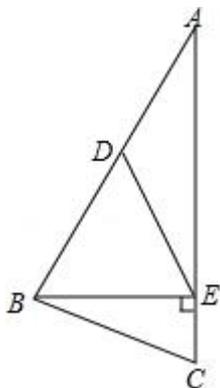
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

5. 如图5是甲、乙两人2019年上半年每月电费支出的统计，则他们2019年上半年月电费支出的方差 $S_{甲}^2$ 和 $S_{乙}^2$ 的大小关系是（ ）

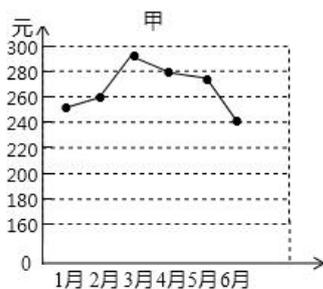
- A. $S_{甲}^2 > S_{乙}^2$ B. $S_{甲}^2 = S_{乙}^2$ C. $S_{甲}^2 < S_{乙}^2$ D. 无法确定

6. 如图6，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $AB \perp AC$ ，若 $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，则 BD 的长是（ ）

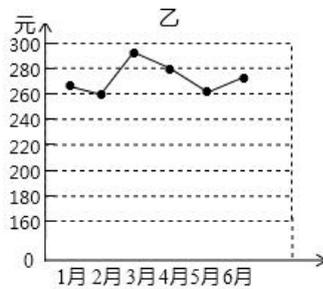
- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11



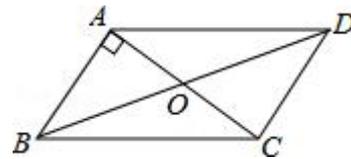
第4题图



第5题图



第6题图



7. 关于 x 的方程 $(m - 3)x^2 - 4x - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是（ ）

- A. $m \geq 1$ B. $m > 1$ C. $m \geq 1$ 且 $m \neq 3$ D. $m > 1$ 且 $m \neq 3$

8. 《九章算术》勾股章有一“引葭赴岸”问题：“今有饼池径丈，葭生中央，出水一尺，引葭赴岸，适与岸齐。问：水深，葭长各几何。”意思是：如示意图 8，有一个直径为 1 丈的圆柱形水池，在水池正中心有一根芦苇，它高出水面 1 尺，如果把这根芦苇拉向水池边，它的顶端恰好到达池边的水面，水的深度和芦苇的长度分别是多少？备注：1 丈=10 尺。设芦苇长 x 尺，则可列方程为（ ）

- A. $x^2+10^2=(x+1)^2$ B. $(x-1)^2+5^2=x^2$
 C. $x^2+5^2=(x-1)^2$ D. $x^2+1^2=(x-1)^2$

9. 如图 9，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=4$ ， $BC=5$ ， P 为边 BC 上一动点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ， M 为 EF 中点，则 AM 的最小值为（ ）

- A. 1 B. 1.3 C. 1.2 D. 1.5

10. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+5x+(m-1)(m-3)=0$ 的常数项为 0，则 m 的值等于（ ）

- A. 1 B. 3 C. 1 或 3 D. 0

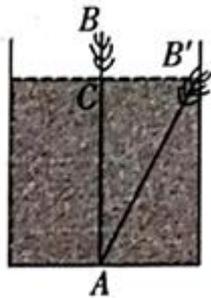
11. 如果关于 x 的方程 $x^2+k^2-16=0$ 和 $x^2-3k+12=0$ 有相同的实数根，那么 k 的值是（ ）

- A. -7 B. -7 或 4 C. 7 D. 4

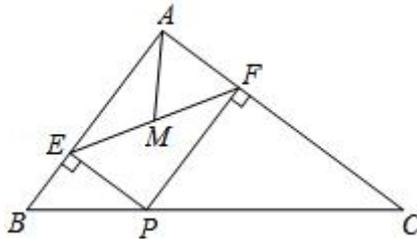
12. 已知：如图 12，在正方形 $ABCD$ 外取一点 E ，连接 AE ， BE ， DE ，过点 A 作 AE 的垂线交 DE 于点 P 。若 $AE=AP=1$ ， $PB=\sqrt{5}$ 。下列结论：① $\triangle APD \cong \triangle AEB$ ；② $EB \perp ED$ ；③ 点 B 到直线 AE 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ；

④ $S_{\triangle APD} + S_{\triangle APB} = 1 + \sqrt{6}$ 。其中正确结论的序号是（ ）

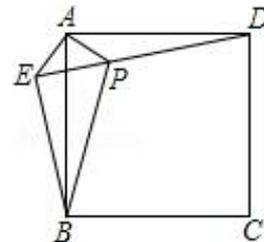
- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④



第 8 题图



第 9 题图



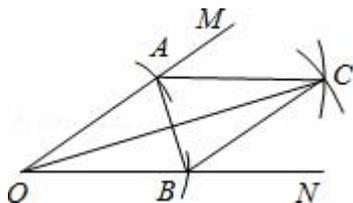
第 12 题图

二. 填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

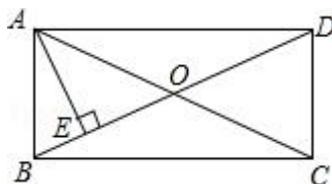
13. 如果样本数据 3, 6, a , 4, 2 的平均数为 4，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 用配方法将方程 $x^2+10x-11=0$ 化成 $(x+m)^2=n$ 的形式 (m, n 为常数)，则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

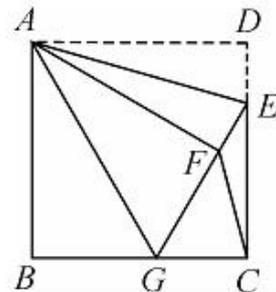
15. 如图 15，在 $\angle MON$ 的两边上分别截取 OA, OB ，使 $OA=OB$ ；分别以点 A, B 为圆心， OA 长为半径作弧，两弧交于点 C ；连接 AC, BC, AB, OC 。若 $AB=2\text{cm}$ ，四边形 $OACB$ 的面积为 4cm^2 。则 OC 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



第 15 题图



第 16 题图



第 18 题图

17. 一个等腰三角形的底边长是 6，腰长是一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的一个根，则此三角形的周长

是_____.

18. 如图 18, 正方形 ABCD 中, $AB=6$, 点 E 在边 CD 上, 且 $CD=3DE$, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长 EF 交边 BC 于点 G, 连接 AG、CF, 下列结论: ① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$; ② $BG=GC$; ③ $AG \parallel CF$.

其中结论正确的是_____.

三. 解答题 (共 8 小题, 满分 66 分, 19、20 每题 6 分, 21、22 每题 8 分, 23、24 每题 9 分, 25、26 每题 10 分)

19. 用适当的方法解下列方程:

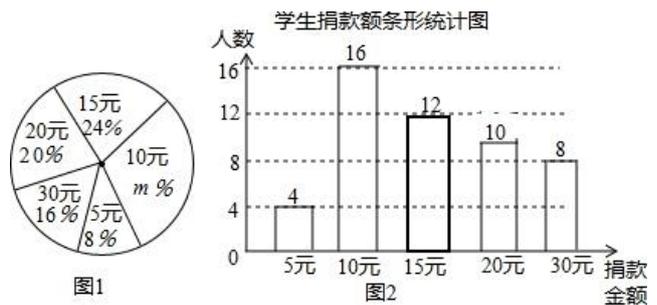
(1) $x^2 - 6x - 6 = 0$

(2) $2x^2 - x - 15 = 0$

20. 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 且满足 $a + b = 4, ab = 1, c = \sqrt{14}$, 求证 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

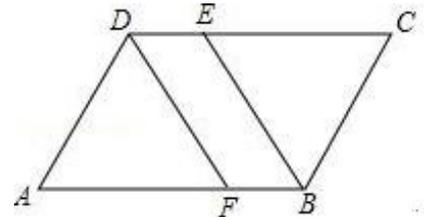
21. 中雅学生会向全校 1900 名学生发起了“疫情”爱心捐款活动, 为了解捐款情况, 学生会随机调查了部分学生的捐款金额, 并用得到的数据绘制了如下统计图 1 和图 2, 请根据相关信息, 解答系列问题:

- (1) 本次接受随机抽样调查的学生人数为_____人, 图 1 中 m 的值是_____.
- (2) 求本次调查获取的样本数据的平均数、众数和中位数;
- (3) 根据样本数据, 估计该校本次活动捐款金额为 10 元的学生人数.

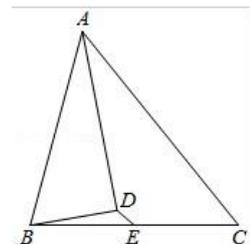


22. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 CD 于点 E, $\angle ADC$ 的平分线 DF 交 AB 于点 F.

- (1) 若 $AD=4, AB=6$, 求 BF 的长.
- (2) 求证: 四边形 DEBF 是平行四边形.



23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=6, AC=10$, AD 平分 $\angle BAC, BD \perp AD$ 于点 D, E 为 BC 中点. 求 DE 的长.

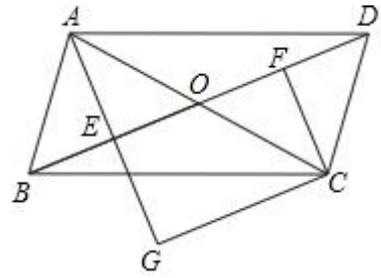


24. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，点 E, F 分别为 OB, OD 的中点，延长 AE 至 G ，使 $EG=AE$ ，连接 CG 。

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 当 AB 与 AC 满足什么数量关系时，四边形 $EGCF$ 是矩形？

请说明理由。



25. 如图，四边形 $ACDE$ 是证明勾股定理时用到的一个图形， a, b, c 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BED$ 的边长，

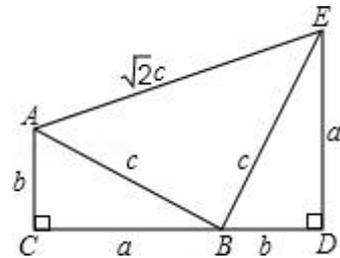
易知 $AE = \sqrt{2}c$ ，这时我们把关于 x 的形如 $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 的一元二次方程称为“勾系一元二次方程”。

请解决下列问题：

(1) 写出一个“勾系一元二次方程”；

(2) 求证：关于 x 的“勾系一元二次方程” $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 必有实数根；

(3) 若 $x = -1$ 是“勾系一元二次方程” $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 的一个根，且四边形 $ACDE$ 的周长是 $6\sqrt{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 面积。



26. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=10, AD=16, \angle A=60^\circ$ ， P 是射线 AD 上一点，连接 PB ，沿 PB 将 $\triangle APB$ 折叠，得到 $\triangle A'PB$

(1) 如图 2 所示，当 $PA' \perp BC$ 时，求线段 PA 的长度。

(2) 当 $\angle DPA' = 10^\circ$ 时，求 $\angle APB$ 的度数。

