

中雅八年级下期在线学习测试卷 数学科目

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 12 小题，满分 36 分，每小题 3 分）

1. C.

2. C.

3. D.

4. B.

5. A.

6. C.

7. D.

8. B.

9. C.

10. B.

11. D.

12. 【解答】解：① $\because \angle EAB + \angle BAP = 90^\circ$ ， $\angle PAD + \angle BAP = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAB = \angle PAD,$$

又 $\because AE = AP$ ， $AB = AD$ ，

\therefore 在 $\triangle APD$ 和 $\triangle AEB$ 中，

$$\begin{cases} AE = AP \\ \angle EAB = \angle PAD, \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle AEB \text{ (SAS)};$$

故此选项成立；

$$\textcircled{2} \because \triangle APD \cong \triangle AEB,$$

$$\therefore \angle APD = \angle AEB,$$

$$\because \angle AEB = \angle AEP + \angle BEP, \quad \angle APD = \angle AEP + \angle PAE,$$

$$\therefore \angle BEP = \angle PAE = 90^\circ,$$

$$\therefore EB \perp ED;$$

故此选项成立；

③过 B 作 $BF \perp AE$ ，交 AE 的延长线于 F ，

$$\because AE = AP, \quad \angle EAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = \angle APE = 45^\circ,$$

又 \because ②中 $EB \perp ED$, $BF \perp AF$,

$$\therefore \angle FEB = \angle FBE = 45^\circ,$$

$$\text{又} \because BE = \sqrt{BP^2 - PE^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BF = EF = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

故此选项正确;

④如图, 连接 BD , 在 $\text{Rt}\triangle AEP$ 中,

$$\because AE = AP = 1,$$

$$\therefore EP = \sqrt{2},$$

$$\text{又} \because PB = \sqrt{5},$$

$$\therefore BE = \sqrt{3},$$

$$\because \triangle APD \cong \triangle AEB,$$

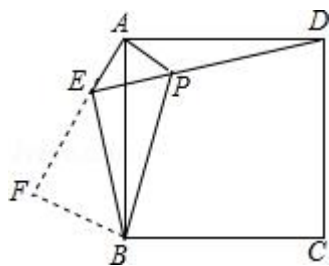
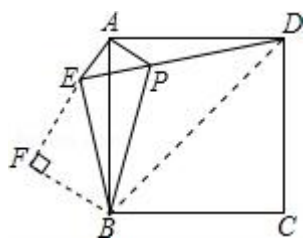
$$\therefore PD = BE = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ADP} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BDP} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形 } ABCD} - \frac{1}{2} \times DP \times BE = \frac{1}{2} \times (4 + \sqrt{6}) - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

故此选项不正确.

综上可知其中正确结论的序号是①②③,

故选: A.



二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

13. 5

14. 41

15. 4cm

16. 22.5°

17. 14

18、

解析 ①正确.理由: $\because AB=AD=AF, AG=AG, \angle B=\angle AFG=90^\circ, \therefore \triangle ABG \cong \triangle AFG$;

②正确.理由:由已知得, $EF=DE=\frac{1}{3}CD=2$,则 $EC=4$,
设 $BG=FG=x$,则 $CG=6-x, EG=x+2$.在 $Rt\triangle ECG$ 中,根据勾股定理,得 $(6-x)^2+4^2=(x+2)^2$,解得 $x=3, \therefore BG=GC=3$;

③正确.理由: $\because CG=BG=GF, \therefore \triangle FGC$ 是等腰三角形,且 $\angle GFC=\angle GCF$.又易知 $\angle AGB=\angle AGF, \angle AGB+\angle AGF=180^\circ-\angle FGC=\angle GFC+\angle GCF, \therefore \angle AGB=\angle AGF=\angle GFC=\angle GCF$,
 $\therefore AG \parallel CF$;

综上,正确的结论有①②③.

三. 解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

19. (1) $x_1=3+\sqrt{15}, x_2=3-\sqrt{15}$;

(2) $x_1=-2.5, x_2=3$.

20. $\because a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=4^2-2\times 1$

$=14$

$=c^2$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形

21. 【解答】解: (1) 50, 32;

(2) 本次调查获取的样本数据的平均数是: $\frac{4\times 5+16\times 10+12\times 15+10\times 20+8\times 30}{50}=16$ (元),

本次调查获取的样本数据的众数是: 10 元,

本次调查获取的样本数据的中位数是: 15 元;

(3) 该校本次活动捐款金额为 10 元的学生人数为: $1900\times \frac{16}{50}=608$,

即该校本次活动捐款金额为 10 元的学生有 608 人.

22. 【解答】解：（1）在平行四边形 $ABCD$ 中，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle CDF,$$

$\because \angle ADC$ 的平分线 DF 交 AB 于点 F .

$$\therefore \angle ADF = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle AFD,$$

$$\therefore AF = AD = 4,$$

$$\because AB = 6,$$

$$\therefore BF = 2;$$

（2） \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = CB, \angle A = \angle C, \angle ADC = \angle ABC.$$

$$\text{又} \because \angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADC, \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle CBE.$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE \text{ (AAS).}$$

$$\therefore AF = CE.$$

$$\therefore AB - AF = CD - CE \text{ 即 } DE = FB.$$

$$\text{又} \because DE \parallel BF,$$

$$\therefore \text{四边形 } DEBF \text{ 是平行四边形.}$$

23. 解：如图，延长 BD 与 AC 相交于点 F ，

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC, BD \perp AD,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle DAF, AD = AD, \angle ADB = \angle ADF,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADF,$$

$$\therefore AF = AB, BD = DF,$$

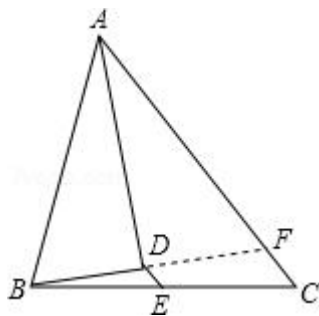
$$\because AB = 6, AC = 10,$$

$$\therefore CF = AC - AF = AC - AB = 10 - 6 = 4,$$

$$\because E \text{ 为 } BC \text{ 中点,}$$

$$\therefore DE \text{ 是 } \triangle BCF \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} CF = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$



24. 【解答】(1) 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB=CD, AB \parallel CD, OB=OD, OA=OC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

∵ 点 E, F 分别为 OB, OD 的中点，

$$\therefore BE = \frac{1}{2}OB, DF = \frac{1}{2}OD,$$

$$\therefore BE=DF,$$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} AB=CD \\ \angle ABE=\angle CDF, \\ BE=DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (SAS);}$$

(2) 解：当 $AC=2AB$ 时，四边形 $EGCF$ 是矩形；理由如下：

$$\therefore AC=2OA, AC=2AB,$$

$$\therefore AB=OA,$$

∵ E 是 OB 的中点，

$$\therefore AG \perp OB,$$

$$\therefore \angle OEG = 90^\circ,$$

同理： $CF \perp OD$,

$$\therefore AG \parallel CF,$$

$$\therefore EG \parallel CF,$$

由 (1) 得： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore AE=CF,$$

$$\therefore EG=AE,$$

$$\therefore EG=CF,$$

∴ 四边形 $EGCF$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle OEG = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $EGCF$ 是矩形.

25. 【解答】(1) 解: 当 $a=3$, $b=4$, $c=5$ 时

勾系一元二次方程为 $3x^2 + 5\sqrt{2}x + 4 = 0$;

(2) 证明: 根据题意, 得

$$\Delta = (\sqrt{2}c)^2 - 4ab = 2c^2 - 4ab$$

$$\because a^2 + b^2 = c^2$$

$$\therefore 2c^2 - 4ab = 2(a^2 + b^2) - 4ab = 2(a - b)^2 \geq 0$$

即 $\Delta \geq 0$

∴ 勾系一元二次方程 $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 必有实数根;

(3) 解: 当 $x = -1$ 时, 有 $a - \sqrt{2}c + b = 0$, 即 $a + b = \sqrt{2}c$

$$\because 2a + 2b + \sqrt{2}c = 6\sqrt{2}, \text{ 即 } 2(a + b) + \sqrt{2}c = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore 3\sqrt{2}c = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore c = 2$$

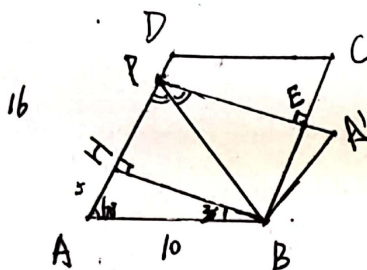
$$\therefore a^2 + b^2 = c^2 = 4, \quad a + b = 2\sqrt{2}$$

$$\because (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\therefore ab = 2$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab = 1.$$

26. (1) $5\sqrt{3} + 5$



如图, 作 $BH \perp AD$ 交 AD 于点 H .

∴ 在 $Rt\triangle ABH$ 中, $AB = 10$, $\angle A = 60^\circ$.

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = 5, \quad BH = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$$

又 ∵ $\triangle APB \cong \triangle A'PB$.

$$\therefore \angle APB = \angle A'PB.$$

(2) 85° 、 95° 、 5°

解析 (1) 当 PA' 在 PD 右侧时, 若 $\angle DPA' = 10^\circ$, 则 \angle

$$\angle APB = \angle A'PB = \frac{180^\circ - 10^\circ}{2} = 85^\circ.$$

当 PA' 在 PD 左侧时, 若 $\angle DPA' = 10^\circ$,

$$\text{则 } \angle APB = \angle A'PB = \frac{180^\circ + 10^\circ}{2} = 95^\circ.$$

当点 A' 在 BC 右侧时, 若 $\angle DPA' = 10^\circ$,

$$\text{则 } \angle APB = 10^\circ \div 2 = 5^\circ.$$

