**因数与倍数**



一、约数(因数)和倍数

⑴整数*a*除以整数*b*(*b*≠0)，除得的商正好是整数而没有余数，我们就说*a*能被*b*整除。

⑵如果整数*a*能被整数*b*整除，*a*就叫做*b*的倍数，*b*就叫做*a*的约数(因数)。

例如：12÷3＝4，12能被3整除，12是3的倍数，3是12的约数。

⑶最大公约数：几个数公有的约数叫做这几个数的公约数，其中最大的一个，叫做这几个数的最大公约数。

例如：12和18的公约数有1、2、3、6，其中最大的是6，所以12和18的最大公约数是6，记作(12，18)＝6

⑷最小公倍数：几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个，叫做这几个数的最小公约数。

例如：12和18的公倍数有36、72、108、144、180、……，其中最小的是36，所以12和18的最小公倍数是36。记作[12，18]＝36

二、关于最大公约数

1．求最大公约数的方法。

⑴分解质因数法；

例如求9和12的最大公约数。

9＝ 3×3

12＝2×2×3

所以，(9，12)＝3

例如求12和18的最大公约数。

12＝2×2×3

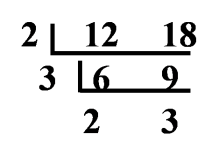
18＝2×3×3

所以，(12，18)＝2×3＝6

⑵短除法：

例如：求12和18的最大公约数。

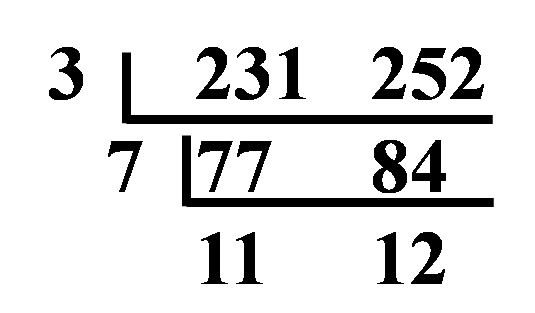




所以(12，18)＝2×3＝6

例如：求231和252的最大公约数。





所以(231，252)＝3×7＝21

2．最大公约数的性质

⑴两个自然数分别除以他们的最大公约数，所得的商互质。

⑵几个数的公约数，都是这几个数的最大公约数的约数。

⑶两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积，等于这两个数的乘积。

即：(12，18)×[12，18]＝12×18 (*a*，*b*)×[*a*，*b*]＝*a*×*b*

三、关于最小公倍数

1．求最小公倍数的方法。

⑴分解质因数法；

例如：求9和12的最小公倍数。

9＝3×3

12＝2×2×3所以，[9，12]＝2×2×3×3＝36

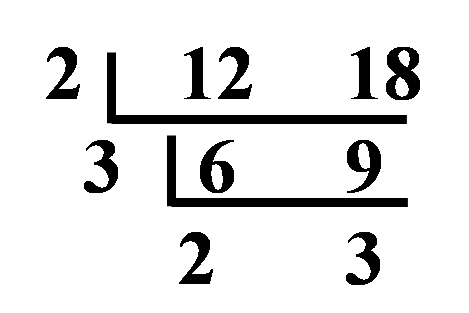
例如：求12和18的最小公倍数。

12＝2×2×3

18＝2×3×3所以，[12，18]＝2×2×3×3＝36

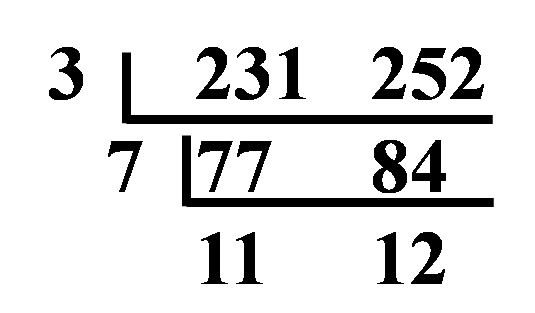
⑵短除法：

例如：求12和18的最小公倍数。



所以，[12，18]＝2×3×2×3＝36

例如：求231和252的最小公倍数。



所以，[231，252]＝3×71×1×12＝2772

2．最小公倍数的性质：

⑴两个自然数的任意公倍数都是它们的最小公倍数的倍数。

⑵两个互质数的最小公倍数是这两个数的乘积。

如，[3，7]＝3×7

⑶两个自然数如果具有倍数关系，则较小数就是这两个数的最大公约数，较大数是这两个数的最小公倍数。例如，(5，20)＝5；[5，20]＝20。

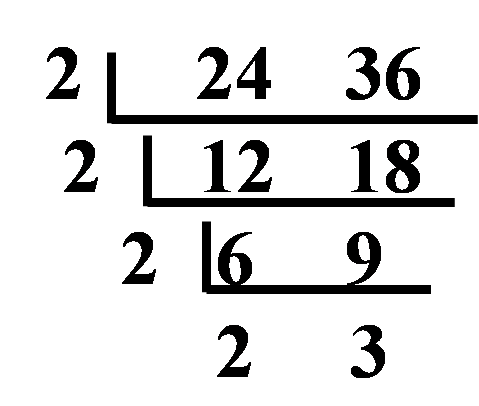
⑷两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积，等于这两个数的乘积。

即：(12，9)×[12，9]＝12×8

(*a*，*b*)×[*a*，*b*]＝*a*×*b*

四、求最大公约数和最小公倍数

求24和36的最大公约数和最小公倍数。



(24，36)＝2×2×3＝12

[24，36]＝2×2×3×2×3＝72

**例1**

⑴36、42、52、72这四个数中，哪些数含有约数4？

⑵36、42、52、72这四个数中，哪些数含有约数3？

⑶36、42、52、72这四个数中，哪些数含有约数12？

**例2**

求112和182的最大公约数？(用三种不同的方法)

**例3**

(2008年第八届“春蕾杯”小学数学邀请赛五年级决赛)

边长为自然数，面积为105的形状不同的长方形共有\_\_\_\_\_种。

**例3拓**

边长为自然数，面积为210的形状不同的长方形共有\_\_\_\_\_种。

**例4**

现在有香蕉42千克，苹果112千克，桔子70千克，平均分给幼儿园的几个班，每班分到的这三种水果的数量分别相等，那么最多分给了多少个班？每个班至少分到了三种水果各多少千克？

**例5**

求36与76的最小公倍数(用两种不同的方法)。

**例6**

一盒钢笔可以平均分给2、3、4、5、6个同学，这盒钢笔最少有多少支？

测试题

1．请用短除法求256与112的最大公约数。

2．请用短除法求30与48的最小公倍数。

3．边长为自然数，面积为91的形状不同的长方形共有\_\_\_\_\_\_种。

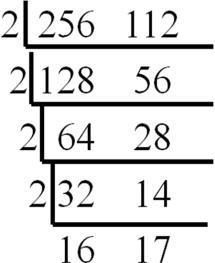
4．一块长方形的纸，长75厘米，宽60厘米，要把这张纸裁成面积相等的小正方形，而纸无剩余，且使边长最长，问可裁成几张？

5．有三根铁丝，一根长54米，一根长72米，一根长36米，要把它们截成同样长的小段，不许剩余，每段最长是多少米？

6．一个公共汽车站，发出五路车，这五路车分别为每隔3、5、9、15、10分钟发一次，第一次同时发车以后，\_\_\_\_\_分钟后又同时发第二次车。

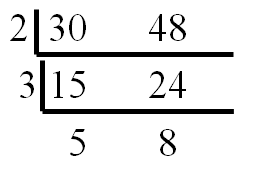
答案

1．答案：



所以256与112的最大公约数是16。

2．答案：



所以[30，48]＝2×3×5×8＝240。

3．答案：91＝13×7，总共有(1，91)，(13，7)，两种长方形。

4．答案：要使这些面积相等的小正方形纸的边长最长，就是要求75与60的最大公约数。(75，60)＝15。(75÷15)×(60÷15)＝20，即可裁成20张。

5．答案：54＝18×3，72＝18×4，36＝18×2，所以它们的最大公约数是18，即每段最长是18(米)。

6．答案：3、5、9、15、10的最小公倍数是3×5×3×2＝90，所以90分钟后又同时发第二次车。