

沐川县初中 2020 届"二调"考试数学试题参考答案及评分意见

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.B; 2.C; 3.B; 4.A; 5.B; 6.D; 7.D; 8.A; 9.D; 10.C.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 2; 12. $2(a+1)(a-1)$; 13. $\frac{1}{5}$; 14. 3; 15. $2\sqrt{3}$; 16. 200.

三、（共 3 小题；每小题 9 分，共 27 分）

17. 解：原式 $= 1 - 1 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (8 分)

$= -\sqrt{3}$ (9 分)

18. 解：由 $4(x+1) < x+2$ ，得 $x < 2$ (4 分)

由 $\frac{x+7}{3} > x$ ，得 $x < \frac{3}{2}$ (8 分)

\therefore 不等式组的解是 $x < \frac{3}{2}$ (9 分)

19. 证明： $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle ACB = \angle ACD$ (2 分)

\therefore 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中

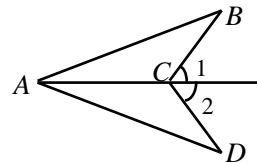
$\angle B = \angle D$

$\angle ACB = \angle ACD$

$AC = AC$ (5 分)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (7 分)

$\therefore AB = AD$ (9 分)



四、（共 3 小题；每小题 10 分，共 30 分）

20. 解：化简 $(x-1-\frac{3}{x+1}) \div \frac{x^2+4x+4}{x+1} = \frac{x-2}{x+2}$ (5 分)

解方程 $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{4-x}{2-x}$ 得 $x = \frac{1}{2}$ (9 分)

$\therefore \frac{x-2}{x+2} = -\frac{3}{5}$ (10 分)

21. 解：（1）在线调查学生的总数为： $18 \div 20\% = 90$ （人） (2 分)

\therefore 在线听课学生人数为： $90 - 24 - 18 - 12 = 36$ （人） (3 分)

条形统计图略 (4 分)

（2）扇形统计图中“在线讨论”对应的扇形圆心角的度数为：

$$360^\circ \times \frac{12}{90} = 48^\circ \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

(3) 全校 2100 人中估计该校对在线阅读最感兴趣的学生人数是

$$2100 \times \frac{24}{90} = 560 \text{ (人)} \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

22. 解: (1) $\because \Delta = [-(k+3)]^2 - 4(2k+2) = (k+1)^2 \geq 0$

\therefore 方程总有两个实数根 $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(2) 解方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$ 得

$$x_1 = 2, \quad x_2 = k+1 \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\therefore k+1 < 1$$

$$\therefore k < 0 \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

五、(共 2 小题; 每小题 10 分, 共 20 分)

23. 解: (1) 过点 D' 作 $D'H \perp BC$, 垂足为点 H , 交 AD 于点 F . $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

由题意得 $AD' = AD = 90$ (厘米), $\angle DAD' = 60^\circ$.

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore AD \parallel BC, \quad \angle AFD' = \angle BHD' = 90^\circ \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle AD'F$ 中,

$$D'F = AD' \cdot \sin \angle DAD' = 90 \cdot \sin 60^\circ \approx 45\sqrt{3} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\text{又} \because CE = 40, \quad DE = 30, \quad \therefore FH = 70.$$

$$\therefore D'H = D'F + FH = (45\sqrt{3} + 70) \text{ (厘米)}$$

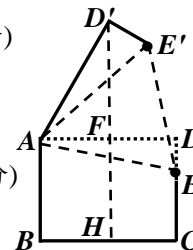


图 2

答: 点 D' 到 BC 的距离是 $(45\sqrt{3} + 70)$ (厘米). $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

(2) 连结 AE 、 AE' 、 EE' .

由题意得 $AE = AE'$, $\angle EAE' = 60^\circ \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

$\therefore \triangle AEE'$ 是等边三角形. $\therefore EE' = AE \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形. $\therefore \angle ADE = 90^\circ \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AD = 90$, $DE = 30$,

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{90^2 + 30^2} = 30\sqrt{10} \text{ (厘米)}$$

答: E 、 E' 两点的距离是 $30\sqrt{10}$ 厘米. $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

24. 解：（1） \because 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 和 $y = -2x$ 的图象相交于点 A

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 5; \\ y = -2x. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = -2; \\ y = 4. \end{cases}$$

\therefore 点 A 的坐标为 $(-2, 4)$ (2 分)

又 $\because y = \frac{k}{x}$ 经过 A $(-2, 4)$

$$\therefore k = xy = -2 \cdot 4 = -8$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{8}{x}$ (4 分)

（2） \because 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 和 $y = -\frac{8}{x}$ 的另一交点为 B

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 5; \\ y = -\frac{8}{x}. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x_1 = -2; \\ y_1 = 4. \end{cases} \begin{cases} x_2 = -8; \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(-8, 1)$ (6 分)

设 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 与 x 轴交于点 C,

$$\text{由 } 0 = \frac{1}{2}x + 5 \text{ 解得 } x = -10$$

\therefore 点 C 的坐标为 $(-10, 0)$ (8 分)

$$\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10 = 15 \text{ (10 分)}$$

六、（共 2 小题；25 小题 12 分，26 小题 13 分，共 25 分）

25. 解：（1）证明：连接 OC,

$\because PE$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OC \perp PE$, (1 分)

$\because AE \perp PE$, $\therefore OC \parallel AE$, $\therefore \angle DAC = \angle OCA$,

$\because OA = OC$, $\therefore \angle OCA = \angle OAC$, (2 分)

$\therefore \angle DAC = \angle OAC$,

$\therefore AC$ 平分 $\angle BAD$; (3 分)

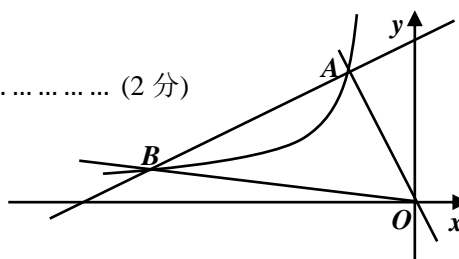
（2）线段 PB, AB 之间的数量关系为: $AB = 3PB$.

理由: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC + \angle ABC = 90^\circ$, (4 分)

$\because OB = OC$, $\therefore \angle OCB = \angle ABC$,

$\therefore \angle PCB + \angle OCB = 90^\circ$,



$$\begin{aligned} \therefore \angle PCB &= \angle PAC, \\ \because \angle P & \text{ 是公共角, } \dots\dots\dots (5 \text{ 分}) \\ \therefore \triangle PCB &\sim \triangle PAC, \therefore \frac{PC}{PA} = \frac{PB}{PC}, \\ \therefore PC^2 &= PA \cdot PB \dots\dots\dots (6 \text{ 分}) \\ \because PB: PC &= 1: 2, \therefore PC = 2PB, \\ \therefore PA &= 4PB, \therefore AB = 3PB; \dots\dots\dots (7 \text{ 分}) \end{aligned}$$

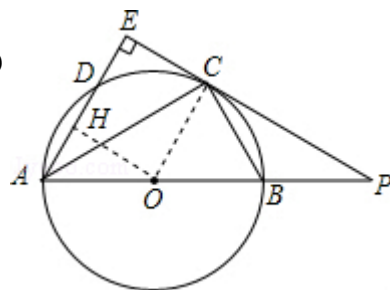
$$\begin{aligned} (3) \text{ 过点 } O &\text{ 作 } OH \perp AD \text{ 于点 } H, \text{ 则 } AH = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}, \text{ 四边形 } OCEH \text{ 是矩形,} \\ \therefore OC &= HE, \therefore AE = \frac{3}{2} + OC \dots\dots\dots (8 \text{ 分}) \\ \because OC &\parallel AE, \therefore \triangle PCO \sim \triangle PEA, \\ \therefore \frac{OC}{AE} &= \frac{PO}{PA}, \end{aligned}$$

$$\because AB = 3PB, AB = 2OB, \therefore OB = \frac{3}{2}PB,$$

$$\therefore \frac{OC}{\frac{3}{2} + OC} = \frac{PB + OB}{PB + AB} = \frac{PB + \frac{3}{2}PB}{PB + 3PB}$$

$$\therefore OC = \frac{5}{2}, \therefore AB = 5, \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} \because \triangle PBC &\sim \triangle PCA, \\ \therefore \frac{PB}{PC} &= \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2} \therefore AC = 2BC \dots\dots\dots (10 \text{ 分}) \end{aligned}$$



$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$\therefore (2BC)^2 + BC^2 = 5^2$$

$$\therefore BC = \sqrt{5}, \therefore AC = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 5 \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

$$26. \text{ 解: (1) 由 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+1)(x-3) = 0$$

$$\text{得 } A(-1, 0), B(3, 0), C(0, -\sqrt{3}). \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{将 } x=4 \text{ 代入解得 } y = \frac{5\sqrt{3}}{3} \therefore E(4, \frac{5\sqrt{3}}{3}). \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$

$$\text{将 } A、E \text{ 的坐标代入 } \begin{cases} 0 = -k + b; \\ \frac{5\sqrt{3}}{3} = 4k + b. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{\sqrt{3}}{3}; \\ b = \frac{\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AE \text{ 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 易得直线 } CE \text{ 的解析式为 } y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$$

$$\text{设 } P \text{ 的坐标 } (x, \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$$

$$\text{则 } F \text{ 的坐标为 } (x, \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3})$$

$$\text{线段 } PF = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2}(-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x) \cdot 4 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}x = -\frac{2\sqrt{3}}{3}(x-2)^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时三角形 } PCE \text{ 面积最大, } \therefore P(2, -\sqrt{3}) \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$K \text{ 为 } CB \text{ 中点 } \therefore K(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$$

能说明 K 点关于 CD 的对称点为 O $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

设 K 点关于 C 的对称点为 K'

$$\text{则 } K'(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}) \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

连结 OK' , 当 $M、N$ 分别为 OK' 与 $CP、CD$ 的交点时

$KM+MN+NK=K'M+MN+NO$ 的值最小等于 OK'

$$\therefore KM+MN+NK=OK' = \sqrt{(\frac{3}{2})^2 + (-\frac{3\sqrt{3}}{2})^2} = 3 \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$(3) G \text{ 为 } CE \text{ 中点 } \therefore G(2, \frac{\sqrt{3}}{3})$$

$$y' \text{ 经过点 } D, \text{ 顶点为 } F, \text{ 点 } F(3, -\frac{4\sqrt{3}}{3}) \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$\therefore FG = \sqrt{(1)^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{2\sqrt{21}}{3} \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{①当 } FG=FQ \text{ 时, } Q_1(3, \frac{2\sqrt{21}-4\sqrt{3}}{3}), Q_2(3, \frac{-2\sqrt{21}-4\sqrt{3}}{3}) \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$$

$$\text{②当 } FG=QG \text{ 时, } Q_3(3, 2\sqrt{3}) \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

$$\text{③当 } QG=QF \text{ 时, 设 } Q(3, m) \sqrt{(1)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3}-m)^2} = m + \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ 解得: } m = -\frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\therefore Q_4(3, -\frac{2\sqrt{3}}{5}) \dots\dots\dots (13 \text{ 分})$$

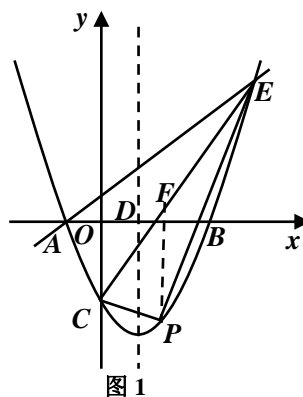


图 1

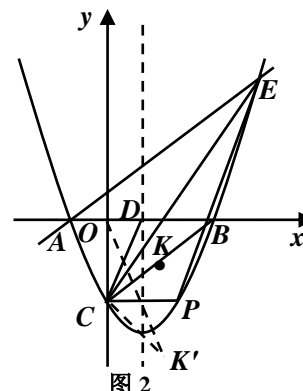


图 2

