

# 2019-2020 学年福建省泉州市鲤城区八年级上学期

## 期末数学试卷参考答案

一、选择题(10\*4 分, 共 40 分)

1. 计算:  $\sqrt{9}$  等于( A )

A. 3            B. -3            C.  $\pm 3$             D. 81

2. 下列关于 $\sqrt{5}$ 的叙述中, 错误的是( B )

A. 面积为 5 的正方形边长是 $\sqrt{5}$             B. 5 的平方根是 $\sqrt{5}$

C. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{5}$ 的点            D.  $\sqrt{5}$ 的整数部分是 2

3. 下列算式中, 结果与 $x^9 \div x^3$ 相等的是( C )

A.  $x^3 + x^3$             B.  $x^2 \cdot x^3$             C.  $(x^3)^2$             D.  $x^{12} \div x^2$

4. 下列各式中, 能运用“平方差公式”进行因式分解的是( B )

A.  $x^2 - 4x$             B.  $-a^2 + 4b^2$             C.  $x^2 - 4x + 4$             D.  $-x^2 - 1$

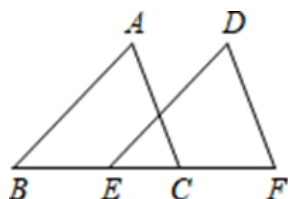
5. 某同学统计了他家今年 10 月份打电话的次数及地时间, 并列出了频数分布表:

通话区时间 x(分钟)	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$x > 20$
通话频数(次数)	21	14	8	5	2

通时间超过 10 分钟的频率是( B )

A. 0.28            B. 0.3            C. 0.5            D. 0.7

6. 如图, B、E、C、F 在同一条直线上, 若  $AB=DE$ ,  $\angle B=\angle DEF$ , 添加下列一个条件后, 能用“SAS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 则这条件是( C )



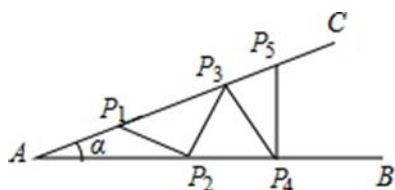
A.  $\angle A = \angle D$             B.  $\angle ABC = \angle F$             C.  $BE = CF$             D.  $AC = DF$

7. 若一个正数的平方根为  $2a+1$  和  $2-a$ , 则  $a$  的值是( C )

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $-\frac{1}{3}$  或  $-3$       C.  $-3$       D.  $3$

8. 如图钢架中,  $\angle A=a$ , 焊上等长的钢条  $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, P_4P_5$  来加固钢架, 若  $P_1A=P_1P_2$ ,  $\angle P_5P_4B=95^\circ$ , 则  $a$  等于( B )

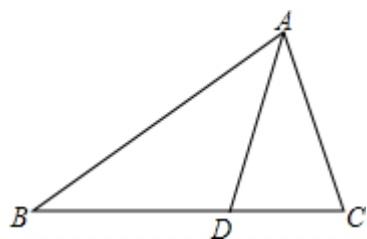
- A.  $18^\circ$       B.  $23.75^\circ$       C.  $19^\circ$       D.  $22.5^\circ$



9. 已知  $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 = 2 - ab - bc - ac$ , 则  $a+b+c$  的值是( D )

- A.  $2$       B.  $4$       C.  $\pm 4$       D.  $\pm 2$

10. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线, 若  $AB:AC=9:4$ , 则  $BD:CD$  等于( B )



- A.  $3:2$       B.  $9:4$       C.  $4:9$       D.  $2:3$

## 第 II 卷

二、填空题:本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 在答题卡上相应题目的答题区域内作答

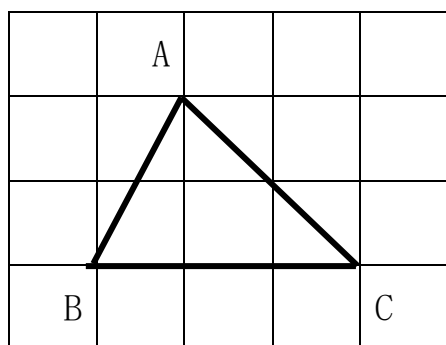
11. 计算:  $(a-b)(a^2+ab+b^2)=$   $a^3-b^3$

12. 用反证法证明在  $\triangle ABC$  中, 如果  $AB \neq AC$ , 那么  $\angle B \neq \angle C$  时, 应先假设  $\angle B = \angle C$

13. 若  $\sqrt[3]{3m-7} + \sqrt[3]{3n+4} = 0$ , 则  $m+n=$   $1$ .

14. 若  $a^m=6$ ,  $a^n=2$ , 则  $a^{m+2n}$  的值为  $24$ .

15. 如图,  $\triangle ABC$  的三个顶点均在  $5 \times 4$  的正方形网格的格点上, 点  $M$  也在格点上(不与  $B$  重合), 则使  $\triangle ACM$  与  $\triangle ABC$  全等的点  $M$  共有  $3$  个.



16. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  所对的边分别是  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 若  $a+b-c=4$ .  $s$  表示  $\text{Rt}\triangle ABC$  的面积,  $l$  表示  $\text{Rt}\triangle ABC$  的周长, 则  $\frac{s}{l} = \underline{\quad 1 \quad}$ .

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 在答题卡上相应题目的答超区域内作答.

17. (本小题满分 8 分) 计算:  $3a^2(-b) - 8ab(b - \frac{1}{2}a)$

答案:  $a^2b - 8ab^2$

18. (本小题满分 8 分)

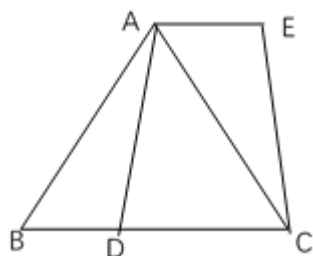
先化简, 再求值:  $\left[(2ab - 1)^2 + \frac{1}{3}(6ab - 3)\right] \div (-4ab)$ , 其中  $a=3$ ,  $b=-\frac{5}{6}$

化简后得:  $-ab+0.5$

代入值得: 3

19. (本小题满分 8 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $D$  在  $BC$  边上,  $AE \parallel BC$ ,  $AE=BD$ , 求证:  $AD=CE$



$\because AE \parallel BC, AB=AC$

$\therefore \angle EAC = \angle ACD, \angle ABC = \angle ACD$

则  $\angle ABC = \angle EAC$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle CAE$  中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle ABC = \angle EAC \\ AE = BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE$

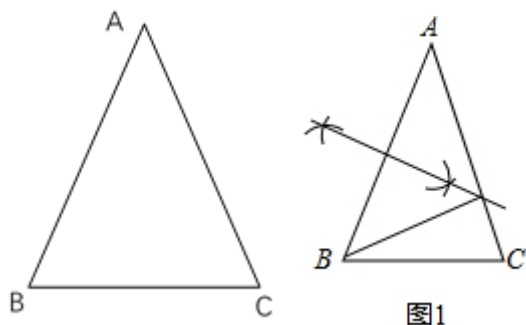
$\therefore AD=CE$

20. (本小题满分 8 分)

如图，已知等腰 $\triangle ABC$  顶角 $\angle A=36^\circ$

(1)尺规作图:在  $AC$  上作一点  $D$ ，使  $AD=BD$ :(保留作图痕迹，不必写作法和证明)

(2)求证: $\triangle BCD$  是等腰三角形



(1)如图 1

(2) $\because$  在等腰 $\triangle ABC$  顶角 $\angle A=36^\circ$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

$$\because AD = BD$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = 36^\circ$$

$$\text{则 } \angle DBC = 36^\circ$$

$$\text{在 } \triangle BCD \text{ 中 } \angle ACB = 72^\circ$$

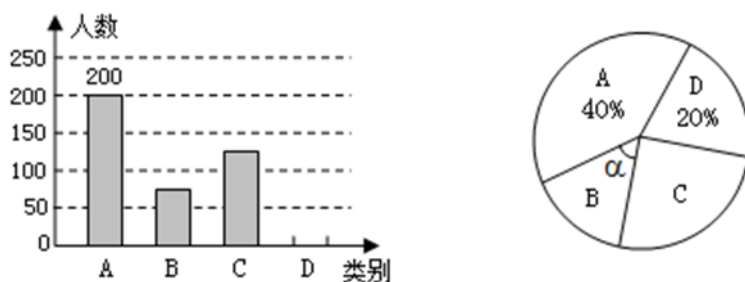
$$\angle DBC = 36^\circ$$

$$\angle BDC = 72^\circ = \angle ACB$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 是等腰三角形}$$

21. (本小题满分 8 分)

2019 年 10 月，某市高质量通过全国文明城市测评，该成绩的取得得益于领导高度重视(A)整改措施有效(B)、市民积极参与(C)、市民文明素质(D).某数学兴趣小组随机走访了部分市民，对这四项目认可度进行调查(只选填最认可的一项)，并将调查结果制作了如下两幅不完整的统计图



(1) 请补全 D 项的条形图

(2) 已知 B、C 两项条形图的高度之比为 3:5

①选 B、C 两项的人数各为多少个？

②求  $\alpha$  的度数，

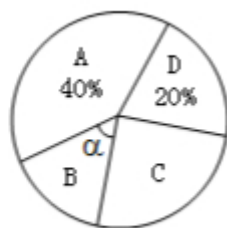
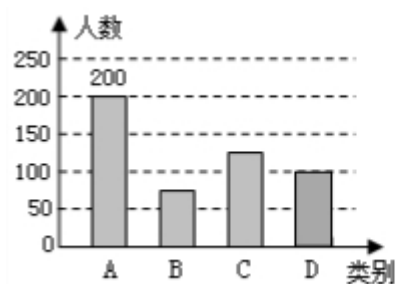
(1) $\because$  被调查的总人数为  $200 \div 40\% = 500$ (人)，

$\therefore$  D 项的人数为  $500 \times 20\% = 100$ (人)，

补全图形如下：

(2)① B、C 两项的人数分别为 75、125 个.

$$\text{② } \alpha = 360^\circ \times \frac{75}{500} = 54^\circ.$$

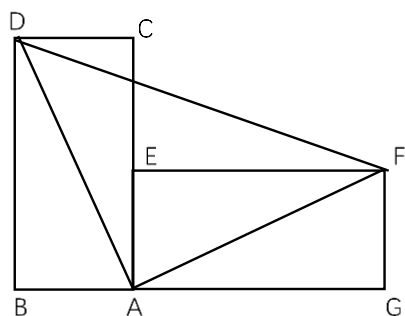


22. (本小题满分 10 分)

如图，长方形 AEFB 是由长方形 ABCD 绕着 A 点顺时针旋转  $90^\circ$  得到的，连结 AD，AF，FD.

(1) 若  $\triangle ADF$  的面积是  $\frac{25}{2}$ ， $\triangle ABD$  的面积是 6，求  $\triangle ABD$  的周长

(2) 设  $\triangle ADF$  的面积是  $S_1$ ，四边形 BDFG 的面积是  $S_2$ ，试比较  $2S_1$  与  $S_2$  的大小，并说明理由



(1)  $\because$  长方形 AEFB  $\cong$  长方形 ABCD

$\therefore \angle CDA = \angle EAG$

$AD = AF, \angle ADB = \angle AFE = \angle ACD$

$\angle DAB = \angle EAF$

$\therefore \angle DAF = 90^\circ$

那么  $S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} AD \cdot AF = \frac{1}{2} AD^2 = \frac{25}{2}$

$\therefore AD^2 = 25, AD = 5$

而  $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot BD = 6, \therefore AB \cdot BD = 12$

在  $Rt\triangle BAD$  中  $AB^2 + BD^2 = AD^2$

$\therefore AB^2 + BD^2 = AD^2 = (AB + BD)^2 - 2AB \cdot BD$

$25 = (AB + BD)^2 - 24$

$\therefore (AB + BD)^2 = 49$

$AB + BD = 7$

$\therefore C_{\triangle ABD} = AB + BD + AD = 12$

答： $\triangle ABD$  的周长为 12

(2) 由 (1) 可知

$$S_1 = \frac{1}{2} AD \cdot AF = \frac{1}{2} AD^2$$

$$\therefore 2S_1 = AD^2$$

$$\because AB = GF, BD = AG$$

$$S_2 = \frac{1}{2} (FG + BD)(AB + AG)$$

$$= \frac{1}{2} (AB + BD)^2$$

$$\text{在 } Rt\triangle BAD \text{ 中 } AB^2 + BD^2 = AD^2$$

$$\therefore 2S_1 - S_2 = (AB^2 + BD^2) - \frac{1}{2} (AB + BD)^2$$

$$= \frac{1}{2} (AB - BD)^2$$

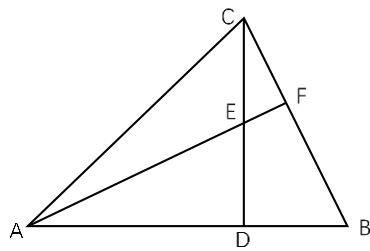
$$\therefore 2S_1 \geq S_2$$

23. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $DA=DC=4$ ,  $DB=2$ ,  $AF \perp BC$  于点  $F$ , 交  $DC$  于点  $E$

(1)求线段  $AE$  的长;

(2)若点  $G$  是  $AC$  的中点, 点  $M$  是线段  $CD$  上一动点, 连结  $GM$ , 过点  $G$  作  $GN \perp GM$  交直线  $AB$  于点  $N$ , 记 $\triangle CGM$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle AGN$  的面积为  $S_2$ .在点  $M$  的运动过程中, 试探究: $S_1$  与  $S_2$  的数量关系



(1) 在 $\triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$ ,  $AF \perp BC$

$$\therefore \angle ADC = \angle AFB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AED = \angle BCD$$

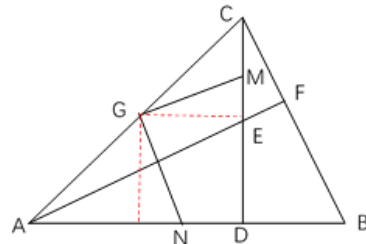
$$\therefore \angle EAD = \angle BCD$$

在 $\triangle ADE$  和 $\triangle CDB$  中

$$\begin{cases} \angle ADE = \angle CDB \\ \angle EAD = \angle BCD \\ DA = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDB$$

$$\therefore DE = DB = 2$$



(2)

在 $\triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$ ,  $DA=DC=4$ ,

点  $G$  是  $AC$  的中点

过点  $G$  作  $CD, DA$  的垂线, 垂足分别为  $P, Q$ .

则,  $GP=GQ=0.5DA=2$

$$\angle PGQ = 90^\circ = \angle GQN = \angle GPM$$

$$\therefore GN \perp GM$$

$$\therefore \angle MGN = 90^\circ$$

$$\therefore \angle MGP = \angle NGQ$$

那么综上得:  $\triangle MGP \cong \triangle NGQ$

$$S_1 + S_2 = S_{\triangle AGQ} + S_{\triangle CGP}$$

$$= 0.5 S_{\triangle ACD}$$

$$= 4$$

24. (本小题满分 12 分)

阅读材料:要把多项式  $am+an+bm+bn$  因式分解, 可以先把它进行分组再因式分解:  $am+an+bm+bn=(am+an)+(bm+bn)$

$$= a(m+n) + b(m+n)$$

$$= (a+b)(m+n)$$

这种因式分解的方法叫做分组分解法。

(1)请用上述方法因式分解: $x^2-y^2+x-y$

$$x^2 - y^2 + x - y = (x - y)(x + y + 1)$$

(2)已知四个实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  同时满足  $a^2+ac=12k$ ,  $b^2+bc=12k$ . $c^2+ac=24k$ ,  
 $d^2+ad=24k$ , 且  $a \neq b$ ,  $c \neq d$ ,  $k \neq 0$

①求  $a+b+c$  的值:

②请用含  $a$  的代数式分别表示  $b$ 、 $c$ 、 $d$

$$\textcircled{1} a^2 + ac = b^2 + bc$$

$$a^2 - b^2 + ac - bc = 0$$

$$(a - b)(a + b + c) = 0$$

$$\because a \neq b$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

$$\textcircled{2} \because a^2+ac=12k, c^2+ac=24k$$

$$\therefore c=2a, a^2=4k$$

$$\because b^2+bc=12k$$

$$\therefore b^2+2ba=3a^2$$

$$\text{则 } (a - b)(3a + b) = 0$$

$$\therefore b = -3a$$

$$\text{同理的 } d^2+ad=24k, c^2+ac=24k$$

$$(d - c)(a + d + c) = 0$$

$$\because c \neq d$$

$$\therefore a + d + c = 0$$

$$\therefore d = -3a$$

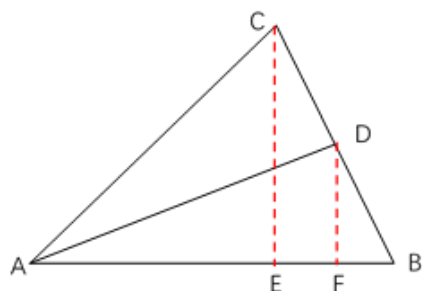
25. (本小题满分 14 分)

如图，在面积为 3 的  $\triangle ABC$  中， $AB=3$ ， $\angle BAC=45^\circ$ ，点 D 是 BC 边上

(1)若 AD 是 BC 边上的中线，求 AD 的长

(2)点 D 关于直线 AB 和 AC 的对称点分别为点 M、N，求 AN 的长度的最小值

(3)若 P 是  $\triangle ABC$  内的一点，求  $\sqrt{2}PA+PB+PC$  的最小值



(1)

作 CE,DF 分别垂直于 AB 于点 E,F

$\because CE \perp AB, S_{\triangle ABC} = 3, \angle BAC = 45^\circ$

$$\therefore AE = CE = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2, BE = 1,$$

$$DF = \frac{1}{2}CE = 1, BF = \frac{1}{2}BE = EF = \frac{1}{2}$$

在  $Rt\triangle BCE$  中  $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$$\therefore BC = \sqrt{5},$$

又  $\because AD$  是 BC 边上的中线

$$\therefore BD = CD = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

在  $Rt\triangle ADF$  中  $AF^2 + DF^2 = AD^2$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{29}}{2}$$

(2)  $\because$  对称,  $\angle BAC = 45^\circ$

$\therefore AD = AM = AN, \angle MAN = 90^\circ$

则  $MN = \sqrt{2}AD$

当  $AD \perp CB$  时, AD 最小, MN 最小  
根据等面积法,

$$\frac{1}{2}CE \cdot AB = \frac{1}{2}AD \cdot BC$$

$$\therefore AC = \frac{3}{5}\sqrt{5}, MN = \frac{3}{5}\sqrt{10}$$

(3)

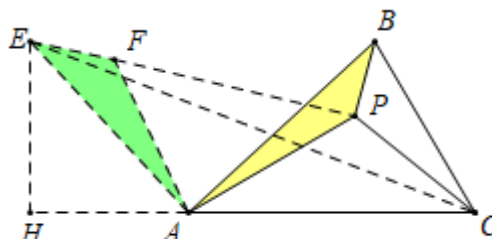


图4

将  $\triangle APB$  绕点 A 逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle AFE$ , 易知  $\triangle AFP$  是等腰直角三角形,  $\angle EAB = 135^\circ$ , 作  $EH \perp BA$  交 BA 的延长线于 H.

在  $Rt\triangle EAH$  中,  $\because \angle H = 90^\circ, \angle EAH = 45^\circ, AE = AB = 2\sqrt{2}$

$$\therefore EH = AH = 2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle EHC \text{ 中, } EC = \sqrt{EH^2 + HC^2} = \sqrt{29}$$

$$\sqrt{2}PA + PB + PC = FP + EF + PC \geq CE$$

$$\therefore \sqrt{2}PA + PB + PC \text{ 的最小值为 } \sqrt{29}$$