

东城区 2019—2020 学年第二学期初三年级统一测试(二)

数学试卷参考答案及评分标准

2020. 6

**一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	A	C	D	C	D

**二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)**

9.  $3a(a-1)^2$       10. 乙      11. 3      12.  $(-1, 2)$  或  $(1, -2)$       13. 3      14. 11      15.  $\frac{4}{5}$

16.93 方案(不唯一):一单:汉堡套餐 1 份,鸡翅、冰激凌、鸡块,共 55 元;一单:汉堡套餐 1 份、冰激凌、蔬菜沙拉,共 38 元.

三. 解答题(本题共 68 分,第 17—22 题,每小题 5 分,第 23—26 题,每小题 6 分,第 27,28 题每小题 7 分)

17. 解:(1)作图略; ..... 3分  
 (2)  $\angle COE = 90^\circ$ ,  $\angle AOB = 45^\circ$ , 一条弧所对的圆周角是它所对圆心角的一半. ..... 5分

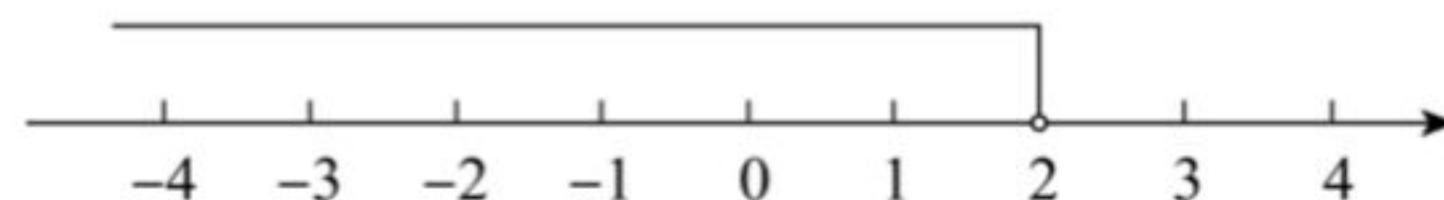
$$18. \text{解: } 2(x-2)-5(x+4) > -30.$$

$$2x - 4 - 5x - 20 > -30.$$

$$-3x > -6.$$

$$x < 2,$$

不等式的解集在数轴上表示为：



5 分

$$19. \text{解: } 1 - \left( \frac{1}{a+3b} + \frac{6b}{a^2 - 9b^2} \right) \div \frac{a+3b}{a^2 - 6ab + 9b^2}$$

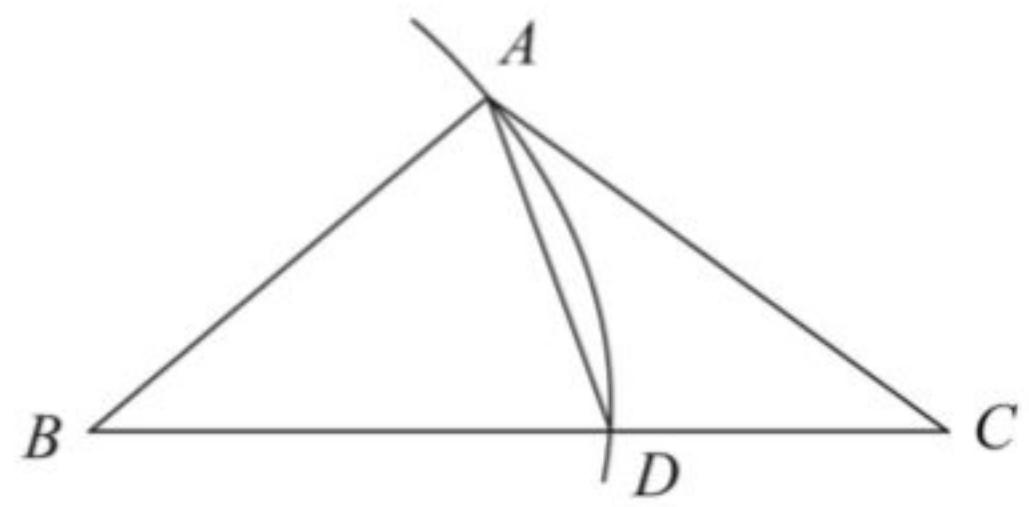
$$= 1 - \left[ \frac{a-3b}{(a+3b)(a-3b)} + \frac{6b}{(a+3b)(a-3b)} \right] \div \frac{a+3b}{(a-3b)^2}$$

$$= 1 - \frac{a-3b+6b}{(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{(a-3b)^2}{a+3b}$$

$$= 1 - \frac{a-3b}{a+3b}$$

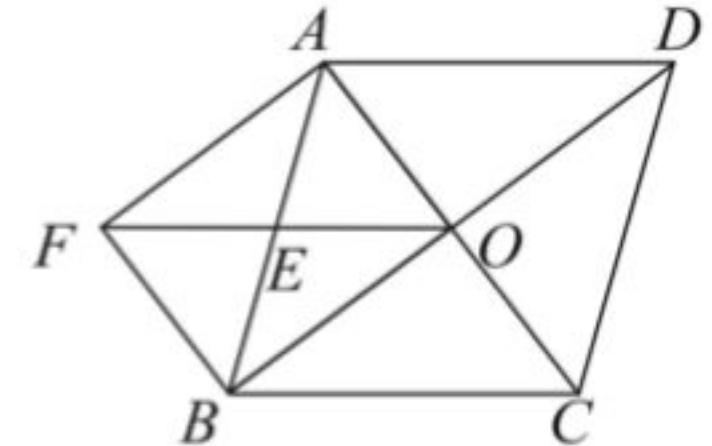
当  $a=2b$ , 即  $a=2b$  时,

20. 解: 如图,  $\because \angle B=40^\circ, \angle C=36^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=104^\circ$ . ..... 1 分  
由作图可知,  $AB=DB$ . ..... 2 分  
 $\therefore \angle BAD=\angle ADB=(180^\circ-\angle B)\div 2=70^\circ$ . ..... 3 分  
 $\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=34^\circ$ . ..... 5 分



21. (1) 证明:  $\because$  点  $E$  是  $AB$  的中点,  $EF=EO$ ,  
 $\therefore$  四边形  $AOBF$  是平行四边形.

又  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,  
 $\therefore AC \perp BD$ , 即  $\angle AOB=90^\circ$ .  
 $\therefore$  四边形  $AOBF$  是矩形. ..... 2 分



- (2) 解:  $\because$  四边形  $AOBF$  是矩形,  
 $\therefore AB=OF, \angle FAO=90^\circ$ .  
又  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,  
 $\therefore AB=AD=5$ .  
 $\therefore OF=5$ .

在  $Rt\triangle AFO$  中,  $OF=5, \sin \angle AFO=\frac{3}{5}$ ,

$\therefore AO=3$ .

$\therefore AC=6$ . ..... 5 分

22. 解: (1)  $\because$  反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0, x > 0$ ) 的图象经过点  $A(1, -4)$ ,

$\therefore k=-4$ .

又  $\because$  直线  $y=-2x+m$  与  $x$  轴交于点  $B(1, 0)$ ,

$\therefore m=2$ . ..... 2 分

- (2) 由题意可得,  $PD=\left|2n-\frac{4}{n}\right|, PC=1$ .

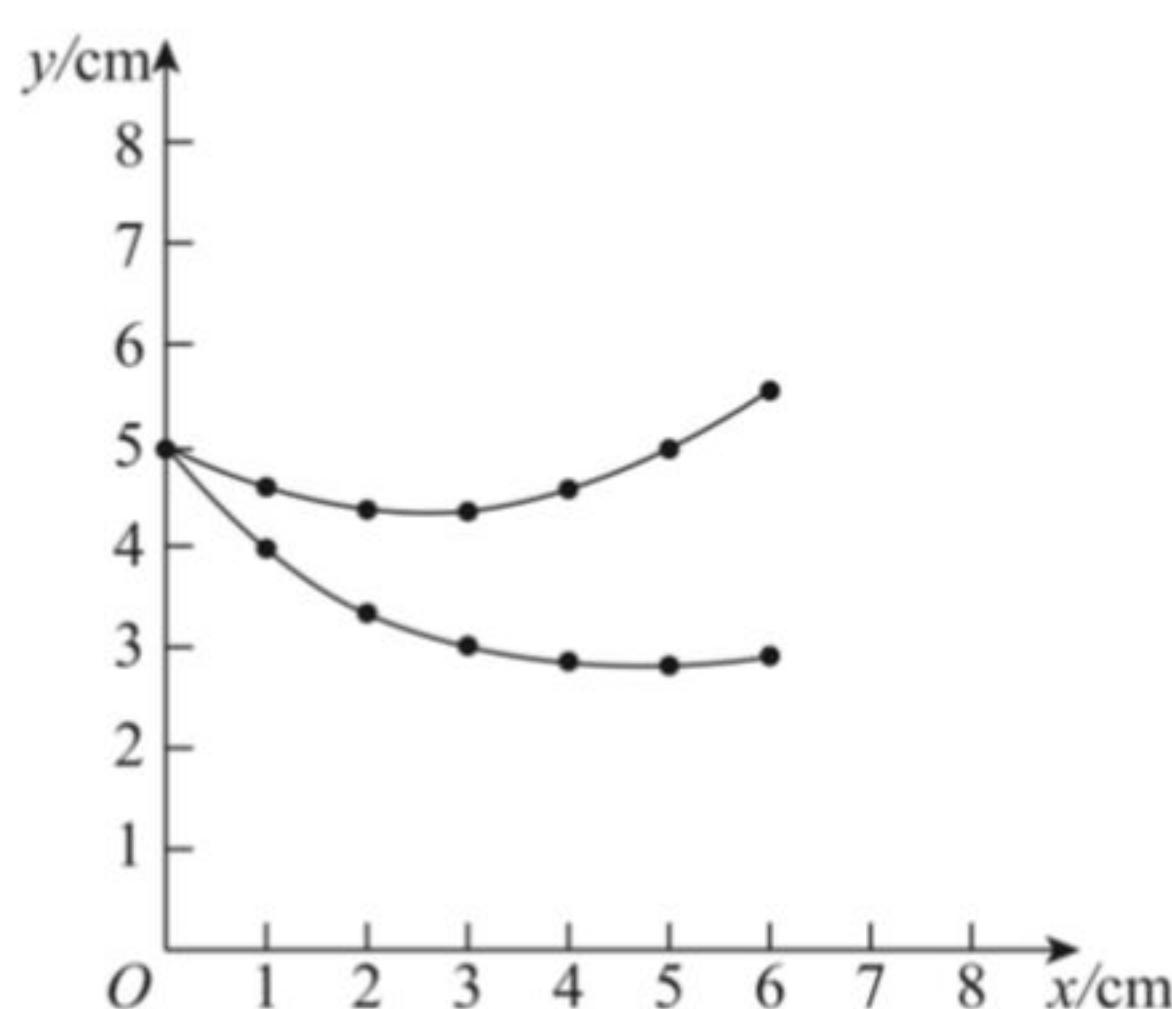
点  $D$  在点  $P$  的下方时, 画出函数图象, 可得当  $PD=2PC$  时,  $n=1$ ;

点  $D$  在点  $P$  的上方时, 画出函数图象, 可得当  $PD=2PC$  时,  $n=2$ .

综上, 当  $PD=2PC$  时,  $n=1$  或  $n=2$ . ..... 5 分

23. 解: (1) 14. ..... 2 分  
(2) 略. ..... 3 分  
(3) 6. 3. ..... 4 分  
(4) ①, ②. ..... 6 分

24. 解: (1)  $AP, DP, DQ$ . ..... 3 分  
(2) 如图所示: ..... 5 分



26. 解:(1)依据题意,得

$$4=36-30+a-2.$$

解得  $a=0$ .

$$\text{此时, } y=x^2-5x-2.$$

所以顶点 C 的坐标为  $(\frac{5}{2}, -\frac{33}{4})$ . ..... 2 分

(2)当抛物线过  $A(0,4)$  时,  $a=6$ ;

当抛物线过  $B(6,4)$  时,  $a=0$ ;

当抛物线顶点在线段 AB 上时,  $a=\frac{49}{4}$ .

结合图象可知,  $a$  的取值范围是  $0 \leq a < 6$  或  $a=\frac{49}{4}$ . ..... 4 分

(3)  $a=8$ . ..... 6 分

27. 解:(1)图略;  $AD, BD, CD$  之间的数量关系是  $AD^2 + BD^2 = CD^2$ . ..... 2 分

(2)如图,过点 A 作  $AE \perp AD$ ,且  $AE=AD$ ,连接 BE, DE.

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ.$$

$$\text{可得 } DE^2 = AD^2 + AE^2 = 2AD^2.$$

$$\because \angle CAB = \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAE.$$

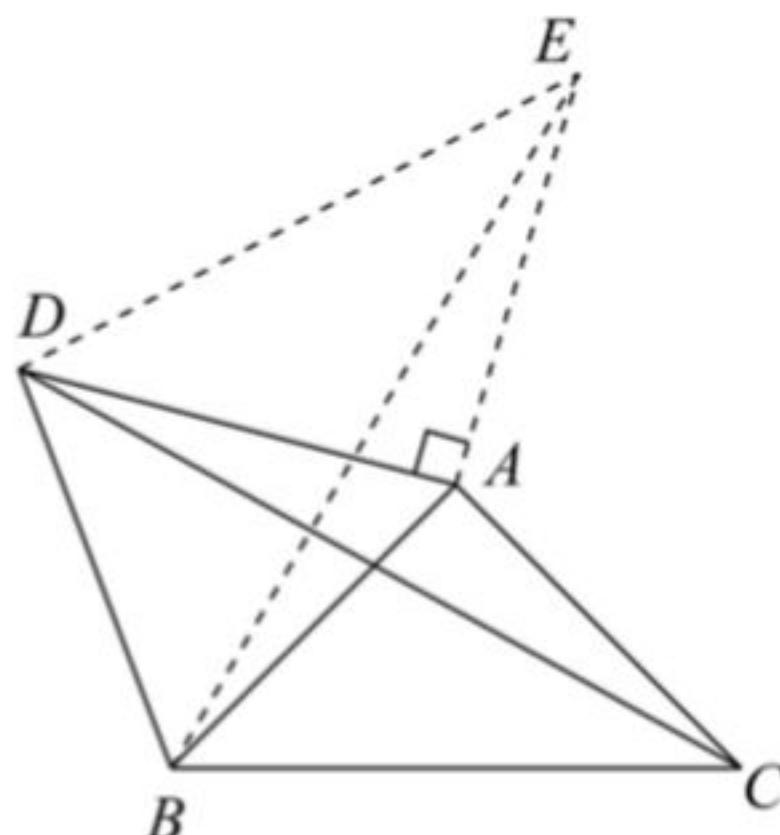
$$\text{又} \because AC = AB,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE. (\text{SAS})$$

$$\therefore CD = BE.$$

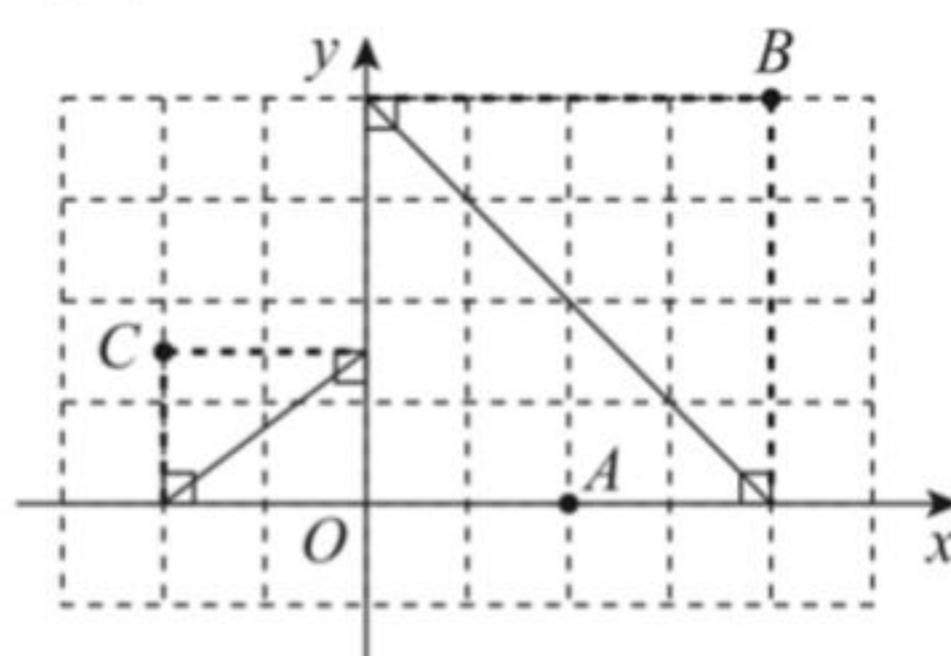
$$\text{在 Rt}\triangle BDE \text{ 中, } DE^2 + BD^2 = BE^2.$$

$$\therefore 2AD^2 + BD^2 = CD^2. \quad \dots \dots \dots \quad 5 \text{ 分}$$

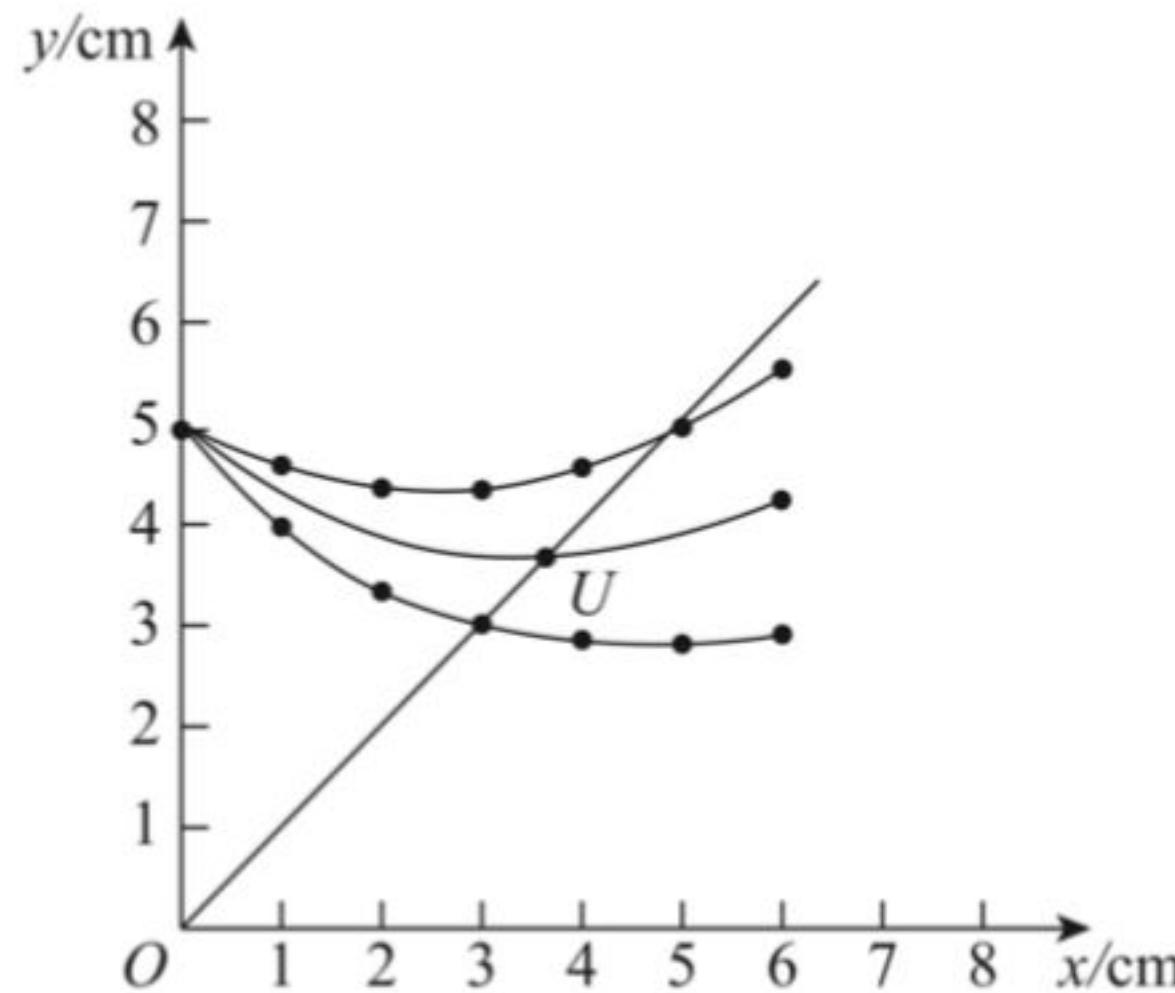


$$(3) (2\sin \frac{\alpha}{2} \cdot AD)^2 + BD^2 = CD^2. \quad \dots \dots \dots \quad 7 \text{ 分}$$

28. 解:(1)  $h_A = 2, h_B = 4\sqrt{2}, h_C = \sqrt{6}$ . ..... 3 分



(3)  $AP$  的长度约为  $3.63$  cm. ..... 6 分



25. (1) 证明: 连接  $OC$ .

$\because CE$  与  $\odot O$  相切,  $OC$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore OC \perp CE$ .

$\therefore \angle OCA + \angle ACE = 90^\circ$ .

$\because OA = OC$ ,

$\therefore \angle A = \angle OCA$ .

$\therefore \angle ACE + \angle A = 90^\circ$ .

$\because OD \perp AB$ ,

$\therefore \angle ODA + \angle A = 90^\circ$ .

$\because \angle ODA = \angle CDE$ ,

$\therefore \angle CDE + \angle A = 90^\circ$ .

$\therefore \angle ACE = \angle CDE$ .

$\therefore EC = ED$ . ..... 3 分

(2) 解:  $\because AB$  为直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ .

在  $Rt\triangle DCF$  中,  $\angle DCE + \angle ECF = 90^\circ$ ,  $\angle DCE = \angle CDE$ ,

$\therefore \angle CDE + \angle ECF = 90^\circ$ .

$\because \angle CDE + \angle F = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ECF = \angle F$ .

$\therefore EC = EF$ .

$\because EF = 3$ ,

$\therefore EC = DE = 3$ .

在  $Rt\triangle OCE$  中,  $OC = 4$ ,  $CE = 3$ ,

$\therefore OE = \sqrt{OC^2 + EC^2} = 5$ .

$\therefore OD = OE - DE = 2$ .

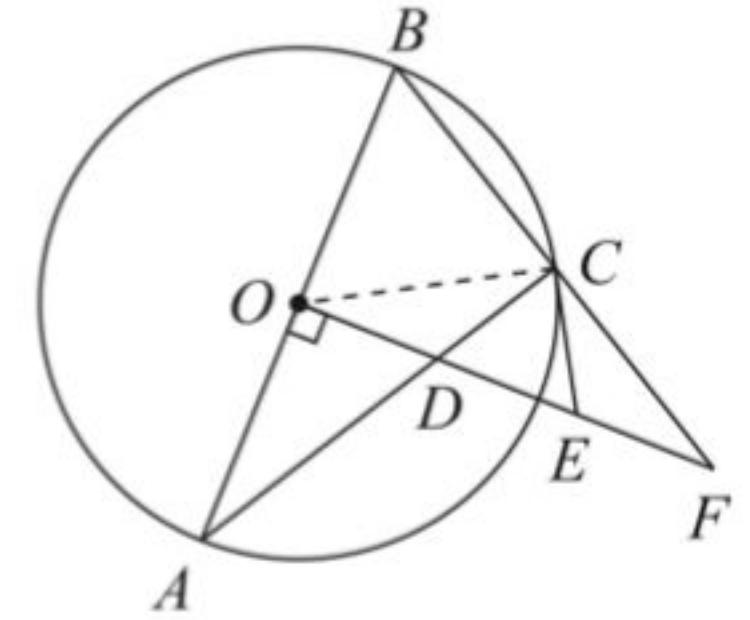
在  $Rt\triangle OAD$  中,  $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 2\sqrt{5}$ .

在  $Rt\triangle AOD$  和  $Rt\triangle ACB$  中,  $\because \angle A = \angle A$ ,

$\therefore Rt\triangle AOD \sim Rt\triangle ACB$ .

$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{AD}{AB}$ .

$\therefore AC = \frac{16\sqrt{5}}{5}$ . ..... 6 分



(2) 如图, 过点  $P$  作  $PM \perp x$  轴于点  $M$ ,  $PN \perp y$  轴于点  $N$ .

$$\because \angle PMO = \angle PNO = \angle MON = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $PMON$  是矩形.

$$\therefore OP = MN.$$

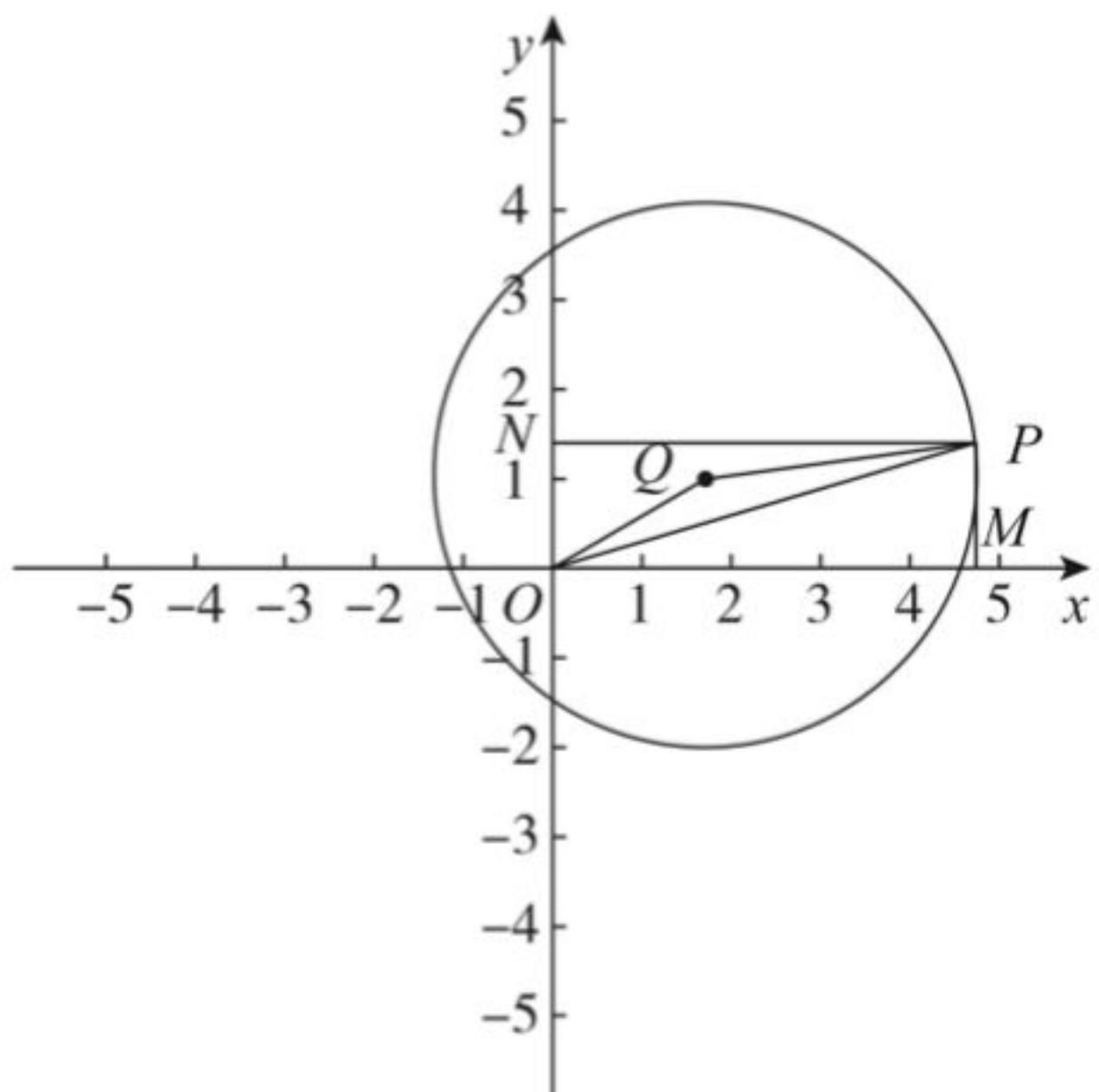
$$\because Q$$
 点坐标为  $(\sqrt{3}, 1)$ ,

$$\therefore OQ = 2.$$

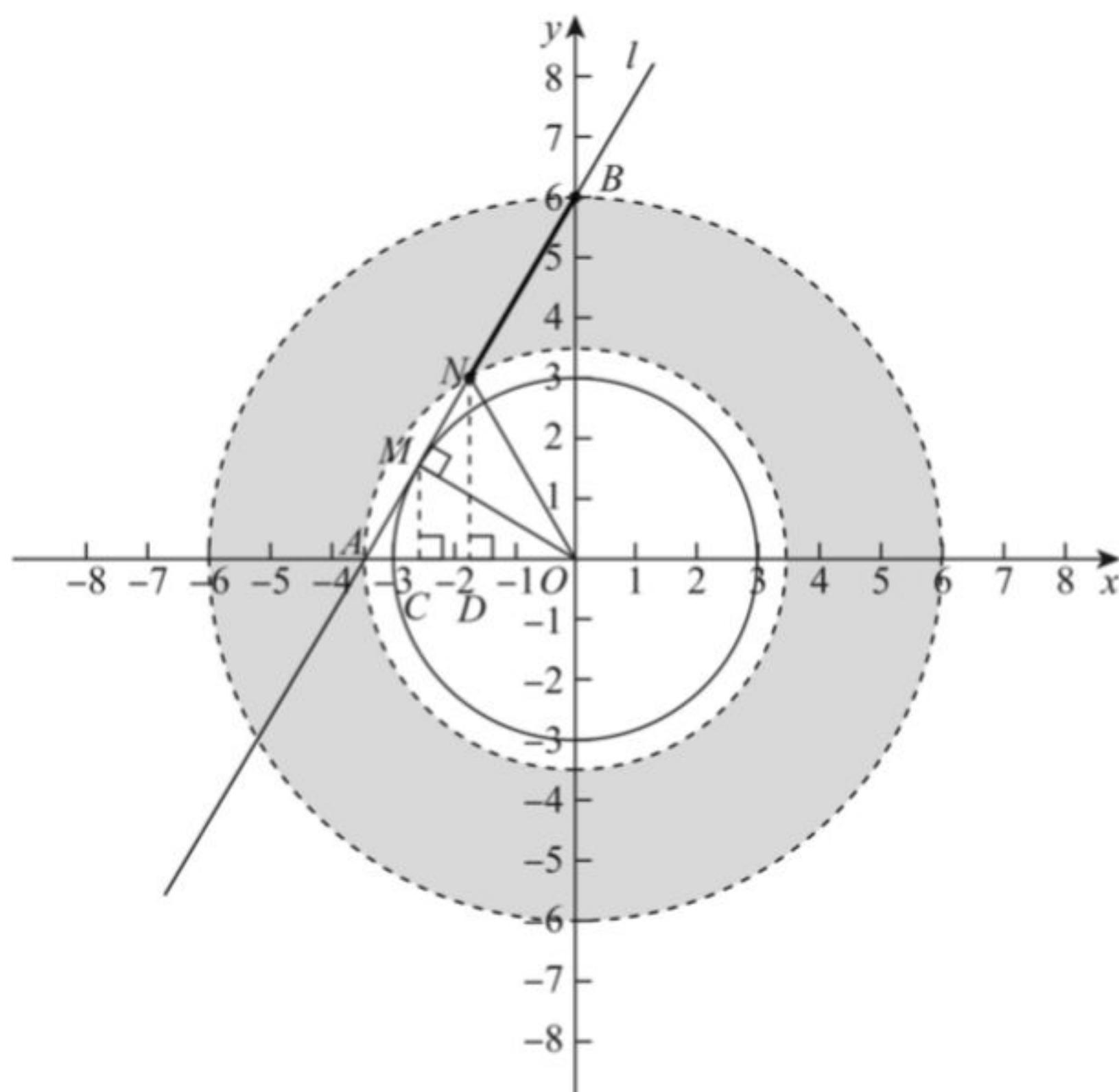
$$\because PQ - OQ \leqslant OP \leqslant PQ + OQ,$$

$$\therefore 3 - 2 \leqslant OP \leqslant 3 + 2.$$

$$\therefore 1 \leqslant h \leqslant 5. \quad \dots \dots \dots \quad 5 \text{ 分}$$



(3) 如图, 设直线  $l$  与  $x$  轴,  $y$  轴的交点分别为  $A, B$ ,  
过点  $O$  作  $OM \perp$  直线  $l$  于点  $M$ , 以  $OA$  为半径作  
 $\odot O$ , 交直线  $l$  于点  $N$ .



$$\because \angle BAO = 60^\circ, AO = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AM = \sqrt{3}.$$

过点  $M, N$  分别作  $x$  轴的垂线, 垂足分别为  $C, D$ ,

$$\text{则 } AC = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 即 } OC = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$\because \triangle AON$  是等边三角形,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AO = \sqrt{3}.$$

$$\therefore t = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } -\sqrt{3} \leqslant t < 0. \quad \dots \dots \dots \quad 7 \text{ 分}$$