

房山区 2020 年九年级衔接诊断测试试卷（二）

数 学

2020.6

考生须知

1. 本试卷共 12 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

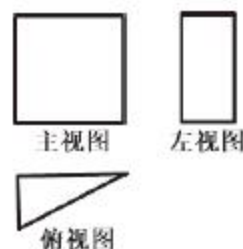
下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. 在迎来庆祝新中国成立 70 周年之后，对于中国而言，2020 年又将是一个新的时间坐标。过去 40 年，中国完成了卓越的经济转型，八亿两千万人成功脱贫，这是人类发展史上具有里程碑意义的重大成就。将 820000000 用科学记数法表示为（ ）

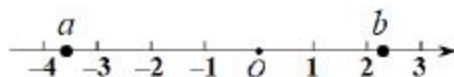
- A. 8.2×10^9 B. 0.82×10^9
C. 8.2×10^8 D. 82×10^7

2. 如图是某个几何体的三视图，该几何体是（ ）

- A. 长方体 B. 三棱柱
C. 正方体 D. 圆柱



3. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（ ）



- A. $|b| < a$ B. $-a < b$ C. $a+b > 0$ D. $|a| > b$

4. 《北京市生活垃圾管理条例》对垃圾分类提出更高要求，于 2020 年 5 月 1 日起施行，施行的目的在于加强生活垃圾管理，改善城乡环境，保障人体健康。下列垃圾分类标志，是中心对称图形的是（ ）



A



B



C

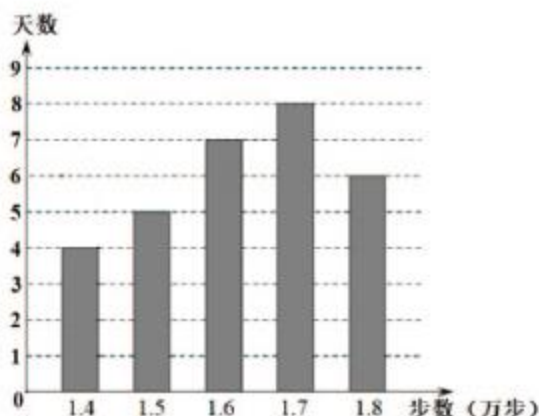


D

5. 李老师是一位运动达人, 他通过佩戴智能手环来记录自己一个月(30天)每天所走的步数, 并绘制成如右统计表:

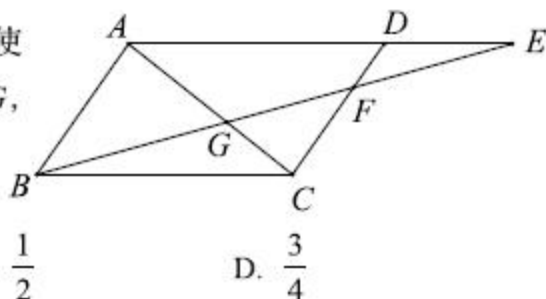
在每天所走的步数这组数据中, 众数和中位数分别是()

- A. 1.6, 1.5 B. 1.7, 1.6
C. 1.7, 1.7 D. 1.7, 1.55

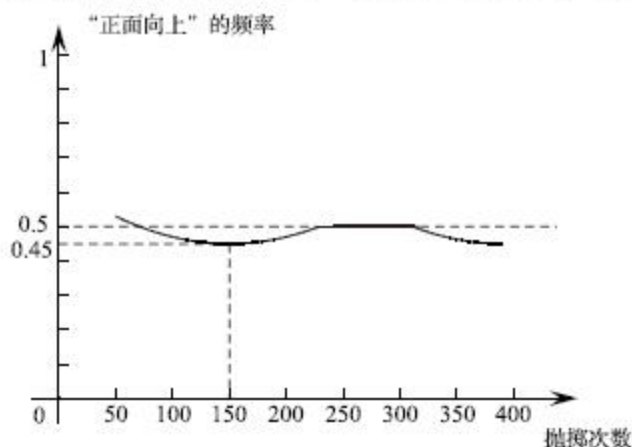


6. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 延长 AD 至点 E , 使 $AD=2DE$, 连接 BE 交 CD 于点 F , 交 AC 于点 G , 则 $\frac{CG}{AG}$ 的值是()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$



7. 如图显示了用计算机模拟随机抛掷一枚硬币的某次实验的结果



下面有三个推断:

- ①当抛掷次数是 100 时, 计算机记录“正面朝上”的次数是 47, 所以“正面朝上”的概率是 0.47;
②随着试验次数的增加, “正面朝上”的频率总在 0.5 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计“正面朝上”的概率是 0.5;
③若再次用计算机模拟此实验, 则当抛掷次数为 150 时, “正面朝上”的频率一定是 0.45.

其中合理的是()

- A. ① B. ② C. ①② D. ①③

8. 2020 年是 5G 爆发元年，三大运营商都在政策的支持下，加快着 5G 建设的步伐。某通信公司实行的 5G 畅想套餐，部分套餐资费标准如下：

套餐类型	月费 (元/月)	套餐内包含内容		套餐外资费	
		国内数据流量 (GB)	国内主叫 (分钟)	国内流量	国内主叫
套餐 1	128	30	200	每 5 元 1GB，用 满 3GB 后 每 3 元 1GB，不足部 分按照 0.03 元 / MB 收取	0.19 元 / 分钟
套餐 2	158	40	300		
套餐 3	198	60	500		
套餐 4	238	80	600		

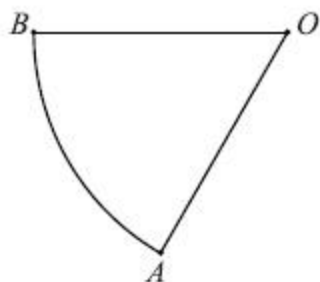
小武每月大约使用国内数据流量 49GB，国内主叫 350 分钟，若想使每月付费最少，则他应预定的套餐是 ()

- A. 套餐 1 B. 套餐 2 C. 套餐 3 D. 套餐 4

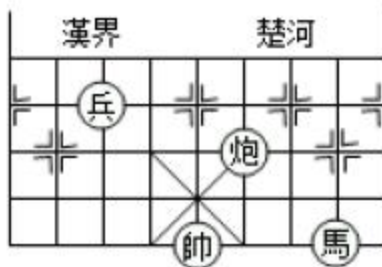
二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 值为 0，则 x 的值是_____。

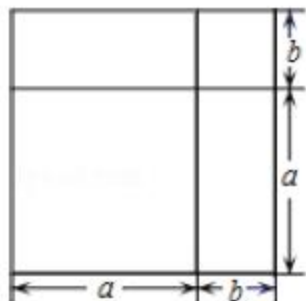
10. 如图，扇形 AOB ，通过测量、计算，得 \widehat{AB} 的长约为_____cm. (π 取 3.14，结果保留一位小数)



11. 如图，若在象棋棋盘上建立直角坐标系，使“帅”位于点 $(-3, -2)$ ，“炮”位于点 $(-2, 0)$ ，则“兵”位于的点的坐标为_____。



12. 如图，一个大正方形被分成两个正方形和两个一样的矩形，请根据图形，写出一个含有 a, b 的正确的等式_____。



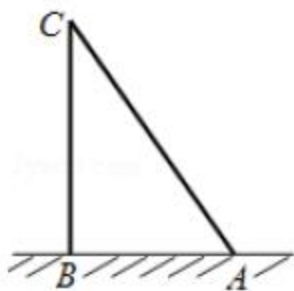
13. 如果 $m+n=4$, 那么代数式 $(\frac{m^2+n^2}{m}+2n) \cdot \frac{2m}{m+n}$ 的值为_____.

14. 已知一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差是 S^2 , 那么另一组数据 $x_1-3, x_2-3, x_3-3, \dots, x_n-3$ 的方差是_____.

15. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作, 奠定了中国传统数学的基本框架. 其中记载了一个“折竹抵地”问题: “今有竹高二丈, 末折抵地, 去本六尺, 问折者高几何?”

译文: “有一根竹子, 原高二丈 (1 丈 = 10 尺), 现被风折断, 竹梢触地面处与竹根的距离为 6 尺, 问折断处离地面的高度为多少尺?”

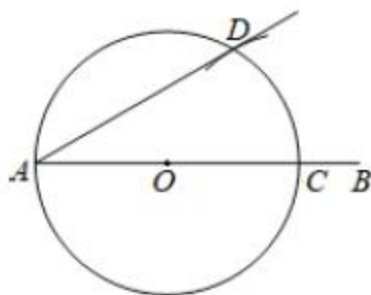
如图, 我们用点 A, B, C 分别表示竹梢, 竹根和折断处, 设折断处离地面的高度 BC 为 x 尺, 则可列方程为



16. 下面是“作一个 30° 角”的尺规作图过程.

已知: 平面内一点 A .

求作: $\angle A$, 使得 $\angle A = 30^\circ$.



作法: 如图,

(1) 作射线 AB ;

(2) 在射线 AB 上取一点 O , 以 O 为圆心, OA 为半径作圆, 与射线 AB 相交于点 C ;

(3) 以 C 为圆心, OC 为半径作弧, 与 $\odot O$ 交于点 D , 作射线 AD .
则 $\angle DAB$ 即为所求的角.

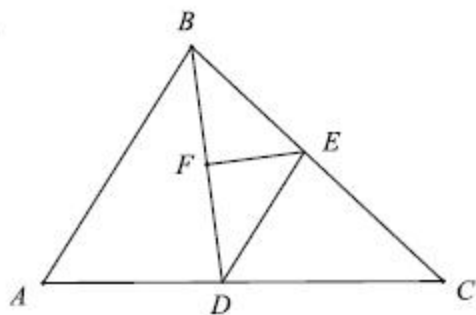
请回答: 该尺规作图的依据是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算： $\sqrt{18} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + 4\sin 30^\circ + |\sqrt{2} - 1|$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x+1) < 2x, \\ \frac{x-1}{2} < x+2. \end{cases}$$

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ，
 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ， F 是 BD 中点.
 求证： EF 平分 $\angle BED$.

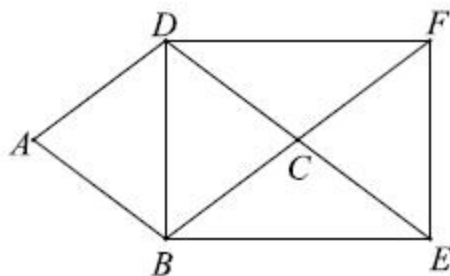


20. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 4x + 3 = 0$.

- (1) 当 $k = 1$ 时，求此方程的根；
- (2) 若此方程有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围.

21. 如图，菱形 $ABCD$ 中，分别延长 DC ， BC 至点 E ， F ，使 $CE = CD$ ， $CF = CB$ ，
 连接 DB ， BE ， EF ， FD .

- (1) 求证：四边形 $DBEF$ 是矩形；
- (2) 若 $AB = 5$ ， $\cos \angle ABD = \frac{3}{5}$ ，求 DF 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与直线 $y = x - 1$ 交于点 $A(3, m)$

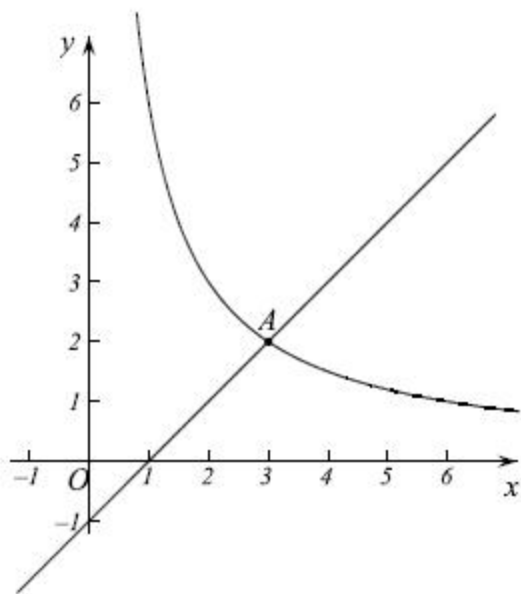
(1) 求 k 的值

(2) 已知点 $P(n, 0) (n > 0)$, 过点 P 作垂直于 x 轴的直线, 交直线 $y = x - 1$ 于

点 B , 交函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 C .

①当 $n=4$ 时, 判断线段 PC 与 BC 的数量关系, 并说明理由;

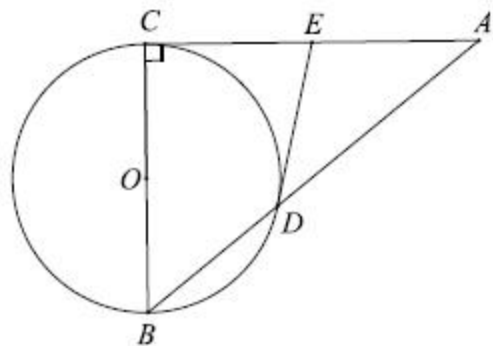
②若 $PC \leq BC$, 结合图象, 直接写出 n 的取值范围.



23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , E 是 AC 中点, 连接 DE .

(1) 判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系并说明理由;

(2) 设 CD 与 OE 的交点为 F , 若 $AB=10$, $BC=6$, 求 OF 的长.



24. GDP 是指一个国家（或地区）在一定时期内生产活动的最终成果，常被公认为是衡量经济状况的最佳指标。截止 2020 年 4 月 27 日，对除西藏外的 30 个省区市第一季度有关 GDP 的数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

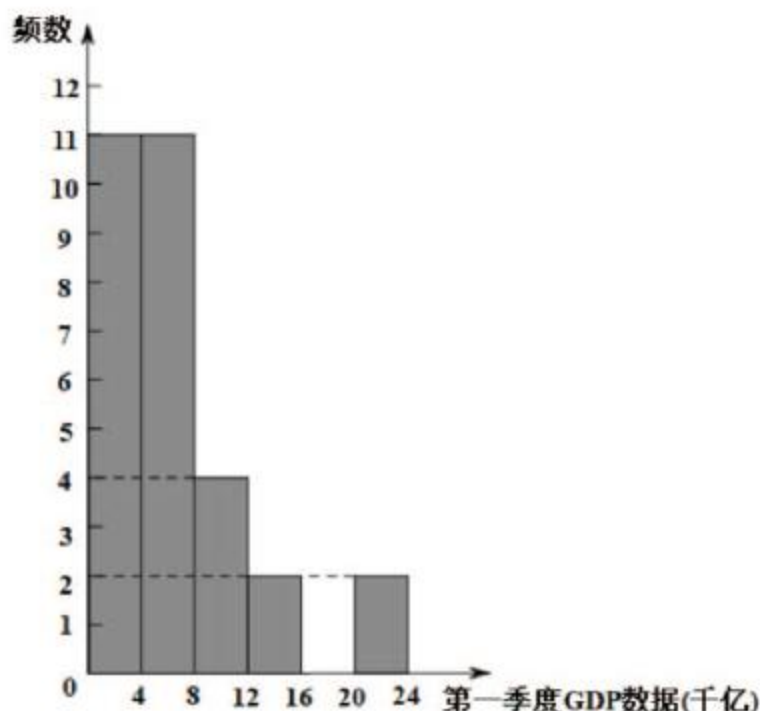


图 24-1

- 各省区市 GDP 数据的频数分布直方图，如图 24-1（数据分成 6 组，各组是 $0 < x \leq 4$, $4 < x \leq 8$, $8 < x \leq 12$, $12 < x \leq 16$, $16 < x \leq 20$, $20 < x \leq 24$ ）；
- 2020 年第一季度 GDP 数据在这一组的是：
4.6 4.9 5.0 5.1 5.3 5.4 6.3 7.4 7.5 7.8 7.8
- 30 个省区市 2020 年第一季度及 2019 年 GDP 增速排名统计图，如图 24-2；
- 北京 2020 年第一季度 GDP 数据约为 7.5 千亿，GDP 增速排名为第 22。

2020年第一季度GDP增速排名

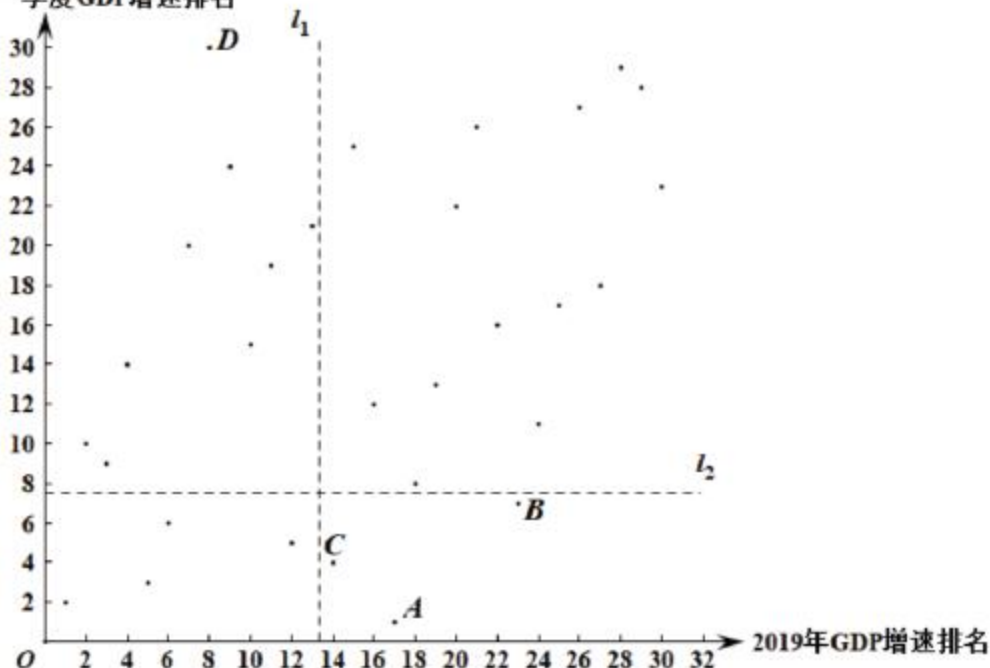
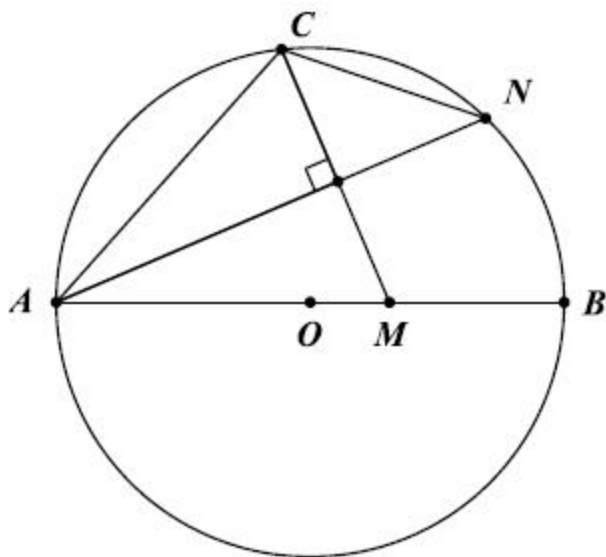


图 24-2

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 在 30 个省区市中，北京 2020 年第一季度 GDP 的数据排名第_____.
 - (2) 在 30 个省区市 2020 年第一季度及 2019 年 GDP 增速排名统计图中，请在图中用“○”圈出代表北京的点.
 - (3) 2020 年第一季度 GDP 增速排名位于北京之后的几个省份中，2019 年 GDP 增速排名的最好成绩是第_____.
 - (4) 下列推断合理的是_____.
- ①与 2019 年 GDP 增速排名相比，在疫情冲击下，2020 年全国第一季度增速排名，部分省市有较大下滑，如 D 代表的湖北排名下滑最多.
 - ②A、B、C 分别代表的新疆、广西、青海位于西部地区，多为人口净流出或少量净流入，经济发展主要依靠本地劳动力供给，疫后复工复产效率相对较高，相对于 2019 年 GDP 增速排名位置靠前.

25. 已知线段 $AB=6\text{cm}$ ，点 M 是线段 AB 上一动点，以 AB 为直径作 $\odot O$ ，点 C 是圆周上一点且 $AC=4\text{cm}$ ，连接 CM ，过点 A 做直线 CM 的垂线，交 $\odot O$ 于点 N ，连接 CN ，设线段 AM 的长为 $x\text{cm}$ ，线段 AN 的长为 $y_1\text{cm}$ ，线段 CN 的长为 $y_2\text{cm}$ 。



小华同学根据学习函数的经验，分别对函数 y_1 ， y_2 ，随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。

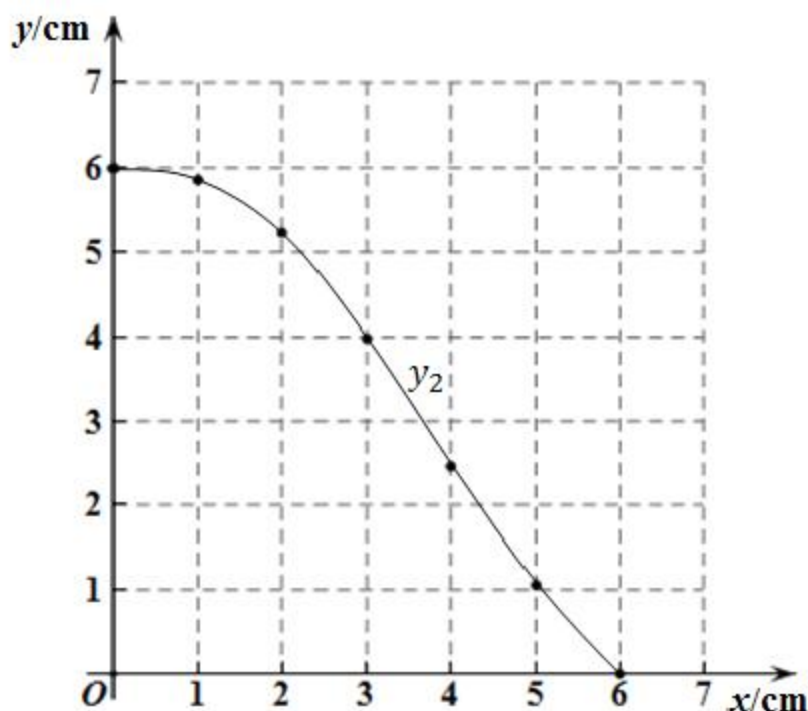
下面是该同学的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1 ， y_2 与 x 的几组对应值：

$x(\text{cm})$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1(\text{cm})$	4.47	5.24	5.86	5.96		4.72	4.00
$y_2(\text{cm})$	6.00	5.86	5.23	3.98	2.46	1.06	0

请你补全表格的相关数值，保留两位小数。

- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1, y_2 的图象（函数 y_2 的图象如图，请你画出 y_1 的图象）



- (3) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $\triangle CAN$ 是等腰三角形时， AM 的长度约为 _____ cm .

26. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=ax^2+2ax+c$ 与 x 轴交于点 A, B ，且 $AB=4$. 抛物线与 y 轴交于点 C ，将点 C 向上移动 1 个单位得到点 D .

- (1) 求抛物线对称轴；
- (2) 求点 D 纵坐标（用含有 a 的代数式表示）；
- (3) 已知点 $P(-4, 4)$ ，若抛物线与线段 PD 只有一个公共点，求 a 的取值范围.

27. 点 C 为线段 AB 上一点, 以 AC 为斜边作等腰 $Rt\triangle ADC$, 连接 BD , 在 $Rt\triangle ABD$ 外侧, 以 BD 为斜边作等腰 $Rt\triangle BED$, 连接 EC .

(1) 如图 1, 当 $\angle DBA=30^\circ$ 时:

①求证: $AC=BD$;

②判断线段 EC 与 EB 的数量关系, 并证明;

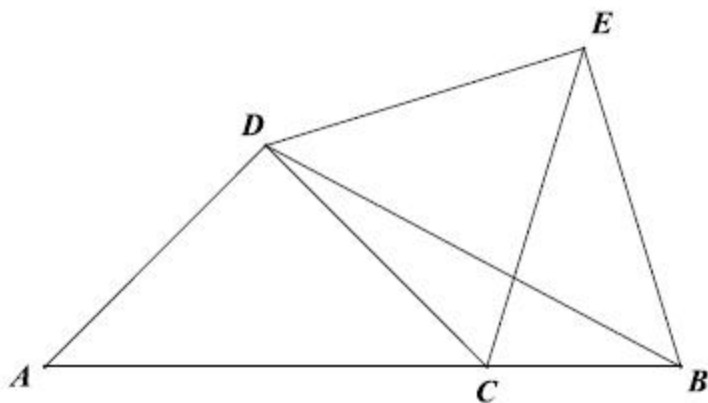


图 1

(2) 如图 2, 当 $0^\circ < \angle DBA < 45^\circ$ 时, EC 与 EB 的数量关系是否保持不变?

对于以上问题, 小牧同学通过观察、实验, 形成了解决该问题的几种思路:

想法 1: 尝试将点 D 为旋转中心, 过点 D 作线段 BD 垂线, 交 BE 延长线于点 G , 连接 CG ; 通过证明 $\triangle ADB \cong \triangle CDG$ 解决以上问题;

想法 2: 尝试将点 D 为旋转中心, 过点 D 作线段 AB 垂线, 垂足为点 G , 连接 EG . 通过证明 $\triangle ADB \sim \triangle GDE$ 解决以上问题;

想法 3: 尝试利用四点共圆, 过点 D 作 AB 垂线段 DF , 连接 EF , 通过证明 D 、 F 、 B 、 E 四点共圆, 利用圆的相关知识解决以上问题.

请你参考上面的想法, 证明 $EC=EB$ (一种方法即可)

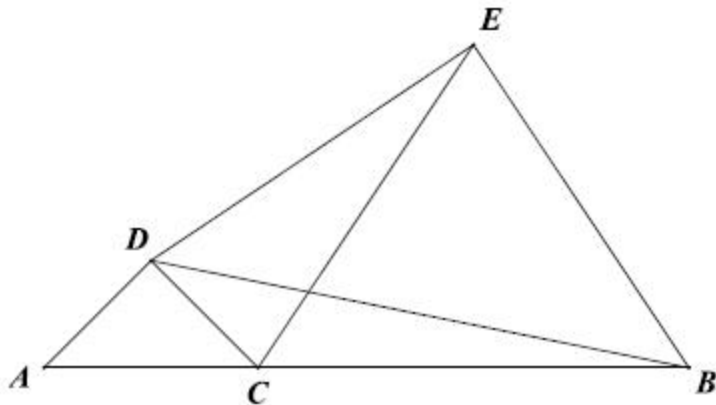


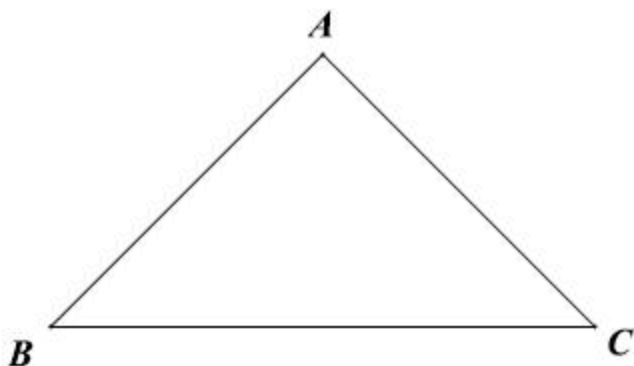
图 2

28. 过三角形的任意两个顶点画一条弧，若弧上的所有点都在该三角形的内部或边上，则称该弧为三角形的“形内弧”。

(1) 如图，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AB=AC=2$ 。

①在下图中画出一条 $Rt\triangle ABC$ 的形内弧；

②在 $Rt\triangle ABC$ 中，其形内弧的长度最长为_____。



(2) 在平面直角坐标系中，点 $D(-2, 0)$ ， $E(2, 0)$ ， $F(0, 1)$ 。

点 M 为 $\triangle DEF$ 形内弧所在圆的圆心，求点 M 纵坐标 y_M 的取值范围；

(3) 在平面直角坐标系中，点 $M(2, 2\sqrt{3})$ ，点 G 为 x 轴上一点，点 P 为 $\triangle OMG$ 最长形内弧所在圆的圆心，求点 P 纵坐标 y_P 的取值范围。