



- 即  $(-2)^2 - 4n = 0$ . .....2 分
- $\therefore n = 1$ . .....3 分
- (2)  $\because$  原方程有一个实数根为 0,
- $\therefore 0^2 - 2 \times 0 + n = 0$
- 即  $n = 0$ . .....4 分
- $\therefore$  原方程可化为  $x^2 - 2x = 0$ .
- $\therefore$  另一个根为 2. ....5 分
21. (1) 证明:
- $\because AG \parallel DC, CG \parallel DA,$
- $\therefore$  四边形  $ADCG$  为平行四边形. ....1 分
- $\because$   $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  边的中点,
- $\therefore AD = CD = BD$ .
- $\therefore$  四边形  $ADCG$  是菱形. ....2 分
- (2) 解:  $\because$  四边形  $ADCG$  是菱形,
- $\therefore \angle CAG = \angle BAC$ . ....3 分
- $\because \tan \angle CAG = \frac{3}{4},$
- $\therefore \tan \angle BAC = \frac{3}{4}.$
- $\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$ . ....4 分
- $\because AB = 10,$
- $\therefore BC = 6$ . ....5 分
22. 解: (1) 18. ....1 分
- (2) 2.1. ....2 分
- (3)  $2.5 \times 20\% = 0.5$ (亿吨)
- $40 \div 0.02 = 2000$ (亿元/亿吨)
- $2000 \times 0.5 = 1000$ (亿元)
- 答: 根据 G 市的数据估计 2019 年我国可回收垃圾所创造的经济总价值是 1000 亿元.
- .....5 分
23. (1) 证明:
- $\because DB$  是  $\odot O$  的切线,
- $\therefore \angle OBD = \angle OBC + \angle DBC = 90^\circ$ . ....1 分
- $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,
- $\therefore \angle ACB = \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$ . ....2 分
- $\because OC = OB,$
- $\therefore \angle OBC = \angle OCB.$
- $\therefore \angle DBC = \angle OCA$ . ....3 分

(2) 解: 在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,  $\angle A=30^\circ$ ,  $AC=2$ , 可得  $CB=AC\tan A=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ . .....4 分

$$\because \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle COB=2\angle A=60^\circ.$$

$$\therefore \angle D=90^\circ - \angle COB=30^\circ. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle OCA=\angle A=30^\circ.$$

$$\therefore \angle DBC=\angle OCA=30^\circ.$$

$$\therefore \angle D=\angle DBC.$$

$$\therefore CB=CD.$$

$$\therefore CD=\frac{2}{3}\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

24. 解: (1) 依题意,  $P(1, p)$  在函数  $y=\frac{2}{x}(x>0)$  的图象上,

$$\text{可得 } p=\frac{2}{1}=2, \text{ 得点 } P(1, 2). \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{将 } P(1, 2) \text{ 代入直线 } y=kx(k \neq 0), \text{ 得 } k=2. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ① 由于  $M$  是函数  $y=\frac{2}{x}(x>0)$  图象上一点, 且点  $M$  的横坐标为  $m$ ,

$$\text{可得点 } M \text{ 的纵坐标为 } \frac{2}{m}.$$

又因为过  $M$  作  $x$  轴的平行线交直线  $y=kx(k \neq 0)$  于点  $N$ ,

$$\text{得 } \frac{2}{m}=2x, \text{ 解得 } x=\frac{1}{m}, \text{ 即 } N \text{ 点坐标为 } (\frac{1}{m}, \frac{2}{m}). \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{② } 0 < m < \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ 或者 } m > \sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

25. 解: (1)  $AC, \frac{(x+1)^2}{x}$ . .....2 分

(2) 如图所示:

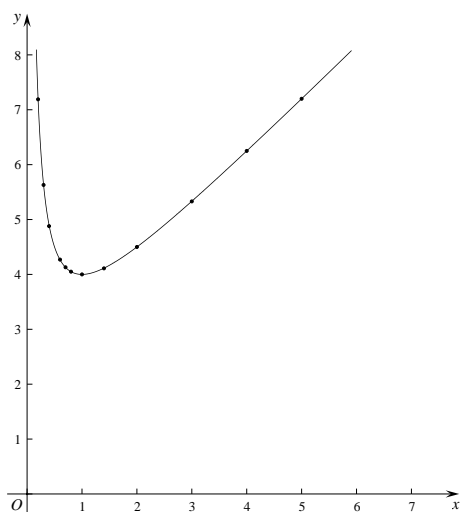


图 2

$$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

- (3) ①当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大 (答案不唯一) . .....5 分  
 ②4.8. ....6 分

26. 解: (1)  $\because y = mx^2 + 2mx + 3$  的图象与  $y$  轴交于点  $B$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(0, 3)$ . ....1 分

$\because y = mx^2 + 2mx + 3$  的图象与  $x$  轴交于点  $A(-3, 0)$ ,

$\therefore$  将  $A(-3, 0)$  代入  $y = mx^2 + 2mx + 3$  可得  $9m - 6m + 3 = 0$ .

$\therefore m = -1$ .

$\therefore$  该函数的表达式为  $y = -x^2 - 2x + 3$ . ....3 分

(2)  $\because$  将二次函数  $y = mx^2 + 2mx + 3$  的图象在点  $A, B$  之间的

部分 (含  $A, B$  两点) 记为  $F$ ,

$\therefore F$  的端点为  $A, B$ , 并经过抛物线  $y = mx^2 + 2mx + 3$  的

顶点  $C$  (其中  $C$  点坐标为  $(-1, 4)$ ).

$\therefore$  可画  $F$  如图 1 所示.

$\because$  二次函数  $y = x^2 + 2x + a$  的图象的对称轴为  $x = -1$ ,

且与  $F$  只有一个公共点,

$\therefore$  可分别把  $A, B, C$  的坐标代入解析式  $y = x^2 + 2x + a$  中.

$\therefore$  可得三个  $a$  值分别为  $-3, 3, 5$ .

可画示意图如图 2 所示.

$\therefore$  结合函数图象可知:

二次函数  $y = x^2 + 2x + a$  的图象与  $F$  只有一个公共点时,

$a$  的取值范围是  $-3 \leq a < 3$  或  $a = 5$ .

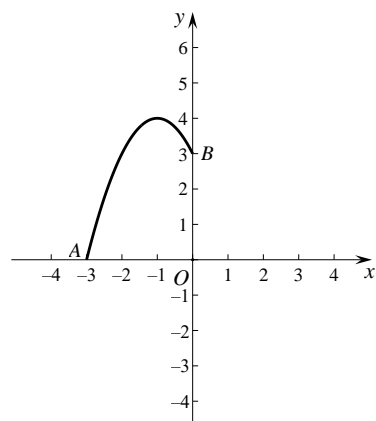


图 1

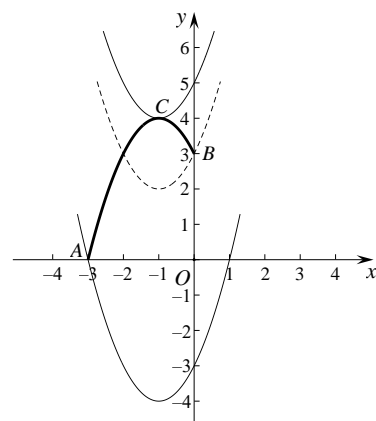
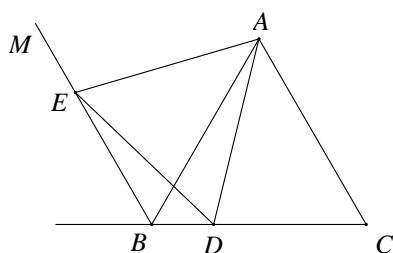


图 2

.....6 分

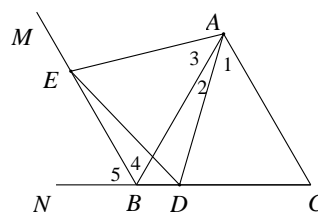
27. (1) 依题意补全图形



.....1 分

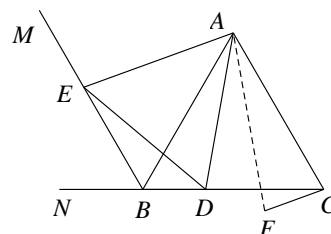
(2) 证明:

- ∵  $\triangle ABC$  是等边三角形,
- ∴  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=\angle ABC=\angle C=60^\circ$ .
- ∴  $\angle 1+\angle 2=60^\circ$ .
- ∵ 射线  $AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到射线  $AE$ ,
- ∴  $\angle DAE=60^\circ$ .
- ∴  $\angle 2+\angle 3=60^\circ$ .
- ∴  $\angle 1=\angle 3$ . .....2 分
- ∵  $\angle ABC=60^\circ$ ,
- ∴  $\angle ABN=180^\circ-\angle ABC=120^\circ$ .
- ∵  $BM$  平分  $\angle ABN$ ,
- ∴  $\angle 4=\angle 5=60^\circ$ .
- ∴  $\angle 4=\angle C$ .
- ∴  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ .
- ∴  $AD=AE$ . .....3 分



(3) ① 证明: 连接  $AF$ , 设  $\angle BAD=\alpha$ ,

- ∵ 点  $B$  与点  $F$  关于直线  $AD$  对称,
- ∴  $\angle FAD=\angle BAD=\alpha$ ,  $FA=AB$ .
- ∵  $\angle DAE=60^\circ$ ,
- ∴  $\angle BAE=\angle DAE-\angle DAB=60^\circ-\alpha$ .
- ∵ 等边三角形  $ABC$  中,  $\angle BAC=60^\circ$ ,
- ∴  $\angle EAC=\angle BAE+\angle BAC=120^\circ-\alpha$ . .....4 分
- ∵  $AB=AC$ ,  $AF=AB$ ,
- ∴  $AF=AC$ .
- ∴  $\angle F=\angle ACF$ .
- ∵  $\angle FAC=\angle BAC-\angle FAD-\angle BAD=60^\circ-2\alpha$ ,



- 且  $\angle F+\angle ACF+\angle FAC=180^\circ$ ,
- ∴  $\angle ACF=60^\circ+\alpha$ . .....5 分
- ∴  $\angle EAC+\angle ACF=180^\circ$ .
- ∴  $AE \parallel CF$ . .....6 分
- ②  $20^\circ$ . .....7 分

28. 解: (1) 弧  $G_2$ , 弧  $G_3$ . .....2 分

(2) ∵ 弧  $G$  为  $\triangle OAB$  的内切弧, 且弧  $G$  与边  $AB$ ,  $OB$  相切,

- ∴ 弧  $G$  所在圆的圆心在  $\angle OBA$  的角平分线  $BI$  上.

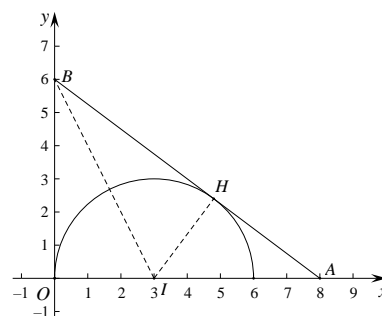
易知若弧  $G$  的半径最大, 则弧  $G$  所在圆的圆心  $I$  在

$\triangle OAB$  的边  $OA$  上. 设弧  $G$  与边  $AB$ ,  $OB$  相切分别

切于点  $O$ ,  $H$ .

- ∴  $IH \perp AB$ .

- ∵  $A(8,0)$ ,  $B(0,6)$ ,



- ∴  $BO=6$ ,  $AO=8$ ,  $AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=10$ .

$\because \angle IOB = \angle IHB = 90^\circ, OI = IH, BI = BI,$

$\therefore \triangle IOB \cong \triangle IHB.$  .....3 分

$\therefore BH = BO = 6.$

$\therefore AH = AB - BH = 4, AI = AO - OI = 8 - OI, OI = HI.$

在  $\text{Rt}\triangle AIH$  中,  $AI^2 = AH^2 + HI^2$ , 即  $(8 - OI)^2 = 4^2 + OI^2.$

解得  $OI = 3.$  .....4 分

(3) ①  $\triangle OAM$  的完美内切弧半径的最大值为  $\frac{12}{5}.$  .....5 分

② 线段  $DF$  长度的取值范围是  $\frac{3}{5} \leq DF \leq 3$  且  $DF \neq \frac{48}{25}.$  .....7 分

注: 本试卷各题中若有其他合理的解法请酌情给分.