

2020 中考数学预测卷

(满分: 150 分; 时间: 100 分钟)

考生注意:

- 1、本试卷含有三个大题, 共 25 小题;
- 2、答题时, 考生务必按照答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
- 3、除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的】

1. 下面与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{\frac{1}{6}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

2. 港珠澳大桥是连接香港、珠海、澳门的超大型跨海通道, 全长约 55000 米, 把 55000 用科学计数法表示为 ()

A. 55×10^3 B. 5.5×10^4 C. 5.5×10^5 D. 0.55×10^5

3. 反比例函数 $y = \frac{3k+1}{x}$, 当 $k > -\frac{1}{3}$ 时, 下列图像经过_____象限, $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而_____.下面正确的是 ()

A. 一、三, 减小; B. 一、三, 增大;
C. 二、四, 减小; D. 二、四, 增大;

4. 下列事件是必然事件的是 ()

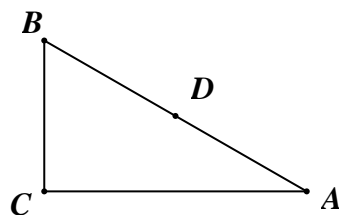
A. 2019 年 10 月 5 日上海市的天气是晴天;
B. 从一副扑克牌中任意抽出一张是黑桃;
C. 在一个三角形中, 任意两边之和大于第三边;
D. 打开电视, 正在播广告;

5. 若顺次连接四边形的各边中点所得的四边形是矩形, 则该四边形一定是 ()

A. 矩形 B. 等腰梯形
C. 对角线相等的四边形 D. 对角线互相垂直的四边形

6. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, $\angle B = 60^\circ$, D 为斜边 AB 的中点, $\odot D$ 的半径为 2, 那么下列说法不正确的是 ()

- A. 点 A 、 B 、 C 都在 $\odot D$ 上
- B. 点 C 在 $\odot D$ 内, 点 A 、 B 在 $\odot D$ 上
- C. BC 的中点在 $\odot D$ 内
- D. D 是 $\triangle ABC$ 的外心



二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 因式分解: $4x^3 - x =$ _____.

8. 方程 $\sqrt{x^2 - 3x} = 2$ 的解是 _____.

9. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 _____.

10. 某文具店五月份销售各种水笔 2000 支, 七月份销售各种水笔 2880 支, 若每个月销售的增长率相同均为 x , 则可列方程为 _____.

11. 将二次函数 $y = -2x^2$ 的图像向右平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得图像的解析式为 _____.

12. 已知传送带与水平面所成的斜面的坡度 $i = 1:2.4$, 已知物体经过的路程为 26 米, 此时物体离地面的距离是 _____ 米.

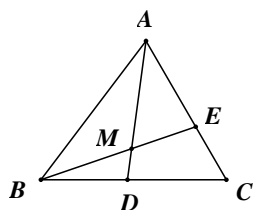
13. 某中学理科竞赛中, 张敏同学的数学、物理、化学得分 (单位: 分) 分别为 84, 88, 92, 若依次按照 4:3:3 的比例确定理科成绩, 则张敏的成绩为 _____ 分.

14. 四张卡片上分别写着 $-2, 1, 0, -1$, 若从中随机抽出两张, 卡片上数字之和为负数的概率是 _____.

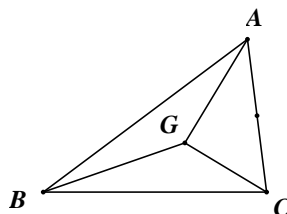
15. 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} =$ _____ (结果用 \vec{a}, \vec{b} 表示).

16. 如图, 已知: $AM:MD = 4:1$, $BD:DC = 2:3$, 则 $AE:EC =$ _____

17. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $AG \perp GC$, $BG = 4$, 那么 AC 的长为 _____.



第16题



第17题

18. 当 m, n 是正实数, 且满足 $m + n = mn$, 就称点 $P(m, \frac{m}{n})$ 为“完美点”。已知点 $A(0, 5)$ 与点 M 都在直线 $y = -x + b$ 上, 点 B, C 是“完美点”, 且点 B 在线段 AM 。若 $MC = \sqrt{3}$, $AM = 4\sqrt{2}$, 则 $\triangle MBC$ 的面积为_____

三、解答题 (本大题共 7 题, 19、20、21、22 各 10 分, 23、24 题各 12 分, 25 题 14 分, 满分 78 分)

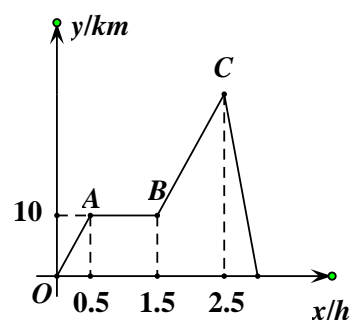
19. (本题满分 10 分) 计算: $(-1)^{2018} - 2\cos 30^\circ - (\frac{1}{2})^{-2} - |\sqrt{3} - 2| + (2018 - \pi)^0$

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 1 \\ x^2 - 2xy + x = 0 \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分)

“低碳生活，绿色出行”的理念已深入人心，现在越来越多的人选择骑自行车上下班或者外出旅游，周末小红相约到郊外游玩，她从家出发 0.5 小时后到达甲地，玩一段时间后按原速前往乙地，刚到达乙地，接到妈妈电话，快速返回家中，小红从家出发到返回家中，行进路程 $y(km)$ 随时间 $x(h)$ 变化的函数图像大致如图所示.

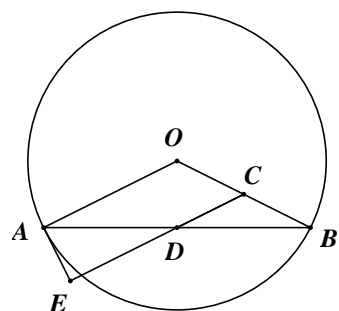
- (1) 小红从甲地到乙地骑车的速度为 $\underline{\hspace{2cm}} km/h$;
- (2) 当 $1.5 \leq x \leq 2.5$ 时，求出路程 $y(km)$ 关于时间 $x(h)$ 的函数解析式，并求乙地离小红家多少千米?



22. (本题满分 10 分)

如图，在 $\odot O$ 中， C 、 D 分别为半径 OB 、弦 AB 的中点，连接 CD 并延长，交过点 A 的切线于点 E .

- (1) 求证: $AE \perp CE$.
- (2) 若 $AE = 2, \sin \angle ADE = \frac{1}{3}$, 求 OB 的长.

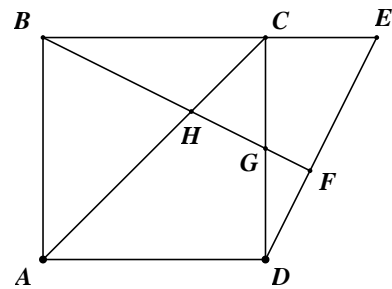


23. (本题满分 12 分)

如图, 点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长线上一点, 连结 DE , 过顶点 B 作 $BF \perp DE$, 垂足为 F , BF 分别交 AC 于 H , 交 CD 于 G .

(1) 求证: $BG = DE$;

(2) 若点 G 为 CD 的中点, 求 $\frac{HG}{GF}$ 的值



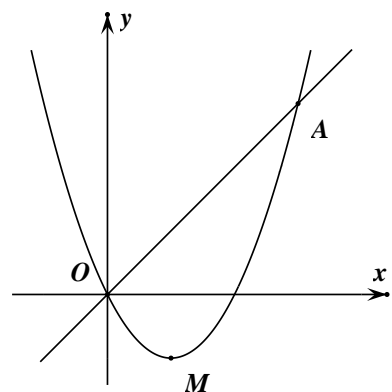
24. (本题满分 12 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = x$ 与二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图象相交于 O 、 A 两点, 点 $A(3,3)$, 点 M 为抛物线的顶点.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 长度为 $2\sqrt{2}$ 的线段 PQ 在线段 OA (不包括端点) 上滑动, 分别过点 P 、 Q 作 x 轴的垂线交抛物线于点 P_1 、 Q_1 , 求四边形 PQQ_1P_1 面积的最大值;

(3) 线段 OA 上是否存在点 E , 使得点 E 关于直线 MA 的对称点 F 满足 $S_{\triangle AOF} = S_{\triangle AOM}$? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 5 分)

矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=3$, O 为边 AD 上一点, 以 O 为圆心, OA 为半径 r 作 $\odot O$, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BF , F 为切点.

- (1) 如图 1, 当 $\odot O$ 经过点 C 时, 求 $\odot O$ 截边 BC 所得弦 MC 的长度;
- (2) 如图 2, 切线 BF 与边 AD 相交于点 E , 当 $FE=FO$ 时, 求 r 的值;
- (3) 如图 3, 当 $\odot O$ 与边 CD 相切时, 切线 BF 与边 CD 相交于点 H , 设 $\triangle BCH$ 、四边形 $HFOD$ 、四边形 $FOAB$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 求 $\frac{S_1+S_2}{S_3}$ 的值.

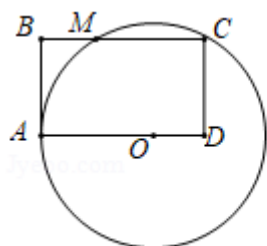


图1

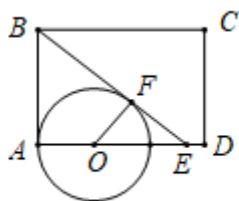


图2

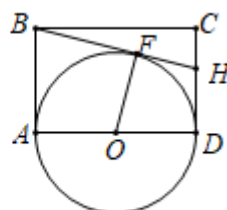


图3

2020 年中考预测卷答案

一、选择题：

1. D 2. B 3. A 4. C 5. D 6. B

二、填空题：

7. $x(2x+1)(2x-1)$

8. $x = -1, 4$

9. $m \neq -1$

10. $2000 \cdot 1 + x^2 = 2880$

11. $y = -2(x-1)^2 - 2$

12. 10

13. 87.6

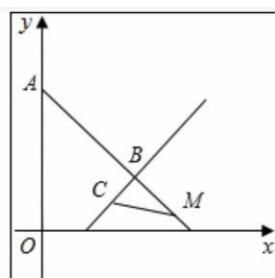
14. $\frac{2}{3}$

15. $\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$

16. $\frac{8}{5}$

17. 4

18. $\frac{\sqrt{2}}{2}$



$\because m+n=mn$ 且 m, n 是

正实数,

$$\therefore \frac{m}{n} + 1 = m, \text{ 即 } \frac{m}{n} = m - 1,$$

$$\therefore P(m, m-1),$$

即“完美点” B 在直线 $y = x - 1$ 上,

\because 点 $A(0, 5)$ 在直线 $y = -x + b$ 上,

$$\therefore b = 5,$$

$$\therefore \text{直线 } AM: y = -x + 5,$$

\because “完美点” B 在直线 AM 上,

$$\therefore \text{由 } \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore B(3, 2),$$

\therefore 一、三象限的角平分线 $y = x$ 垂直于二、四象限的角平分线 $y = -x$ ，而直线 $y = x - 1$ 与直线 $y = x$ 平行，直线 $y = -x + 5$ 与直线 $y = -x$ 平行，
 \therefore 直线 AM 与直线 $y = x - 1$ 垂直，
 \therefore 点 B 是直线 $y = x - 1$ 与直线 AM 的交点，
 \therefore 垂足是点 B ，
 \therefore 点 C 是“完美点”，
 \therefore 点 C 在直线 $y = x - 1$ 上，
 $\therefore \triangle MBC$ 是直角三角形，
 $\therefore B(3, 2), A(0, 5)$ ，
 $\therefore AB = 3\sqrt{2}$ ，
 $\therefore AM = 4\sqrt{2}$ ，
 $\therefore BM = \sqrt{2}$ ，
 又 $\therefore CM = \sqrt{3}$ ，
 $\therefore BC = 1$ ，
 $\therefore S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} BM \cdot BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

三、解答题：

19.

$$\text{原式} = 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 - 2 + \sqrt{3} + 1 = -4$$

$$20. \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

21.

解：（1）在 OA 段，速度 $= \frac{10}{0.5} = 20 \text{ km/h}$ ，

故答案为 20。

（2）当 $1.5 \leq x \leq 2.5$ 时，设 $y = 20x + b$ ，把 $(1.5, 10)$ 代入得到， $10 = 20 \times 1.5 + b$ ，解得 $b = -20$ ，

$$\therefore y = 20x - 20,$$

当 $x = 2.5$ 时，解得 $y = 30$ ，

\therefore 乙地离小红家 30 千米

22.

(1) 证明: 如图,

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AE \perp AO$,

$\therefore \angle OAE = 90^\circ$,

$\because C, D$ 分别为半径 OB , 弦 AB 的中点,

$\therefore CD$ 为 $\triangle AOB$ 的中位线.

$\therefore CD \parallel OA$.

$\therefore \angle E = 90^\circ$.

$\therefore AE \perp CE$;

(2) 解: 连接 OD , 如图,

$\because AD = CD$,

$\therefore OD \perp AB$,

$\therefore \angle ODA = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle AED$ 中, $\sin \angle ADE = \frac{AE}{AD} = \frac{1}{3}$,

$\therefore AD = 6$,

$\because CD \parallel OA$,

$\therefore \angle OAD = \angle ADE$.

在 $Rt\triangle OAD$ 中, $\sin \angle OAD = \frac{1}{3}$,

设 $OD = x$, 则 $OA = 3x$,

$\therefore AD = \sqrt{(3x)^2 - x^2} = 2\sqrt{2}x$,

即 $2\sqrt{2}x = 6$, 解得 $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore OA = 3x = \frac{9\sqrt{2}}{2}$,

即 OB 长为 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

23.

解: (1) $\because BF \perp DE$,

$$\therefore \angle GFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG = 90^\circ, \angle BGC = \angle DGF,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle CDE,$$

在 $\triangle BCG$ 与 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle CBG = \angle CDE \\ BC = CD \\ \angle BCG = \angle DCE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCG \cong \triangle DCE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BG = DE,$$

(2) 设 $CG = 1$,

$\because G$ 为 CD 的中点,

$$\therefore GD = CG = 1,$$

由 (1) 可知: $\triangle BCG \cong \triangle DCE$ (ASA)

$$\therefore CG = CE = 1,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } DE = BG = \sqrt{5},$$

$$\therefore \sin \angle CDE = \frac{CE}{DE} = \frac{GF}{GD},$$

$$\therefore GF = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore AB \parallel CG,$$

$$\therefore \triangle ABH \sim \triangle CGH,$$

$$\therefore \frac{AB}{CG} = \frac{BH}{GH} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore BH = \frac{2}{3}\sqrt{5}, \quad GH = \frac{1}{3}\sqrt{5},$$

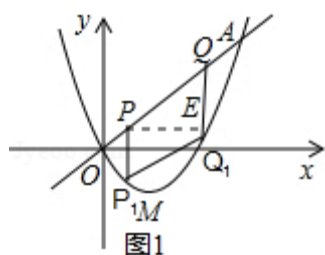
$$\therefore \frac{HG}{GF} = \frac{5}{3}$$

24. 解：（1）把点 $A(3,3)$ 代入 $y = x^2 + bx$ 中，

得： $3 = 9 + 3b$ ，解得： $b = -2$ ，

\therefore 二次函数的表达式为 $y = x^2 - 2x$ 。

（2）设点 P 在点 Q 的左下方，过点 P 作 $PE \perp QQ_1$ 于点 E ，如图 1 所示。



$\because PE \perp QQ_1$ ， $QQ_1 \perp x$ 轴，

$\therefore PE \parallel x$ 轴，

\because 直线 OA 的解析式为 $y = x$ ，

$\therefore \angle QPE = 45^\circ$ ，

$\therefore PE = \frac{\sqrt{2}}{2} PQ = 2$ 。

设点 $P(m, m)$ ($0 < m < 1$)，则 $Q(m+2, m+2)$ ， $P_1(m, m^2 - 2m)$ ， $Q_1(m+2, m^2 + 2m)$ ，

$\therefore PP_1 = 3m - m^2$ ， $QQ_1 = 2 - m^2 - m$ ，

$\therefore S_{\text{梯形}PQQ_1P_1} = \frac{1}{2}(PP_1 + QQ_1) \cdot PE = -2m^2 + 2m + 2 = -2(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{2}$ ，

\therefore 当 $m = \frac{1}{2}$ 时， $S_{\text{梯形}PQQ_1P_1}$ 取最大值，最大值为 $\frac{5}{2}$ 。

（3）存在。

如图 2 中，①点 E 的对称点为 F ， EF 与 AM 交于点 G ，连接 OM 、 MF 、 AF 、 OF 。

设 $AO = CO = r$,

在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中, $\because OC^2 = CD^2 + OD^2$,

$$\therefore r^2 = 2^2 + (3-r)^2,$$

$$\therefore r = \frac{13}{6},$$

$$\therefore OD = 3 - r = \frac{5}{6},$$

$$\therefore CM = 2OD = \frac{5}{3}.$$

(2) 如图 2 中,

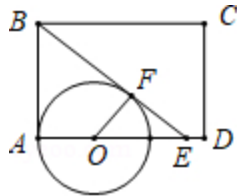


图2

$\because BE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OF \perp BE,$$

$$\therefore EF = FO,$$

$$\therefore \angle FEO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = BE = 2,$$

设 $OA = OF = EF = r$, 则 $OE = \sqrt{2}r$,

$$\therefore r + \sqrt{2}r = 2,$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} - 2.$$

(3) 如图 3 中,

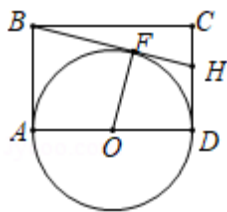


图3

由题意：直线 AB ，直线 BH ，直线 CD 都是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore BA = BF = 2$ ， $FH = HD$ ，设 $FH = HD = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中， $\because BH^2 = BC^2 + CH^2$ ，

$$\therefore (2+x)^2 = 3^2 + (2-x)^2,$$

$$\therefore x = \frac{9}{8},$$

$$\therefore CH = \frac{7}{8},$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{7}{8} = \frac{21}{16}$$

$$S_2 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16},$$

$$S_3 = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} = 3,$$

$$\therefore \frac{S_1 + S_2}{S_3} = \frac{\frac{21}{16} + \frac{27}{16}}{3} = 1.$$