

无锡市太湖格致中学初三跟踪性测试

数学试卷 2020.06

本试卷分试题和答题卡两部分，所有答案一律写在答题卡上。

考试时间为 120 分钟。试卷满分 130 分。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、班级、学校，以及考试号填写在答题卡的相应位置上。
2. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应题目中的选项标号涂黑。如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔作答，写在答题卡上各题目指定区域内相应的位置，在其他位置答题一律无效。
3. 作图必须用 2B 铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚。
4. 卷中除要求近似计算的结果取近似值外，其他均应给出精确结果。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. 下列各数是负数的是..... (▲)

- A. -1 B. 1 C. $\sqrt{16}$ D. π

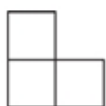
2. 下列运算正确的是..... (▲)

- A. $(a^3)^2 = a^6$ B. $2a + 3a = 5a^2$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

3. 函数 $y = \frac{x}{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是()

- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \neq 2$ D. $x > 2$

4. 六个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，其俯视图是..... (▲)



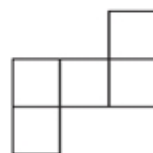
A



B



C



D

5. 某社区青年志愿者小分队年龄情况如下表所示：

年龄（岁）	18	19	20	21	22
人数	2	5	2	2	1

则这 12 名队员年龄的众数、中位数分别是..... (▲)

- A. 2, 20 B. 2, 19 C. 19, 20 D. 19, 19

6. 如图， $AB \parallel CD$ ， AE 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于点 E ，若 $\angle C = 50^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数为..... (▲)

- A. 65° B. 115° C. 125° D. 130°

7. 矩形具有而菱形不一定具有的性质是 (▲)

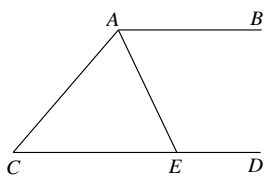
- A. 对角线互相垂直 B. 对角线相等 C. 对角线互相平分 D. 邻边相等

8、如图所示，河堤横断面迎水坡 AB 的坡度是 $1:2$ ，堤高 $BC = 4m$ ，则坡面 AB 的长度是…………… (▲)

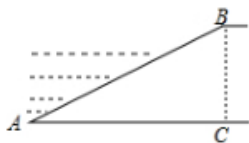
- A. $8m$ B. $16m$ C. $4\sqrt{5}m$ D. $4\sqrt{3}m$

9、如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， O 为 AC 、 BD 的交点， $\triangle DCE$ 为 $Rt\triangle$ ， $\angle CED = 90^\circ$ ， $OE = 2\sqrt{2}$ ，若 $CE \cdot DE = 5$ ，则正方形的面积为…………… (▲)

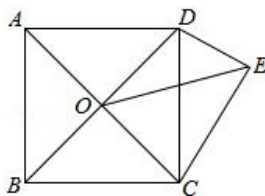
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8



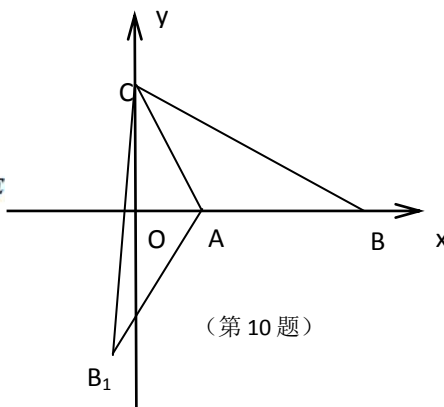
(第6题)



(第8题)



(第9题)



(第10题)

10、如图，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 、 $C(0, 2a)$ ($b > a > 0$)，作 $\triangle ABC$ 关于直线 AC 的对称图形 $\triangle AB_1C$ ，若点 B_1 恰好落在 y 轴上，则 $\frac{a}{b}$ 的值为…………… (▲)

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置)

11. 4 的平方根是_____▲_____.

12. 分解因式: $x^3 - 9x =$ _____▲_____.

13. 截至 1 月 31 日下午，我市慈善总会在这次新型冠状病毒肺炎疫情中，募集到疫情防控专项捐款

累计 8721000 元. 数据 8721000 用科学计数法可以表示为_____▲_____.

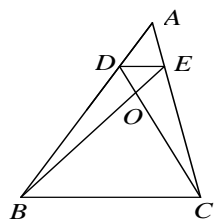
14. 如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍，那么这个多边形边数是_____▲_____.

15. 如果圆锥的母线长为 6cm，底面半径为 3cm，那么这个圆锥的侧面积为_____▲_____.

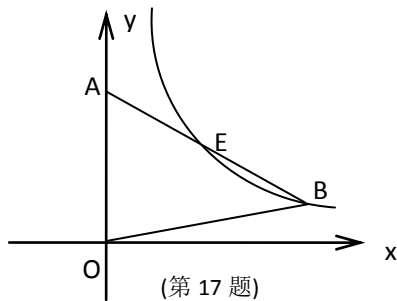
16. 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，且 $DE \parallel BC$ ， BE 、 CD 相交于点 O ，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle DOB} = 1 : 3$ ，则当 $S_{\triangle ADE} = 2$ 时，四边形 $DBCE$ 的面积是_____▲_____.

17. 如图，已知平面直角坐标系中 A 点坐标为 $(0, 3)$ ，以 OA 为一边在第一象限作三角形 OAB 。 E 为 AB 中

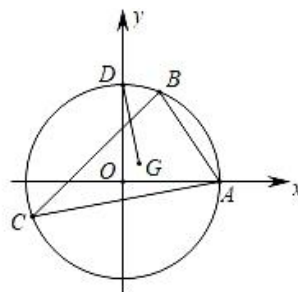
点， $OB = 4$ 。若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过点 B 和点 E ，则 k 的值为_____▲_____.



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

18. 如图，半径为 3 的 $\odot O$ 分别与 x 轴， y 轴交于 A ， D 两点， $\odot O$ 上两个动点 B ， C ，使 $\angle BAC = 45^\circ$ 恒成立，设 $\triangle ABC$ 的重心为 G ，则 DG 的最小值是 ▲ 。

三、解答题（本大题共 10 小题，共 84 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. （本题满分 8 分）

(1) 计算： $\sqrt{8} \times \cos 45^\circ - 2020^0 + 2^{-1}$ ；

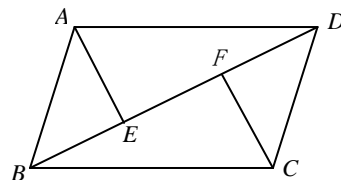
(2) 化简： $(x-1)(x+3) - (x-2)^2$ 。

20. （本题满分 8 分）解方程和不等式组：

(1) $\frac{2x-5}{x-2} = \frac{3x-3}{x-2} - 3$ ；

(2) $\begin{cases} -2x \leq 6 \\ 4x+1 < 5 \end{cases}$ 。

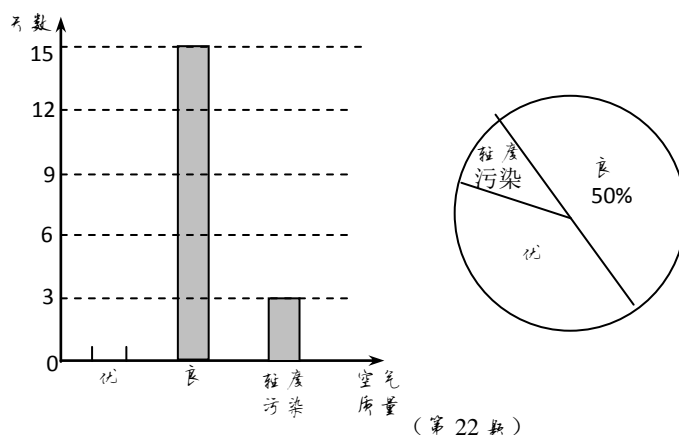
21. （本题满分 8 分）如图， BD 为 $\square ABCD$ 的对角线， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E 、 F 。求证： $BE = DF$ 。



第 21 题

22. (本题满分 8 分)

目前,我国的空气质量得到了大幅度的提高.现随机调查了某城市 1 个月的空气质量情况,并将监测的结果绘制成如下的两幅不完整的统计图.



请根据图中提供的信息,解答下面的问题:

- (1) 本次调查中,一共调查的天数为 ▲ 天;扇形图中,表示“轻度污染”的扇形的圆心角为 ▲ 度;
- (2) 将条形图补充完整;
- (3) 估计该城市一年(以 365 天计算)中,空气质量未达到优的天数.

23. (本小题满分 8 分)

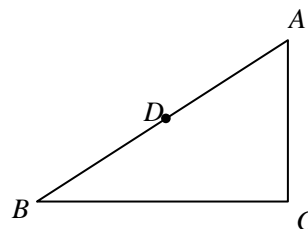
2020 春开学为防控冠状病毒,学生进校园必须戴口罩,测体温,江阴初级中学开通了三条人工测体温的通道,每周分别由王老师、张老师、李老师三位老师给进校园的学生测体温(每个通道一位老师),周一有小卫和小孙两学生进校园,在 3 个人工测体温通道中,可随机选择其中的一个通过.

- (1) 其中小孙进校园时,由王老师测体温的概率是 ▲ ;
- (2) 求两学生进校园时,都是王老师测体温的概率.

24. (本题满分 6 分) 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, $AC < BC$.

(1) 试用无刻度的直尺和圆规,在 BC 上作一点 E ,使得直线 ED 平分 ABC 的周长;(不要求写作法,但要保留作图痕迹).

- (2) 在(1)的条件下,若 DE 分 $Rt\triangle ABC$ 面积为 $1:2$ 两部分,请探究 AC 与 BC 的数量关系.



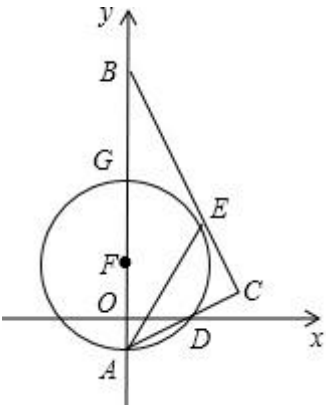
第 24 题图

25. (本题满分 8 分) 由于新冠疫情, 市场上防护口罩出现热销, 某医药公司每月固定生产甲、乙两种型号的医用口罩 20 万只, 且所有产品当月全部售出, 原料成本、销售单价及工人生产提成如表:

<div> <div> <div>价格(元/只)</div> <div>型号</div> </div> <div>种类</div> </div>	甲	乙
原料成本	12	8
销售单价	18	12
生产提成	1	0.8

- (1)若该公司五月份的销售收入为 300 万元, 求甲、乙两种型号的产品分别是多少万只?
- (2)公司实行计件工资制,即工人每生产一只口罩获得一定金额的提成,如果公司六月份投入总成本(原料总成本+生产提成总额)不超过 239 万元,应怎样安排甲、乙两种型号的产量,可使该月公司所获利润最大?并求出最大利润(利润=销售收入-投入总成本)

26. (本题满分 10 分) 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 y 轴上, 边 AC 与 x 轴交于点 D , AE 平分 $\angle BAC$ 交边 BC 于点 E , 经过点 A 、 D 、 E 的圆的圆心 F 恰好在 y 轴上, $\odot F$ 与 y 轴相交于另一点 G .
- (1)求证: BC 是 $\odot F$ 的切线;
- (2)若点 A 、 D 的坐标分别为 $A(0,-1)$, $D(2,0)$, 求 $\odot F$ 的半径;
- (3)试探究线段 AG 、 AD 、 CD 三者之间满足的等量关系, 并证明你的结论.



第 26 题图

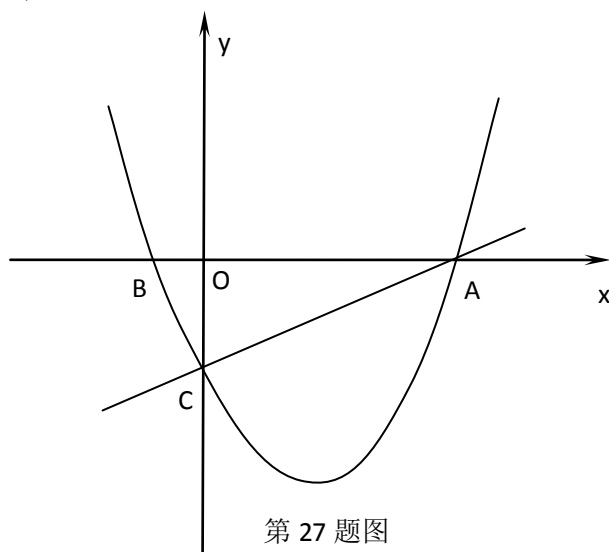
27. (本题满分 10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 C , 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 C 两点, 与 x 轴的另一交点为点 B .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 点 D 为直线 AC 下方抛物线上一动点;

① 连接 CD , 是否存在点 D , 使得 AC 平分 $\angle OCD$? 若存在, 求点 D 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.

② 在①的条件下, 若 P 为抛物线上位于 AC 下方的一个动点, 以 P 、 C 、 A 、 D 为顶点的四边形面积记作 S , 则 S 取何值或在什么范围时, 相应的点 P 有且只有 2 个?



第 27 题图

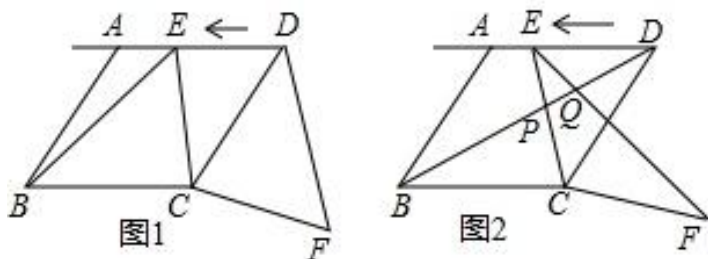
28. (本题满分 10 分) 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $\tan \angle ABC = \frac{4}{3}$, 点 E 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿着射线 DA 的方向匀速运动, 设运动时间为 t (秒), 将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转一个角 α ($\alpha = \angle BCD$), 得到对应线段 CF .

(1) 求证: $BE=DF$;

(2) 当 $t = \underline{\hspace{1cm}}$ 秒时, DF 的长度有最小值, 最小值等于 $\underline{\hspace{1cm}}$;

(3) 如图 2, 连接 BD 、 EF , BD 交 EC 、 EF 于点 P 、 Q , 当 t 为何值时, $\triangle EPQ$ 是直角三角形?

(4) 在点 E 的运动过程中, 是否存在到直线 AD 的距离为 1 的点 F , 若存在直接写出 t 的值, 若不存在, 请说明理由.



第 28 题图