

2019~2020学年度第一学期期末考试

九年级数学试题

本试卷满分为120分，考试时间为120分钟。

注意事项：1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、科目等填涂在答题卡上，考试结束，监考人员只收答题卡。

2. 请用 2B 铅笔或 0.5mm 的黑色中性笔把答案填涂或书写在答题卡对应题目的位置上，答在试卷上无效。

一、选择题（本大题共 16 个小题，每小题 3 分，共 48 分；在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求的）

1. 为了解某班学生每天的睡眠情况，随机选择该班 5 名学生进行调查。在一段时间里，平均每人每天的睡眠时间统计如下(单位：小时)：6，8，8，7，9。由此估计该班学生平均每人每天的睡眠时间为

- A. 7 小时 B. 7.5 小时 C. 7.6 小时 D. 8 小时

2. 下列各点中，在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上的是

- A. $(\frac{1}{2}, 6)$ B. $(-\frac{1}{2}, 6)$ C. $(2, -6)$ D. $(-2, 6)$

3. 一元二次方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为

- A. $x = 2$ B. $x = \sqrt{2}$ C. $x = \pm \sqrt{2}$ D. $x = \pm 2$

4. 如图 1，等腰三角形的顶角 $\angle A = 45^\circ$ ，以 AB 为直径的半圆 O 与 BC，AC 相交于点 D，E 两点，则弧 AE 所对的圆心角的度数为

- A. 90° B. 50° C. 45° D. 100°

5. 在下列命题中，正确的是

- A. 一个三角形有且只有一个外接圆
B. 圆的内接等边三角形只有一个
C. 三点确定一个圆
D. 一个四边形一定有外接圆

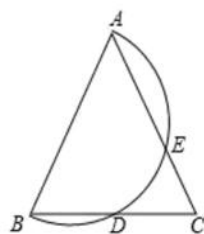


图 1

6. 一个点到圆的最大距离为 11cm，最小距离为 5cm，则圆的半径为

- A. 16cm 或 6cm B. 3cm 或 8cm C. 3cm D. 8cm

7. 半径为 3 的圆中，一条弦长为 4，则圆心到这条弦的距离是

- A. 3 B. 4 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{7}$

8. 要使方程 $(a-3)x^2 + (b+1)x + c = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则：

- A. $a \neq 0$ B. $a \neq 3$ C. $a \neq 3$ 且 $b \neq -1$ D. $a \neq 3$ 且 $b \neq -1$ 且 $c \neq 0$

9. 已知 $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{a-b}{a}$ 的值为：

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

10. 如图 2，护林员在离树 8m 的 A 处测得树顶 B 的仰角为 45° ，已知护林员的眼睛离地面的距离 AC 为 1.6m，则树的高度 BD 为

- A. 8m
B. 9.6m
C. $(4\sqrt{2} + 1.6)m$
D. $(8\sqrt{2} + 1.6)m$

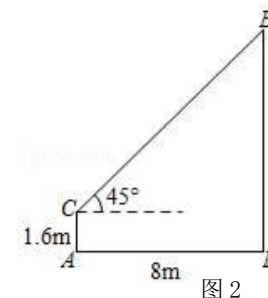


图 2

11. 一元二次方程， $x^2 + 4x + c = 0$ $c < 0$ ，该方程解的情况是

- A. 没有实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 不能确定

12. 如图 3，AB 是 $\odot O$ 的直径，BC，CD，DA 是 $\odot O$ 的弦，且 $BC = CD = DA$ ，则 $\angle BCD$ 等于

- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

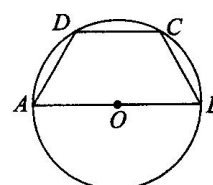


图 3

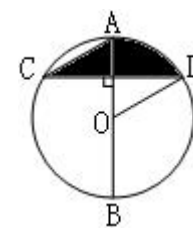


图 4

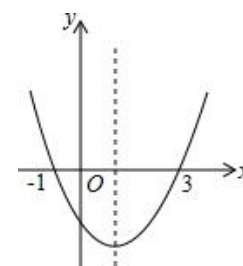


图 5

13. 如图 4，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ；则 $S_{\text{阴影}} =$

- A. π B. 2π C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ D. $\frac{2}{3}\pi$

14. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图 5 所示，下列结论正确的是

- A. $a < 0$ B. $c > 0$ C. $a + b + c > 0$ D. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根是 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$

15. 如图6, 底面是边长为3的正方形, 高为8的长方体容器, 放置在水平桌面上, 里面盛有水, 水面高为6, 绕底面一条棱进行旋转倾斜后, 水面恰好触到容器口边缘, 图7是此时的示意图, 则图7中水面高度为

- A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{32}{5}$ C. $\frac{12\sqrt{34}}{17}$ D. $\frac{20\sqrt{34}}{17}$

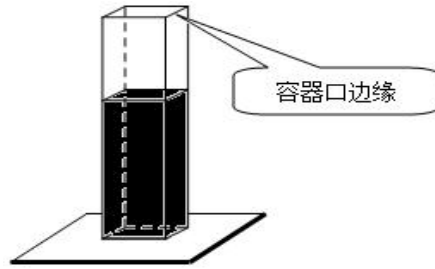


图 6

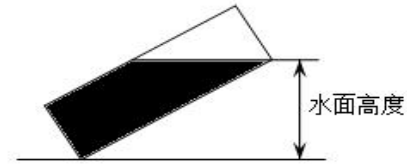


图 7

16. 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象如图 8 所示, 以下结论:

- ① 常数 $m < -1$;
- ② 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大;
- ③ 若 $A(-1, h)$, $B(2, k)$ 在图象上, 则 $h < k$;
- ④ 若 $P(x, y)$ 在图象上, 则 $P'(-x, -y)$ 也在图象上.

其中正确的是

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

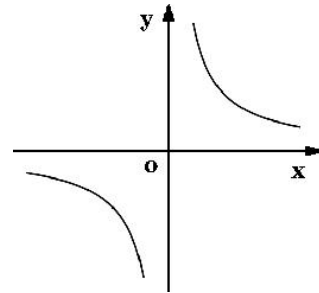


图 8

二、填空题(每空 3 分, 共 12 分)

17. 计算: $\tan 30^\circ \tan 60^\circ - 2 =$ _____;

18. 如图 9, 已知 A 点是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上一点,

$AB \perp y$ 轴于 B, 且 $\triangle ABO$ 的面积为 3, 则 k 的值为_____.

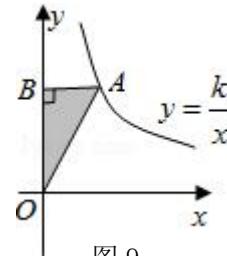


图 9

19. 若二次函数 $y = x^2 + bx + 5$ 配方后为 $y = (x - 2)^2 + k$, 则 $b =$ _____, 抛物线一定不过的象限是_____.

20.

三、解答题(本题满分 66 分)

20. (本题共 5 分)

计算: $2^{-1} + \sqrt{18} - 2\sin 45^\circ + (\pi + 3)^0$

21. (本题共 8 分)

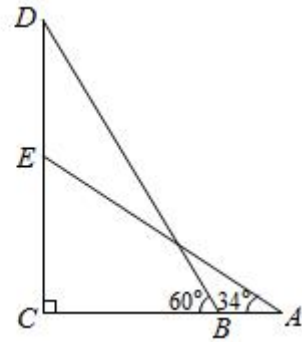
关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值及此时方程的根.

22. (本题共 8 分)

数学兴趣小组到黄河风景名胜区测量炎帝塑像(塑像中高者)的高度. 如图 10 所示, 炎帝塑像 DE 在高 55m 的小山 EC 上, 在 A 处测得塑像底部 E 的仰角为 34° , 再沿 AC 方向前进 21m 到达 B 处, 测得塑像顶部 D 的仰角为 60° , 求炎帝塑像 DE 的高度. (精确到 1m. 参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ \approx 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图 10



23. (本题共 8 分)

某校为了解七、八年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况, 从七、八年级各随机抽取 50 名学生进行测试, 并对成绩(百分制)进行整理、描述和分析. 部分信息如下:

a. 七年级成绩频数分布直方图:

b. 七年级成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

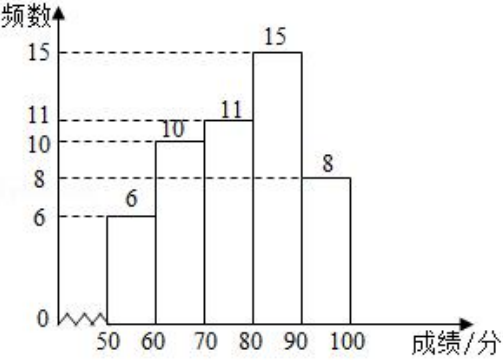
70 72 74 75 76 76
77 77 77 78 79

c. 七、八年级成绩的平均数、中位数如下:

年级	平均数	中位数
七	76.9	m
八	79.2	79.5

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 在这次测试中, 七年级在 80 分以上(含 80 分)的有_____人;
- (2) 表中 m 的值为_____;
- (3) 在这次测试中, 七年级学生甲与八年级学生乙的成绩都是 78 分, 请判断两位学生在各自年级的排名谁更靠前, 并说明理由;
- (4) 该校七年级学生有 400 人, 假设全部参加此次测试, 请估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数.



24. (本题共 11 分)

模具厂计划生产面积为 4，周长为 m 的矩形模具. 对于 m 的取值范围，小亮已经能用“代数”的方法解决，现在他又尝试从“图形”的角度进行探究，过程如下：

(1) 建立函数模型：

设矩形相邻两边的长分别为 x ， y ，由矩形的面积为 4，得 $xy=4$ ，即 $y=\frac{4}{x}$ ；由周长为 m ，得 $2(x+y)=m$ ，即 $y=-x+\frac{m}{2}$ ；满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在第 一 象限内交点的坐标.

(2) 画出函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象：

函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象如图 11 所示，而函数 $y=-x+\frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y=-x$ 平移得到，请在如图 11 的同一坐标系中直接画出直线 $y=-x$.

(3) 平移直线 $y=-x$ ，观察函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象：

①当直线平移到与函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象有唯一交点 $(2, 2)$ 时，周长 m 的值为 8 ；

②当直线 $y=\frac{1}{2}x$ 平移过程中，当与 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 有交点时，可由联立 $y=-x+\frac{m}{2}$ 和 $y=\frac{4}{x}$ 得 $x^2 - mx + 4 = 0$ ，因为 $\Delta = m^2 - 4 \times 4 \geq 0$ 时，两个函数有交点，所以解得： $m \geq 8$ ；请直接写出交点个数情况及对应的周长 m 的取值范围.

(4) 得出结论：

若能生产出面积为 4 的矩形模具，则周长 m 的取值范围为 $m \geq 8$.

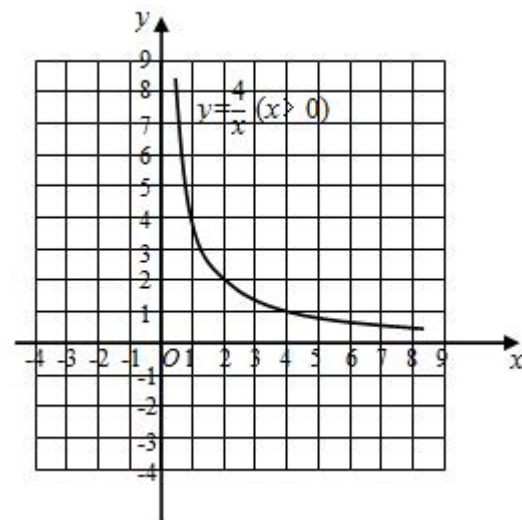


图 11

25. (本题共 12 分)

近日，某市教育局出台《某市中小学教师志愿辅导工作实施意见》，鼓励教师参与志愿辅导，某区率先示范，推出名师公益大课堂，为学生提供线上线下免费辅导，据统计，第一批公益课受益学生 2 万人次，第三批公益课受益学生 2.42 万人次.

(1) 如果第二批，第三批公益课受益学生人次的增长率相同，求这个增长率；

(2) 按照这个增长率，预计第四批公益课受益学生将达到多少万人次？

26. (本题共 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $CA=CB$ ， $\angle ACB=\alpha$. 点 P 是平面内不与点 A, C 重合的任意一点. 连接 AP ，将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 α 得到线段 DP ，连接 AD, BD, CP .

(1) 观察猜想 $\frac{BD}{CP}$ 的值是 1 ；

如图 26-1，当 $\alpha=60^\circ$ 时， $\frac{BD}{CP}$ 的值是 1 ，延长 CP 交 AB 于点 O ，交 BD 延长线于点 E ，则 $\angle CEB$ 的度数是 60° ；

(2) 类比探究 $\frac{BD}{CP}$ 的值及 $\angle CEB$ 的度数.

如图 26-2，当 $\alpha=90^\circ$ 时， BD 交 AC 于点 O ，交 PC 于点 E ；请你求出 $\frac{BD}{CP}$ 的值及 $\angle CEB$ 的度数.

(3) 解决问题

如图 26-3，当 $\alpha=90^\circ$ 时，若点 E, F 分别是 CA, CB 的中点，点 P 在直线 EF 上，请直接写出点 C, P, D 在同一直线上时 $\frac{BD}{CP}$ 的值.

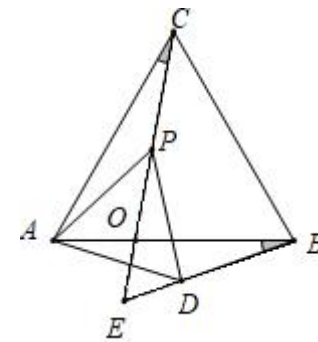


图 26-1

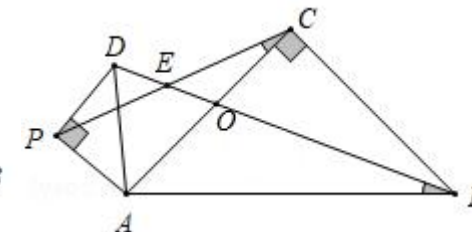


图 26-2

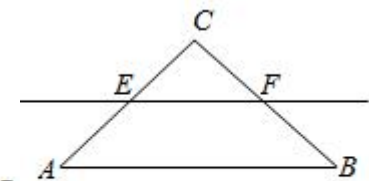
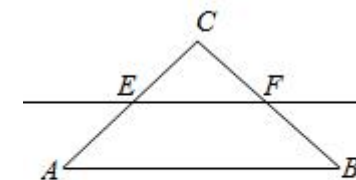


图 26-3



备用图