

盐湖区 2019—2020 学年度第一学期期末检测

初三数学试题

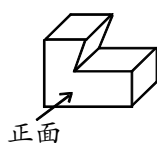
说明:

1. 本试卷考试时间为 120 分钟,满分 120 分;
2. 本试卷三个大题,共 6 页;
3. 答卷前考生务必将自己的姓名、准考证号按要求填写在答题卡上。将试题答案填写在答题卡相应的位置上。
4. 考试结束时只交回答题卡,试题不交。

第 I 卷 选择题(共 30 分)

一、选择题(在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,请选出并在答题卡上将该选项涂黑。每小题 3 分,共 30 分)

1. 方程 $x^2 = x$ 的解是
A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x_1 = 1, x_2 = 0$ D. 没有实数根
2. 矩形、菱形、正方形都一定具有的性质是
A. 对角线垂直 B. 对角线互相平分
C. 四个角都是直角 D. 对角线相等
3. 如图所示的几何体的俯视图是



A



B



C



D

4. 根据下表

x	-7	-6	-5	1	2	3
$x^2 + 4x + c$	12	3	-4	-4	3	12

确定关于 x 的方程 $x^2 + 4x + c = 7$ 的解的取值范围是

- A. $-7 < x < -6$ 或 $1 < x < 2$
- B. $-6 < x < -5$ 或 $1 < x < 2$
- C. $-7 < x < -6$ 或 $2 < x < 3$
- D. $-6 < x < -5$ 或 $2 < x < 3$

5. 如图所示,表示两棵小树在同一时刻阳光下的影子的图形可能是



A



B



C



D

6. 下列说法正确的是

A. 两组邻边分别相等的四边形是平行四边形

B. 当 $a - b + c = 0$ 时,一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 必有一根为 -1

C. 若点 P 是线段 AB 的黄金分割点,则 $PA = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$

D. 方程 $4x^2 - 3x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根

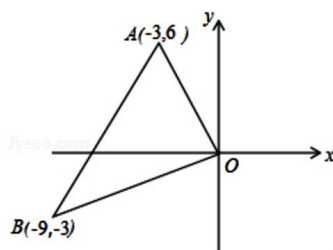
7. 如图,在平面直角坐标系中,已知点 $A(-3, 6)$ 、 $B(-9, -3)$,以原点 O 为位似中心,相似比为 $\frac{1}{3}$,把 $\triangle ABO$ 缩小,则点 A 的对应点 A' 的坐标是

A. $(-1, 2)$

B. $(-9, 18)$

C. $(-9, 18)$ 或 $(9, -18)$

D. $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$



(第 7 题图)

8. 如图,已知一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

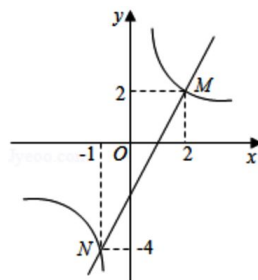
图象交于 M 、 N 两点,则不等式 $ax + b < \frac{k}{x}$ 解集为

A. $x < -1$ 或 $0 < x < 2$

B. $x < -1$

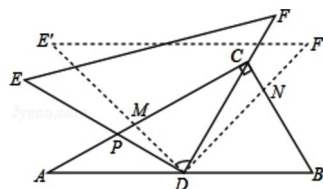
C. $x > 2$ 或 $-1 < x < 0$

D. $x > 2$



(第 8 题图)

9. 将一幅三角尺($\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle EDF$ 中, $\angle EDF = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$)如图摆放,点 D 为 AB 的中点, DE 交 AC 于点 P , DF 经过点 C ,将 $\triangle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 α ($0 < \alpha < 60^\circ$), DE' 交 AC 于点 M , DF' 交 BC 于点 N ,则 $\frac{PM}{CN}$ 的值为



(第 9 题图)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\sqrt{3}$

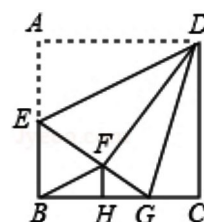
10. 如图,正方形 ABCD 中,AB = 6,E 为 AB 的中点,将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle FDE$,延长 EF 交 BC 于 G, $FH \perp BC$,垂足为 H,连接 BF、DG.以下结论:

① FB 平分 $\angle EFH$; ② $\triangle FHB \sim \triangle EAD$;

③ $\sin \angle EGB = \frac{4}{5}$; ④ $FH = \frac{6}{5}$;

其中正确的个数是

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



(第 10 题图)

第 II 卷 非选择题(共 90 分)

二、填空题(每题 3 分,共 15 分)

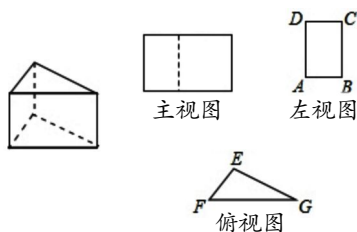
11. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a-3)x^2 - 2x + a^2 - 9 = 0$ 的常数项是 0,则 $a =$ ____.

12. 已知一个正方形的对角线长为 $2\sqrt{3}$,则此正方形的面积为 ____.

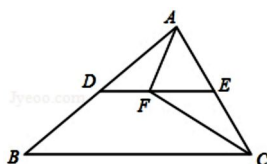
13. 张师傅按 1:1 的比例画出某直三棱柱零件的三视图,如图所示,已知 $\triangle EFG$ 中, $EF = 12\text{cm}$, $EG = 18\text{cm}$, $\angle EFG = 45^\circ$,则 AB 的长为 ____ cm.

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D、E 分别是 AB、AC 的中点,点 F 是 DE 上一点, $\angle AFC = 90^\circ$, $BC = 16\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$,则 $DF =$ ____ cm.

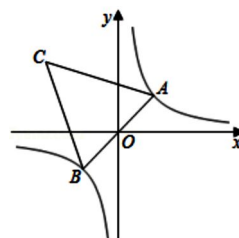
15. 如图,反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上有一动点 A,连接 AO 并延长交图象的另一支于点 B,在第二象限内有一点 C,满足 $AC = BC$,当点 A 运动时,点 C 始终在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上运动, $\tan \angle CBA = 3$,则 $k =$ ____.



(第 13 题图)



(第 14 题图)



(第 15 题图)

三、解答题(本题有 8 个小题,共 75 分。请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

16.(每题 4 分,共 8 分)

(1)解方程: $x^2 - 3x - 2 = 0$

(2)计算: $4\sin 45^\circ + 3\tan^2 30^\circ - \sqrt{8}$

17.(6 分)随着网络技术的发展,人们的支付方式也发生了很大改变,不带现金也能完成支付,比如使用银行卡、微信、支付宝等。在一次购物中小明和小亮都想从银行卡、微信、支付宝三种支付方式中选择一种。使用树状图或列表格的方式,求出两人恰好选择同一种支付方式的概率。(画树状图或列表格时将微信记为 A、支付宝记为 B、银行卡记为 C)

18.(7 分)阅读材料:各类方程的解法

求解一元二次方程,把它转化为两个一元一次方程来解。求解分式方程,把它转化为整式方程来解,由于“去分母”可能产生增根,所以解分式方程必须检验。各类方程的解法不尽相同,但是它们有一个共同的基本数学思想“转化”,把未知转化为已知。

用“转化”的数学思想,我们还可以解一些新的方程。

例如: 解方程 $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$

解: 移项, 得 $\sqrt{2x-4} = 1 + \sqrt{x+5}$

两边平方, 得 $2x - 4 = 1 + 2\sqrt{x+5} + x + 5$

即 $x - 10 = 2\sqrt{x+5}$

两边再平方, 得 $x^2 - 20x + 100 = 4(x + 5)$

即 $x^2 - 24x + 80 = 0$

解这个方程得: $x_1 = 4, x_2 = 20$

检验: 当 $x = 4$ 时, 原方程左边 $= 2 - 3 = -1$, 右边 $= 1$

$\therefore x = 4$ 不是原方程的根;

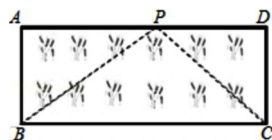
当 $x = 20$ 时, 原方程左边 $= 6 - 5 = 1$, 右边 $= 1$

$\therefore x = 20$ 是原方程的根

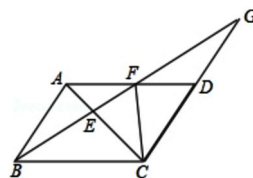
\therefore 原方程的根是 $x = 20$.

(1)请仿照上述解法, 求出方程 $x - \sqrt{2x+5} = -1$ 的解。

(2)如图已知矩形草坪 ABCD 的长 $AD = 16m$, 宽 $AB = 6m$, 小华把一根长为 $20m$ 的绳子的一端固定在点 B, 从草坪边沿 BA、AD 走到点 P 处, 把长绳 PB 段拉直并固定在点 P, 然后沿草坪边沿 PD、DC 走到点 C 处, 把长绳剩下的一段拉直, 长绳的另一端恰好落在点 C。则 $AP =$ _____ m.



19.(9分)如图,AC是□ABCD的对角线,在AD边上取一点F,连接BF交AC于点E,并延长BF交CD的延长线于点G.



(1)若 $\angle ABF = \angle ACF$,求证: $CE^2 = EF \cdot EG$;

(2)若 $DG = DC$, $BE = 6$,求EF的长.

20.(9分)在大家的期盼中,我区某农贸市场于2009年12月9日盛大开业,王阿姨以每斤2元的价格购进山药若干斤,然后以每斤4元的价格出售,每天可售出100斤。通过调查发现,这种山药每斤的售价每降低1元,每天可多售出200斤。为了保证每天至少售出260斤,王阿姨决定降价销售。

(1)若将这种山药每斤的售价降低 x 元,则每天的销售量是_____斤(用含 x 的代数式表示);

(2)销售这种山药要想每天盈利300元,王阿姨需将每斤的售价降低多少元?

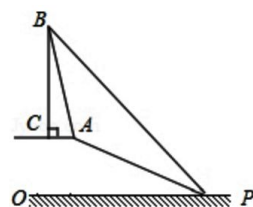
21.(10分)关公,作为运城乃至山西的一张名片,吸引了来自世界各地的游客,在运城西南13公里的常平村(关公故乡)南山上,有一尊巨型关公铜像,高61米,象征关公享年61岁,底座的高度也有一定寓意。有一位游客,对此产生了兴趣,想测量它的高度,由于游客无法直接到达铜像底部,因此该游客计划借助坡面高度来测量它的高度。如图,BC代表底座的高,坡顶A与底座底部C处在同一水平面上,该游客在斜坡底P处测得该底座顶端B的仰角为 45° ,然后他沿着坡度为1:2.4的斜坡AP攀行了26米,在坡顶A处又测得该底座顶端B的仰角为 76° 。求:

(1)坡顶A到地面PO的距离;

(2)求底座BC的高度(结果精确到1米).

(参考数据: $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$,

$\tan 76^\circ \approx 4.00$)



22. 综合与实践(12分)

在数学活动课上,老师给出如下问题,让同学们展开探究活动:

【问题情境】

如图①,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = a$,点D为AB上一点($0 < AD < \frac{1}{2}AB$),将线段CD绕点C逆时针旋转 90° ,得到的对应线段为CE,过点E作 $EF \parallel AB$,交BC于点F.请你根据上述条件,提出恰当的数学问题并解答。

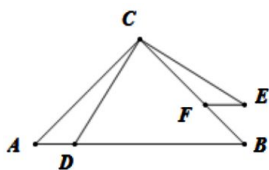
【解决问题】

下面是学习小组提出的三个问题,请你解答这些问题:

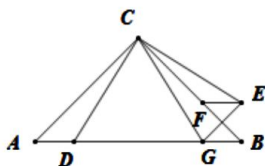
(1)“兴趣”小组提出的问题是:求证: $AD = EF$.

(2)“实践”小组提出的问题是:如图②,若将 $\triangle ACD$ 沿 AB 的垂直平分线对折,得到 $\triangle BCG$,连接 EG ,则线段 EG 与 EF 有怎样的数量关系? 请说明理由。

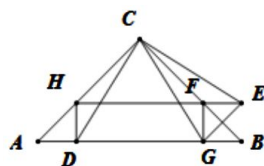
(3)“奋进”小组在“实践”小组探究的基础上,提出了如下问题:延长 EF 与 AC 交于点 H ,连接 HD 、 FG . 求证:四边形 $DGFH$ 是矩形。



图①



图②



图③

23. 综合与探究 (14 分)

如图,在平面直角坐标系中, A 点的坐标为 $(a, 6)$, $AB \perp x$ 轴于点 B , $\tan \angle AOB = \frac{3}{4}$,

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一支分别交 AO 、 AB 于点 C 、 D , 延长 AO 交反比例函数的图象的另一支于点 E , 已知点 D 的纵坐标为 $\frac{3}{2}$.

(1)求反比例函数的表达式及点 E 的坐标;

(2)连接 BC , 求 $S_{\triangle CEB}$.

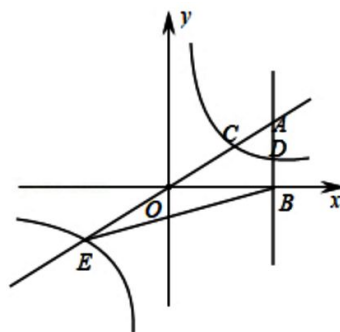
(3)若在 x 轴上有两点 $M(m, 0)$; $N(-m, 0)$,

①以 E 、 M 、 C 、 N 为顶点的四边形能否为矩形?

如果能,求出 m 的值;如果不能,说明理由。

②若将直线 OA 绕 O 点旋转, 仍与 $y = \frac{k}{x}$ 交于 C 、 E , 能否构成以 E 、 M 、 C 、 N 为顶点的

四边形为菱形, 如果能, 求出 m 的值; 如果不能, 说明理由。



初三数学参考答案

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分) 1-5 CBDCB 6-10 BDAAC

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. -3 12. 6 13. $6\sqrt{2}$ 14. 3 15. -27

三、解答题(共 75 分)

16. (1) $x^2 - 3x - 2 = 0$

解: 这里 $a = 1$, $b = -3$, $c = -2$,

$\therefore \Delta = 9 + 8 = 17 \quad \dots 1 \text{ 分}$

$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \quad \dots 3 \text{ 分}$

即 $x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$, $x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \quad \dots 4 \text{ 分}$

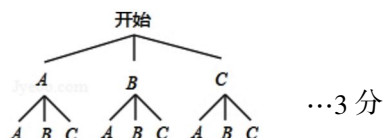
(2) $4\sin 45^\circ + 3\tan 230^\circ - \sqrt{8}$

$= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2\sqrt{2} \quad \dots 2 \text{ 分}$

$= 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} \quad \dots 3 \text{ 分}$

$= 1 \quad \dots 4 \text{ 分}$

17. 解: 画树状图如下:



\therefore 共有 9 种等可能的结果,其中两人恰好选择同一种支付方式的有 3 种。 $\dots 5 \text{ 分}$

\therefore 两人恰好选择同一种支付方式的概率为 $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \dots 6 \text{ 分}$

18. (1) 解: 移项, 得 $x + 1 = \sqrt{2x + 5}$

方程两边平方, 得 $x^2 + 2x + 1 = 2x + 5$, 即 $x^2 = 4$,

解方程, 得 $x = 2$ 或 $x = -2 \quad \dots 2 \text{ 分}$

经检验: $x = 2$ 是原方程的解 $\dots 3 \text{ 分}$

所以原方程的解是 $x = 2 \quad \dots 4 \text{ 分}$

(2) 8 $\dots 7 \text{ 分}$

19. 解: (1) \because 四边形 ABCD 是平行四边形 $\therefore AB \parallel CG$

$\therefore \angle ABF = \angle G$, 又 $\because \angle ABF = \angle ACF \quad \dots 1 \text{ 分}$

$\therefore \angle ACF = \angle G$, 又 $\because \angle CEF = \angle CEG \quad \therefore \triangle ECF \sim \triangle EGC \quad \dots 3 \text{ 分}$

$\therefore \frac{CE}{GE} = \frac{FE}{CE}$, 即 $CE^2 = EF \cdot EG \quad \dots 4 \text{ 分}$

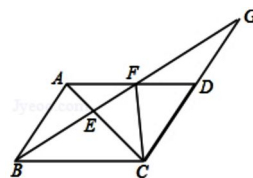
(2) \because 在平行四边形 ABCD 中, $AB = CD$, 又 $\because DG = DC$,

$\therefore AB = CD = DG \quad \therefore AB : CG = 1 : 2 \quad \dots 5 \text{ 分}$

$\because AB \parallel CG \quad \therefore$ 易证 $\triangle ABE \sim \triangle CGE \quad \dots 6 \text{ 分}$

$\therefore \frac{AB}{CG} = \frac{BE}{GE} = \frac{1}{2}$, 即 $\frac{6}{GE} = \frac{1}{2}$

$\therefore EG = 12 \quad \therefore BG = 18 \quad \dots 7 \text{ 分}$



同理可得: $\frac{BF}{GF} = \frac{AB}{DG} = 1$...8 分

$\therefore BF = \frac{1}{2}BG = 9$ $\therefore EF = BF - BE = 9 - 6 = 3$...9 分

20. 解:(1)(200x + 100) ...3 分(不带括号扣 1 分)

(2)由已知得: $(4 - 2 - x)(200x + 100) = 300$...6 分

整理得: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

解得: $x_1 = \frac{1}{2} = 0.5$, $x_2 = 1$...7 分

当 $x = 0.5$ 时, $200x + 100 = 200$ $\therefore 200 < 260$

$\therefore x = 0.5$ 不符题意,舍去. ...8 分

\therefore 销售这种水果要想每天盈利 300 元,张阿姨需将每斤的售价降低 1 元. ...9 分

21. 解:(1)过点 A 作 $AH \perp PO$,垂足为点 H, ...1 分

\therefore 斜坡 AP 的坡度为 1 : 2.4 $\therefore \frac{AH}{PH} = \frac{5}{12}$...2 分

设 $AH = 5k$,则 $PH = 12k$,由勾股定理,得 $AP = 13k$,

$\therefore 13k = 26$ 解得 $k = 2$ $\therefore AH = 10$...3 分

答:坡顶 A 到地面 PO 的距离为 10 米. ...4 分

(2)延长 BC 交 PO 于点 D, ...5 分

$\therefore BC \perp AC$, $AC \parallel PO$, $\therefore BD \perp PO$

\therefore 四边形 AHDC 是矩形, $CD = AH = 10$, $AC = DH$...6 分

$\therefore \angle BPD = 45^\circ$, $\therefore PD = BD$

设 $BC = x$, 则 $x + 10 = 24 + DH$

$\therefore AC = DH = x - 14$...7 分

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan 76^\circ = \frac{BC}{AC}$, 即 $\frac{x}{x - 14} \approx 4.00$...8 分

解得 $x \approx 19$ 米. ...9 分

答:古塔 BC 的高度约为 19 米. ...10 分

22.(1)证明:如图①所示:连接 BE ...9 分

$\therefore \angle DCE = \angle ACB = 90^\circ$ $\therefore \angle ACD = \angle BCE$...1 分

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, $\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE \\ CD = CE \end{cases}$

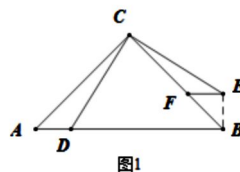
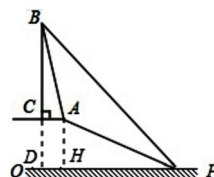
$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE(SAS)$...2 分

$\therefore AD = BE$, $\angle CBE = \angle CAD = 45^\circ$...3 分

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$ $\therefore EF \parallel AB$ $\therefore \angle FEB + \angle ABE = 180^\circ$

$\therefore \angle FEB = 90^\circ$ $\therefore \angle EFB = \angle EBF = 45^\circ$

$\therefore EF = BE$ $\therefore AD = EF$...4 分



(2)解: $EG = \sqrt{2} EF$...5 分

理由如下:如图②所示,连接 BE.

由(1)可知, $BE = AD$, $EF = AD$, $BE \perp AB$...6 分

$\therefore AD = BG \quad \therefore BE = BG = EF$

$\therefore \angle BGE = \angle BEG = 45^\circ$...7 分

$\therefore EG = \sqrt{2} BG \quad \therefore EG = \sqrt{2} EF$...8 分

(3)证明:如图③所示,连接 BE.

$\therefore FH \parallel AB \quad \therefore \angle CHF = \angle A = 45^\circ, \angle CFH = \angle B = 45^\circ$

$\therefore \angle CHF = \angle CFH \quad \therefore CH = CF$

$\therefore \triangle ACD$ 与 $\triangle BCG$ 对称,点 D 的对应点为 G,

$\therefore CD = CG, \angle HCD = \angle FCG,$

在 $\triangle HCD$ 和 $\triangle FCG$ 中, $\begin{cases} CD = CG \\ \angle HCD = \angle FCG \\ CH = CF \end{cases}$

$\therefore \triangle HCD \cong \triangle FCG(SAS) \quad \therefore DH = FG, \angle CDH = \angle CGF$...9 分

又 $\therefore \angle CDA = \angle CGB \quad \therefore \angle HDA = \angle FGB$

由(1)、(2)可知, $BG = EF = BE$, $BG \parallel EF$, $\angle EBG = 90^\circ$,

\therefore 四边形 BEFG 为正方形 $\therefore \angle FGB = 90^\circ$

$\therefore \angle HDG = \angle HDA = 90^\circ \quad \therefore HD \parallel FG$...10 分

又 $\therefore HF \parallel DG \quad \therefore$ 四边形 DGFH 是平行四边形 ...11 分

\therefore 四边形 DGFH 为矩形. ...12 分

23. 解:(1) $\therefore A$ 点的坐标为 $(a, 6)$, $AB \perp x$ 轴于 B,

$\therefore AB = 6 \quad \therefore \tan \angle AOB = \frac{AB}{OB} = \frac{3}{4} \quad \therefore OB = 8$

$\therefore A(8, 6), D(8, \frac{3}{2})$...2 分

\therefore 点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore k = 8 \times \frac{3}{2} = 12$

\therefore 反比例函数的表达式为: $y = \frac{12}{x}$...3 分

设直线 OA 的表达式为: $y = bx \quad \therefore 8b = 6$, 解得: $b = \frac{3}{4}$

\therefore 直线 OA 的表达式为: $y = \frac{3}{4}x$...4 分

联立 $\begin{cases} y = \frac{12}{x} \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = -3 \end{cases}$

$\therefore E(-4, -3)$...5 分

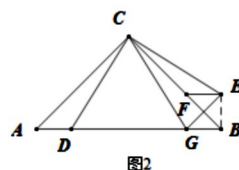


图2

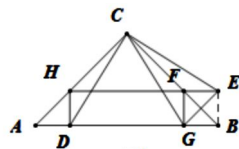
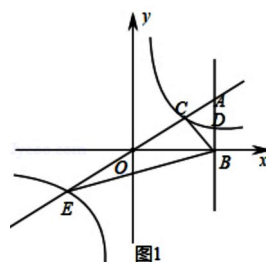


图3

(2)由(1)可知 $C(4, 3)$, $E(-4, -3)$, $B(8, 0)$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle CEB} &= S_{\triangle COB} + S_{\triangle EOB} = \frac{1}{2}OB \cdot y_C + \frac{1}{2}OB \cdot |y_E| \\ &= \frac{1}{2}OB \cdot (y_C + |y_E|) \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times (3 + 3) = 24 \quad \dots 8 \text{ 分}\end{aligned}$$



(3)①以 E 、 M 、 C 、 N 为顶点的四边形能为矩形 $\dots 9$ 分

$$\because M(m, 0), N(-m, 0) \quad \therefore OM = ON$$

$$\because OC = OE \quad \therefore \text{四边形 EMCN 是平行四边形} \quad \dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{当 } MN = CE = 2OC = 2 \times \sqrt{4^2 + 3^2} = 10 \text{ 时, } \square EMCN \text{ 为矩形}$$

$$\therefore OM = ON = 5 \quad \therefore m = 5 \text{ 或 } -5 \quad \dots 12 \text{ 分}$$

② 不能 $\dots 13$ 分

理由是: $\because CE$ 所在直线 OA 不可能与 x 轴垂直, 即 CE 不能与 MN 垂直

\therefore 以 E 、 M 、 C 、 N 为顶点的四边形不能为菱形. $\dots 14$ 分