

2019—2020 年安阳县九年级上册学情调研试卷

数学

(满分 120 分,考试时间 100 分钟)

题号	一	二	三	总分
分数				

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的。

1. 已知 $x=1$ 是一元二次方程 $x^2+ax+2=0$ 的一个根,则 a 的值为 ()

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

2. 近几年我国国产汽车行业蓬勃发展,下列汽车标识中,是中心对称图形的是 ()



A



B



C



D

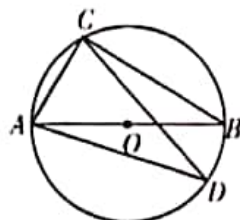
3. 一个不透明的袋子中装有 2 个红球和 4 个蓝球,这些球除颜色外无其他差别,从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

4. 用配方法将二次函数 $y=x^2-8x-9$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为 ()

- A. $y=(x-4)^2+7$ B. $y=(x-4)^2-25$
C. $y=(x+4)^2+7$ D. $y=(x+4)^2-25$

5. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $\angle ADC=35^\circ$, 则 $\angle CAB$ 的度数为 ()

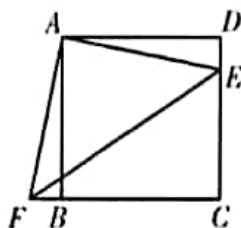


- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

6. 一元二次方程 $4x^2-2x-1=0$ 的根的情况为 ()

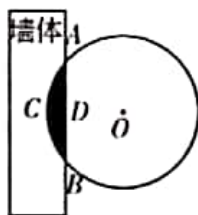
- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 只有一个实数根 D. 没有实数根

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 5 的正方形, E 是 DC 上一点, $DE=1$, 将 $\triangle ADE$ 绕着点 A 顺时针旋转到 $\triangle ABF$ 的位置, 则 EF 的长为 ()

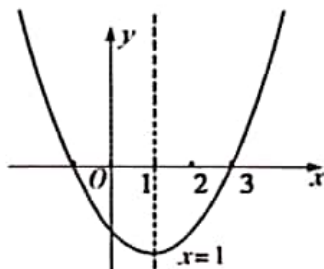


- A. $\sqrt{41}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{42}$

8. 某省加快新旧动能转换,促进企业创新发展.某企业一月份的营业额是1 000万元,月平均增长率相同,第一季度的总营业额是3 990万元.若设月平均增长率是 x ,那么可列出的方程是 ()
- A. $1\,000(1+x)^2 = 3\,990$ B. $1\,000 + 1\,000(1+x) + 1\,000(1+x)^2 = 3\,990$
 C. $1\,000(1+2x) = 3\,990$ D. $1\,000 + 1\,000(1+x) + 1\,000(1+2x) = 3\,990$
9. “圆材埋壁”是我国古代著名数学著作《九章算术》中的一个问题:“今有圆材,埋在壁中,不知大小,以锯锯之,深一寸,锯道长一尺,问径几何?”此问题即:“如图所示, CD 垂直平分弦 AB , $CD=1$ 寸, $AB=10$ 寸,求圆的直径.”(1尺=10寸)根据题意,直径长为 ()

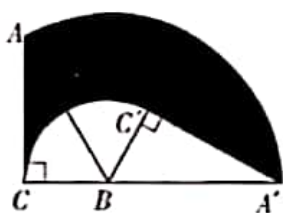


- A. 10 寸 B. 20 寸 C. 13 寸 D. 26 寸
10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示,则下列结论正确的是 ()



- A. $abc < 0$ B. $b^2 - 4ac < 0$ C. $a - b + c < 0$ D. $2a + b = 0$
- 二、填空题(每小题3分,共15分)

11. 在平面直角坐标系中,点 $A(-7, \sqrt{5})$ 关于原点对称的点的坐标为_____.
12. 将抛物线 $y = 4x^2$ 向上平移3个单位长度,再向左平移2个单位长度,所得抛物线的解析式为_____.
13. 在一个不透明的袋子中装有3个白球和若干个红球,这些球除颜色外都相同.每次从袋子中随机摸出一个球,记下颜色后再放回袋中,通过多次重复试验发现摸出红球的频率稳定在0.7附近,则袋子中红球约有_____个.
14. 已知,点 $A(-4, y_1)$, $B(\frac{1}{2}, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 的图象上,则 y_1 与 y_2 的大小关系为 y_1 _____ y_2 . (填“>”“<”或“=”)
15. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $AB = 4$,将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置,此时点 A' 恰好在 CB 的延长线上,则图中阴影部分的面积为_____. (结果保留 π)



三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. (8 分)解方程:

(1) $3x(x-2) = x-2$;

(2) $2x^2 - 1 = 3x$.

17. (9 分)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(1)求 k 的取值范围;

(2)若 $x_1 + x_2 = 3$,求 k 的值.

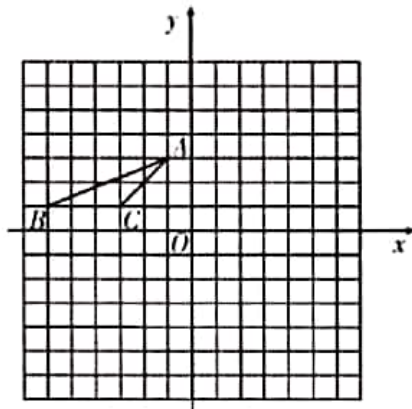
18. (9 分)如图,在平面直角坐标系中,每个小正方形的边长都是 1.

(1)按要求作图:

①以坐标原点 O 为旋转中心,将 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$;

②作出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于原点成中心对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$.

(2)在 $\triangle ABC$ 旋转至 $\triangle A_1B_1C_1$ 的过程中,顶点 A 运动的路程为_____.



19. (9分)《我和我的祖国》是由七位导演分别取材新中国成立70周年以来,祖国经历的无数个历史性经典瞬间,讲述了普通人与国家之间息息相关、密不可分的动人故事,聚焦大时代大事件下,普通人和国家之间看似遥远实则密切的关联,唤醒全球华人的共同回忆.电影上映以来得到了广泛的好评,小明和小红都想去观看这部电影,但是只有一张电影票,经过协商,他们决定采用摸球的方法决定谁去看电影,规则如下:在一个不透明的袋子中装着标有数字1,2,3的3个小球,这些球的形状、大小、质地完全相同,小明随机从袋中摸出1个球,记下数字,然后放回,小红再随机从袋中摸出1个球,记下数字并放回.

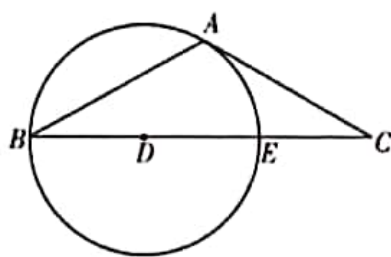
(1)用列表或画树状图的方法,写出两人摸球所得数字可能出现的所有情况;

(2)若两人摸出球的数字相同则小明去观看这部电影,若两人摸出球的数字不相同则小红去观看这部电影,问该游戏是否公平?并说明理由.

20. (9分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$,点 D 在 BC 边上, $\odot D$ 经过点 A 和点 B 且与 BC 边相交于点 E .

(1)求证: AC 是 $\odot D$ 的切线;

(2)若 $CE=2\sqrt{3}$,求 $\odot D$ 的半径.



21. (10 分)某服装超市购进单价为 30 元的童装若干件,物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元,不高于每件 60 元. 销售一段时间后发现:当销售单价为 60 元时,平均每月销售量为 80 件,而当销售单价每降低 1 元时,平均每月能多售出 2 件. 同时,在销售过程中,每月还要支付其他费用 450 元. 设销售单价为 x 元,平均月销售量为 y 件.

- (1)直接写出 y 与 x 之间的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围;
- (2)当销售单价为多少元时,销售这种童装每月可获利 1 800 元?
- (3)当销售单价为多少元时,销售这种童装每月获得的利润最大? 最大利润是多少?

22. (10 分)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$,将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转一定的角度 α 得到 $\triangle DEC$,点 A, B 的对应点分别是 D, E .

- (1)当点 E 恰好在 AC 上时,如图 1,求 $\angle ADE$ 的度数;
- (2)若 $\alpha = 60^\circ$ 时,点 F 是边 AC 的中点,如图 2,求证:四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

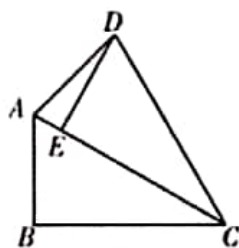


图 1

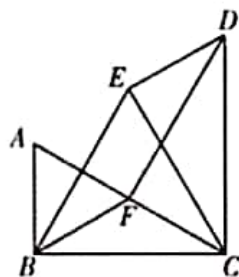
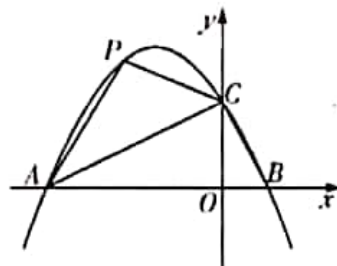


图 2

23. (11 分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(1, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .
- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 连接 AC, BC , 判断并证明 $\triangle ABC$ 的形状;
- (3) 点 P 是直线 AC 上方的抛物线上一动点, 是否存在点 P , 使 $\triangle ACP$ 的面积最大? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



数学参考答案

一、选择题

1. A 2. A 3. D 4. B 5. C 6. B 7. B 8. B 9. D 10. D

二、填空题

11. $(7, -\sqrt{5})$ 12. $y = 4(x+2)^2 + 3$ (或 $y = 4x^2 + 16x + 19$)13. 7 14. $<$ 15. 4π

三、解答题

16. 解: (1) $3x(x-2) = x-2$,移项, 得 $3x(x-2) - (x-2) = 0$.整理, 得 $(x-2)(3x-1) = 0$.

(2 分)

 $\therefore x-2=0$ 或 $3x-1=0$. $\therefore x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{3}$.

(4 分)

(2) $2x^2 - 1 = 3x$,移项, 得 $2x^2 - 3x - 1 = 0$. $\therefore a = 2, b = -3, c = -1$, $\therefore b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 17 > 0$.

(6 分)

 $\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$.

(7 分)

 $\therefore x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$.

(8 分)

17. 解: (1) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, $\therefore \Delta > 0$.

(1 分)

 $\therefore [-(2k+1)]^2 - 4(k^2 + 1) > 0$.

(3 分)

整理, 得 $4k - 3 > 0$, 解得 $k > \frac{3}{4}$. $\therefore k$ 的取值范围为 $k > \frac{3}{4}$.

(5 分)

(2) \because 方程的两个根分别为 x_1, x_2 , $\therefore x_1 + x_2 = 2k + 1$.

(7 分)

 $\therefore 2k + 1 = 3$, 解得 $k = 1$. $\therefore k$ 的值为 1.

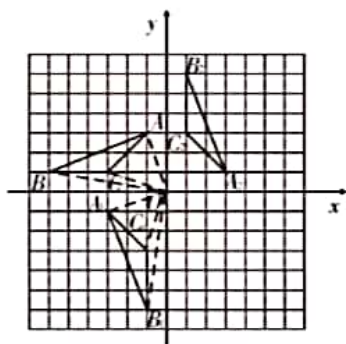
(9 分)

18. 解: (1) ①如解图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所作;

(3 分)

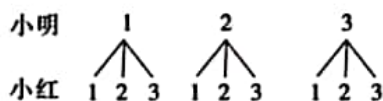
②如解图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所作;

(6 分)

(2) $\frac{\sqrt{10}}{2}\pi$.

(9 分)

19. 解: (1) 根据题意, 画树状图如下:



(3 分)

由树状图可知, 所有可能出现的结果共有 9 种, 即 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$, 这些结果出现的可能性相等.

(4 分)

(2) 该游戏不公平.

(5 分)

理由如下:

由(1)可知, 所有可能出现的结果共有 9 种, 其中摸出球的数字相同的结果有 3 种, 摸出球的数字不相同的结果有 6 种.

(6 分)

 $\therefore P(\text{小明去}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P(\text{小红去}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

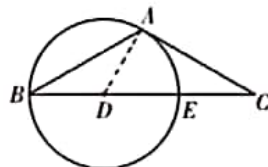
(8 分)

 $\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$. \therefore 该游戏不公平.

(9 分)

20. (1) 证明: 连接 AD , 如解图所示.

(1 分)

 $\because AB = AC, \angle BAC = 120^\circ$, $\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$.

(2 分)

 $\because DA = DB$, $\therefore \angle DAB = \angle B = 30^\circ$.

(3 分)

 $\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAB = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$. $\therefore AC \perp AD$. $\therefore AC$ 是 $\odot D$ 的切线.

(5 分)

(2) 解: 设 $\odot D$ 的半径为 r , 则 $DA = DE = r$.

(6 分)

在 $\text{Rt} \triangle ADC$ 中, $\angle DAC = 90^\circ, \angle C = 30^\circ$, $\therefore CD = 2AD$, 即 $CE + r = 2r$.

(8 分)

 $\therefore r = CE = 2\sqrt{3}$. $\therefore \odot D$ 的半径为 $2\sqrt{3}$.

(9 分)

21. 解: (1) y 与 x 的函数关系式为 $y = -2x + 200 (30 \leq x \leq 60)$. (2 分)(2) 由题意, 得 $(x - 30)(-2x + 200) - 450 = 1800$.

(3 分)

整理, 得 $x^2 - 130x + 4125 = 0$.解得 $x_1 = 55, x_2 = 75$ (不符合题意, 舍去).

(5 分)

答: 当销售单价为 55 元时, 销售这种童装每月可获利 1800 元.

(6 分)

(3) 设每月获得的利润为 w 元.

由题意, 得 $w = (x - 30)(-2x + 200) - 450 = -2x^2 + 260x - 6450 = -2(x - 65)^2 + 2000$. (8分)

$\therefore -2 < 0$,

\therefore 当 $x \leq 65$ 时, w 随 x 的增大而增大.

$\therefore 30 \leq x \leq 60$,

\therefore 当 $x = 60$ 时, w 取得最大值, 且 $w_{\text{最大}} = -2 \times (60 - 65)^2 + 2000 = 1950$. (9分)

答: 当销售单价为 60 元时, 销售这种童装每月获得的利润最大, 最大利润是 1950 元. (10分)

22. (1) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$. (1分)

由旋转的性质, 得 $DC = AC$, $\angle DCE = \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle ADC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DCE) = 75^\circ$. (3分)

又 $\because \angle EDC = \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \angle ADE = \angle ADC - \angle EDC = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$. (5分)

(2) 证明: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore AB = \frac{1}{2}AC$.

\because 点 F 是 AC 的中点,

$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}AC$.

$\therefore \angle FBC = \angle ACB = 30^\circ$.

$\therefore \angle AFB = 60^\circ$.

$\therefore BF = AB$. (7分)

由旋转的性质, 得 $AB = DE$, $\angle DEC = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCE = \angle ACD = 60^\circ$,

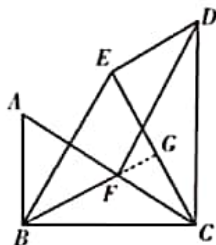
$\therefore DE = BF$. (8分)

延长 BF 交 EC 于点 G , 如解图所示, 则 $\angle BGE = \angle GBC + \angle GCB = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.

$\therefore \angle BGE = \angle DEC$.

$\therefore DE \parallel BF$. (9分)

\therefore 四边形 $BEDF$ 是平行四边形. (10分)



23. 解: (1) 把 $A(-4, 0)$, $B(1, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 2$ 中, 可得

$$\begin{cases} 16a - 4b + 2 = 0, \\ a + b + 2 = 0, \end{cases} \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = -\frac{3}{2}. \end{cases} \quad (2 \text{ 分})$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$. (3分)

(2) $\triangle ABC$ 为直角三角形. (4分)

证明如下:

将 $x = 0$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ 中, 得 $y = 2$.

$\therefore C(0, 2)$.

$\therefore OC = 2$.

$\therefore A(-4, 0)$, $B(1, 0)$,

$\therefore OA = 4$, $OB = 1$, $AB = 5$.

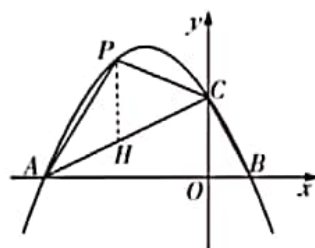
$\therefore AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, $BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, $AB^2 = 5^2 = 25$.

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形. (6分)

(3) 存在点 P , 使 $\triangle ACP$ 的面积最大. (7分)

过点 P 作 $PH \parallel y$ 轴交 AC 于点 H , 如解图所示.



设直线 AC 的解析式为 $y = kx + m$.

将 $A(-4, 0)$, $C(0, 2)$ 代入 $y = kx + m$ 中, 可得

$$\begin{cases} -4k + m = 0, \\ m = 2, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ m = 2. \end{cases}$$

\therefore 直线 AC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$. (8分)

设点 P 的坐标为 $(n, -\frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 2)$, 则点 H 的坐标为 $(n, \frac{1}{2}n + 2)$.

$$\therefore S_{\triangle ACP} = S_{\triangle APH} + S_{\triangle CPH} = \frac{1}{2}PH \cdot OA = \frac{1}{2} \times$$

$$\left[-\frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 2 - \left(\frac{1}{2}n + 2 \right) \right] \times 4 = -n^2 - 4n = -(n+2)^2 + 4. \quad (9 \text{ 分})$$

$\therefore -1 < 0$,

\therefore 当 $n = -2$ 时, $S_{\triangle ACP}$ 取得最大值, 此时 $-\frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 2 = 3$.

\therefore 点 P 的坐标为 $(-2, 3)$. (10分)

\therefore 直线 AC 上方的抛物线上存在点 $P(-2, 3)$, 使 $\triangle ACP$ 的面积最大. (11分)