

2019-2020 学年梁溪区九年级期末数学试卷

一、选择题

1. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + a = 0$ 的一个根是 1, 则 a 的值是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

【解答】B

2. 下列一元二次方程中, 两实数根之和为 3 的是 ()

- A. $x^2 + 3x - 3 = 0$ B. $2x^2 - 3x - 3 = 0$ C. $x^2 - 3x + 3 = 0$ D. $x^2 - 3x - 3 = 0$

【解答】D

3. 下列 y 和 x 之间的函数表达式中, 是二次函数的是 ()

- A. $y = (x+1)(x-3)$ B. $y = x^3 + 1$ C. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ D. $y = x - 3$

【解答】A

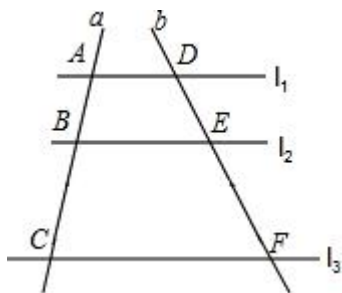
4. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 都在二次函数 $y = -(x+1)^2 + k$ 的图象上, 则下列结论正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_2 > y_1 > y_3$

【解答】D

5. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 a, b 与 l_1, l_2, l_3 分别相交于 A, B, C 和点 D, E, F . 已知 $AB=1, BC=3, DE=1.2$, 则 DF 的长为 ()

- A. 3.6 B. 4.8 C. 5 D. 5.2



【解答】解: $\because AD \parallel BE \parallel CF$,

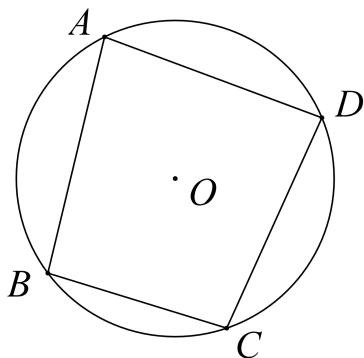
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}, \text{ 即 } \frac{1}{3} = \frac{1.2}{EF},$$

$$\therefore EF = 3.6,$$

$$\therefore DF = EF + DE = 3.6 + 1.2 = 4.8,$$

故选: B.

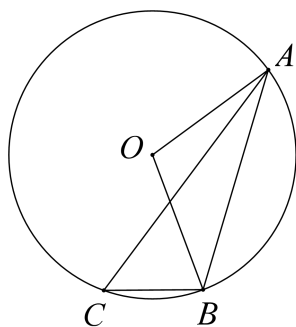
6. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，已知 $\angle A = 80^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）



- A. 40° B. 80° C. 100° D. 120°

【解答】 C

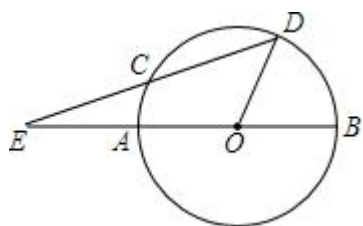
7. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，连接 OA 、 OB ，若 $\angle ABO = 35^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）



- A. 70° B. 65° C. 55° D. 45°

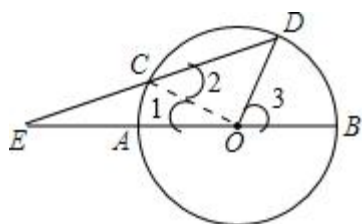
【解答】 C

8. 如图， $\odot O$ 的直径 BA 的延长线与弦 DC 的延长线交于点 E ，且 $CE = OB$ ，已知 $\angle DOB = 72^\circ$ ，则 $\angle E$ 等于（ ）



- A. 18° B. 24° C. 30° D. 26°

【解答】 解：如图：



$CE=OB=CO$ ，得

$$\angle E = \angle 1.$$

由 $\angle 2$ 是 $\triangle EOC$ 的外角，得 $\angle 2 = \angle E + \angle 1 = 2\angle E$.

由 $OC=OD$ ，得 $\angle D = \angle 2 = 2\angle E$.

由 $\angle 3$ 是三角形 $\triangle ODE$ 的外角，得 $\angle 3 = \angle E + \angle D = \angle E + 2\angle E = 3\angle E$.

由 $\angle 3 = 72^\circ$ ，得 $3\angle E = 72^\circ$.

解得 $\angle E = 24^\circ$.

故选：B.

9. 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心，作正方形 $OCDE$ ，下列说法：①点 O 是 $\triangle AEB$ 的外心；②点 O 是 $\triangle ADC$ 的外心；③点 O 是 $\triangle BCE$ 的外心；④点 O 是 $\triangle ADB$ 的外心. 其中一定不成立的说法是（ ）

A. ②④

B. ①③

C. ②③④

D. ①③④

【解答】解：连接 OB 、 OD 、 OA ，

$\because O$ 为锐角三角形 ABC 的外心，

$$\therefore OA = OC = OB,$$

\because 四边形 $OCDE$ 为正方形，

$$\therefore OA = OC < OD,$$

$$\therefore OA = OB = OC = OE \neq OD,$$

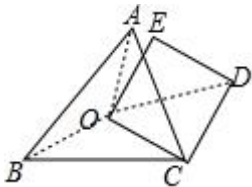
$\therefore OA = OC \neq OD$ ，即 O 不是 $\triangle ADC$ 的外心，

$OA = OE = OB$ ，即 O 是 $\triangle AEB$ 的外心，

$OB = OC = OE$ ，即 O 是 $\triangle BCE$ 的外心，

$OB = OA \neq OD$ ，即 O 不是 $\triangle ABD$ 的外心，

故选：A.



10. 在平面直角坐标系中，点 $A(0,2)$ 、 $B(a, a+2)$ 、 $C(b, 0)$ ($a>0, b>0$)，若 $AB=4\sqrt{2}$ 且 $\angle ACB$ 最大时， b 的值为（ ）

A. $2+2\sqrt{6}$

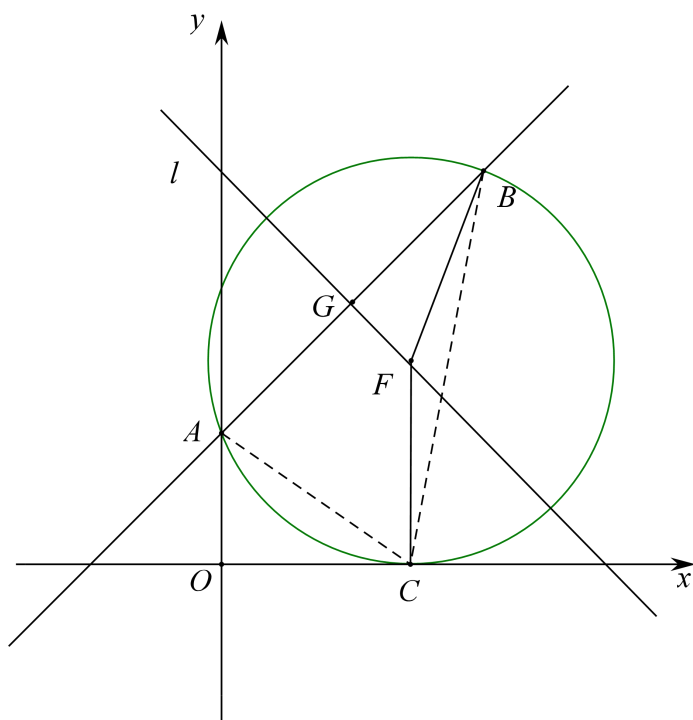
B. $-2+2\sqrt{6}$

C. $2+4\sqrt{2}$

D. $-2+4\sqrt{2}$

【解答】B，易知 $B(a, a+2)$ 在 $y=x+2$ 这条直线上，又 $AB=4\sqrt{2}$ ， $A(0,2)$ ， $B(4,6)$

易知 $\triangle ABC$ 的外接圆与 x 轴相切时, $\angle ACB$ 有最大值. G 为 AB 中点, $G(2,4)$, 过点 G 且垂直于 AB 的直线 $l: y = -x + 6$, 设圆心 $F(m, -m + 6)$, 由 $FC = FB$, 可知 $(-m + 6)^2 = (m - 4)^2 + (-m + 6 - 6)^2$, 解得 $m = 2\sqrt{6} - 2$



二、填空题

11、已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{a}{a+b} =$ _____

【解答】 解: $\frac{2}{5}$

12、请写出“两个根分别是 2, -2”的一个一元二次方程: _____

【解答】 解: $x^2 - 4 = 0$

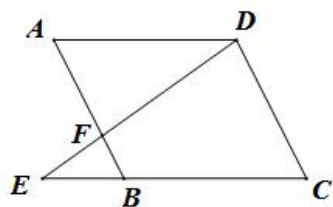
13、某工厂去年 10 月份机器产量为 500 台, 12 月份的机器产量达到 720 台, 设 11、12 月份平均每月机器产量增长的百分率为 x , 则根据题意可列方程 _____

【解答】 解: $500(1+x)^2 = 720$

13、二次函数 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 的图像的顶点坐标是 _____

【解答】 解: $(1, 3)$

14、如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 CB 延长线上一点, 且 $BE:CE=2:5$, 连接 DE 交 AB 于 F , 则 $S_{\triangle ADF}:S_{\triangle BEF} =$ _____



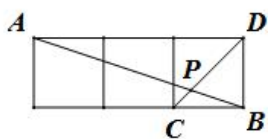
15题

【解答】 解：9:4

16、已知一段公路的坡度为 1:20，沿着这条公路前进，若上升的高度为 2m，则前进了____米

【解答】 解：40

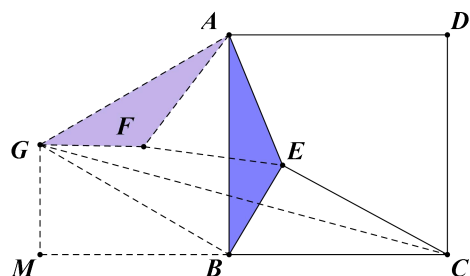
17、如图，在 1x3 的小正方形网格中，点 A、B、C、D 都在这些小正方形的顶点上，AB、CD 相交于点 P，则 $\tan \angle APC =$



17题

【解答】 解：2

18、如图，已知正方 ABCD 内一动点 E 到 A、B、C 三点的距离之和的最小值为 $1+\sqrt{3}$ ，则这个正方形的边长为____



18题

【解答】 解：设正方形的边长为 2m

将 $\triangle ABE$ 绕点 A 旋转 60° 至 $\triangle AGF$ 的位置，连接 EF, GC，过点 G 作 BC 的垂线交 CB 的延长线于点 M。易证 $\triangle AEF$ 为等边三角形，则 $EA+EB+EC=GF+EF+EC \geq GC$

$$\therefore GC = 1 + \sqrt{3}$$

$$\because \angle GBM = 30^\circ \therefore GM = m, BM = \sqrt{3}m, \text{在 } \text{RT}\triangle GMC \text{ 中, 勾股可得 } GC^2 = GM^2 + CM^2$$

$$\text{即: } (\sqrt{3}m + 2m)^2 + m^2 = (1 + \sqrt{3})^2$$

$$m = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{边长为 } 2m = \sqrt{2}$$

三、解答题

19、解方程：

(1) $(x-3)^2=16$

(2) $x^2-2x-4=0$

【解答】解： $x_1=-1, x_2=7$

解： $x_1=1+\sqrt{5}, x_2=1-\sqrt{5}$

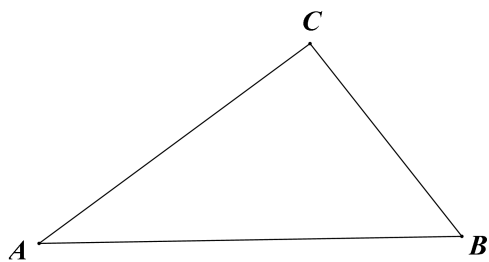
20、(1) 计算： $2\cos 45^\circ + (\sin 60^\circ)^2 - \sqrt{2}\tan 45^\circ$

(2) $\sqrt{3}\tan(\alpha-10)^\circ-3=0$ ，求 α 的度数

【解答】解： (1) 原式= $\frac{3}{4}$

解： (2) $\alpha=70^\circ$

21、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $AC=4$ ，求 AB 的长。



【解答】解： $AB=2\sqrt{3}+2$

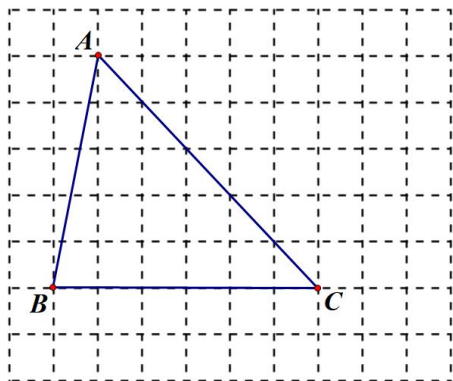
22、如图，在由边长为1个单位长度的小正方形组成的网格图中， $\triangle ABC$ 的顶点都在网格线交点上。

(1) 图中 AC 边上的高为 $6\sqrt{2}$ 个单位长度；

(2) 只用没有刻度的直尺，在所给网格图中按如下要求画图（保留必要痕迹）：

①以点 C 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 按相似比 1:2 缩小，得到 $\triangle DEC$ ；

②以 AB 为一边，作矩形 $ABMN$ ，使得它的面积恰好为 $\triangle ABC$ 的面积的 2 倍。



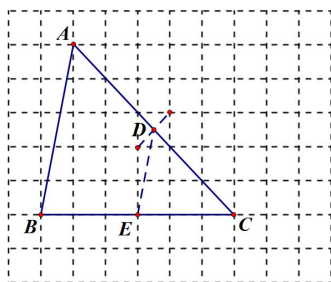
【解答】解：（1）易知 $AC=5\sqrt{2}$

设 AC 边上高为 h ，由三角形面积公式可得： $\frac{1}{2} \times 6 \times 5 = \frac{1}{2} h \times 5\sqrt{2}$ ，

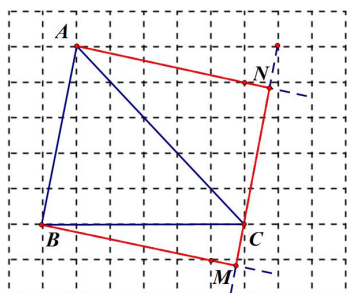
解得： $h=6\sqrt{2}$ 。

故答案为： $6\sqrt{2}$ 。

（2）①如图所示： $\triangle DEC$ 即为所求。



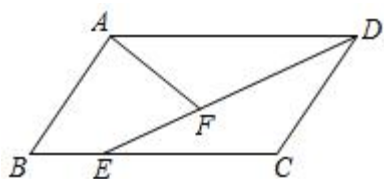
②如图所示：矩形 $ABMN$ 即为所求。



23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为 BC 边上一点，连接 DE ，点 F 为线段 DE 上一点，且 $\angle AFE = \angle B$ 。

（1）求证 $\triangle ADF \sim \triangle DEC$ ；

（2）若 $BE=2$ ， $AD=6$ ，且 $DF=\frac{2}{3}DE$ ，求 DF 的长度。



【解答】（1）证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ, \quad \angle ADF = \angle DEC.$$

$$\because \angle AFD + \angle AFE = 180^\circ, \quad \angle AFE = \angle B,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DEC;$$

(2) \because 平行四边形 ABCD

$$\therefore \angle B = \angle ADC, \quad AD \parallel BC$$

$$\because \angle AFE = \angle B$$

$$\therefore \angle AFE = \angle ADC$$

$$\because \angle AFE = \angle DAF + \angle ADF$$

$$\angle B = \angle ADF + \angle EDC$$

$$\therefore \angle DAF = \angle EDC$$

$$\because AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle ADF = \angle DEC$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DEC$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DF}{EC}$$

$$\because AD=6, \quad BE=2,$$

$$\therefore EC=4$$

$$\text{又} \because DF = \frac{2}{3} DE$$

$$\therefore \frac{3}{2} DF = DE$$

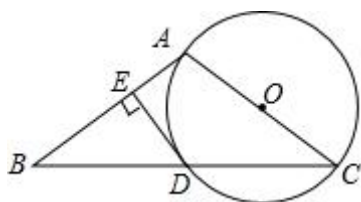
$$\therefore \frac{6}{\frac{3}{2} DF} = \frac{DF}{4}$$

解得 $DF=4$

24. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E 。

(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 若 $DE=\sqrt{3}$ ， $\angle C=30^\circ$ ，求 \widehat{AD} 的长。



【解答】（1）证明：连接 OD ；

$$\because OD=OC,$$

$$\therefore \angle C=\angle ODC,$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B=\angle C,$$

$$\therefore \angle B=\angle ODC,$$

$$\therefore OD\parallel AB,$$

$$\therefore \angle ODE=\angle DEB;$$

$$\because DE\perp AB,$$

$$\therefore \angle DEB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODE=90^\circ,$$

即 $DE\perp OD$,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

（2）解：连接 AD ,

$\because AC$ 是直径,

$$\therefore \angle ADC=90^\circ,$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B=\angle C=30^\circ, BD=CD,$$

$$\therefore \angle OAD=60^\circ,$$

$$\because OA=OD,$$

$\therefore \triangle AOD$ 是等边三角形,

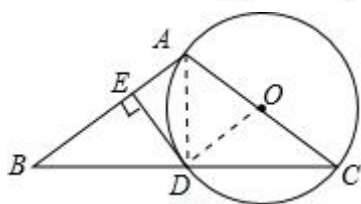
$$\therefore \angle AOD=60^\circ,$$

$$\because DE=\sqrt{3}, \angle B=30^\circ, \angle BED=90^\circ,$$

$$\therefore CD=BD=2DE=2\sqrt{3},$$

$$\therefore OD=AD=\tan 30^\circ \cdot CD=\frac{\sqrt{3}}{3} \times 2\sqrt{3}=2,$$

$$\therefore \widehat{AD} \text{ 的长为: } \frac{60\pi \cdot 2}{180} = \frac{2\pi}{3}.$$



25. （本题满分 8 分）超市销售某种儿童玩具，该玩具的进价为 100 元/件，市场管理部门规定，该种玩具每件利润不能超过进价的 60%.现在超市的销售单价为 140 元，每天可售出 50 件，根据市场调查发现，如果销售单价

每上涨 2 元，每天销售量会减少 1 件。设上涨后的销售单价为 x 元，每天售出 y 件。

(1) 请写出 y 与 x 之间的函数表达式并写出 x 的取值范围；

(2) 设超市每天销售这种玩具可获利 w 元，当 x 为多少元时 w 最大，最大为多少元？

【解答】解：（1）由题上涨的单价为 $x=140$ 元

$$\text{所以 } y = 50 - (x - 140) \div 2 \times 1 = -\frac{1}{2}x + 120$$

$$(2) \text{ 根据题意得, } w = (x - 100) \left(-\frac{1}{2}x + 120\right) = -\frac{1}{2}(x - 170)^2 + 2450$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

\therefore 当 $x < 170$ 时， w 随 x 的增大而增大，

\therefore 该种玩具每件利润不能超过进价的 60%

$$\therefore \frac{x - 100}{100} \times 100\% \leq 60\%$$

$$\therefore x \leq 160$$

\therefore 当 $x = 160$ 时， w 最大 = 2400，

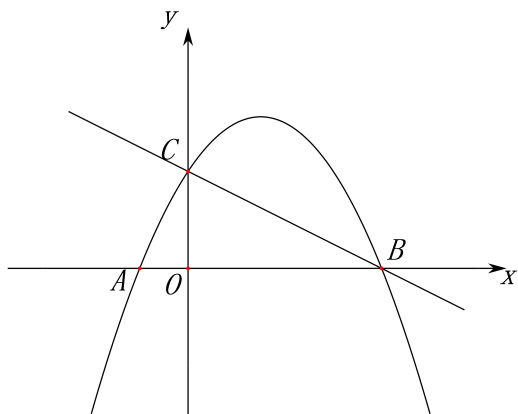
答：当 x 为 160 时 w 最大，最大值是 2400 元。

26、（本题满分 8 分）如图，已知 $A(-1, 0)$ ，一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的图像交坐标轴于点 B 、 C ，二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$

的图像经过点 A 、 C 。点 Q 是二次函数图像上一动点。

（1）当 $S_{\triangle QAB} = 5S_{\triangle AOC}$ 时，求点 Q 是坐标；

（2）过点 Q 作直线 $l \parallel BC$ ，当直线 l 与二次函数的图像有且只有一个公共点时，求出此时直线 l 对应的一次函数的表达式并求出此时直线 l 与直线 BC 之间的距离。



【解答】由题意一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与坐标轴的交点 B (4,0) , C (0,2)

$$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

$$S_{\triangle QAB} = 5S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 4 \times |y_Q| \quad \text{则 } |y_Q| = 2$$

将 A、B、C 带入二次函数解析式得到 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

所以得到 Q (0,2) 或 (3, 2) 或 Q ($\frac{3-\sqrt{41}}{2}$, -2) 或 Q ($\frac{3+\sqrt{41}}{2}$, -2)

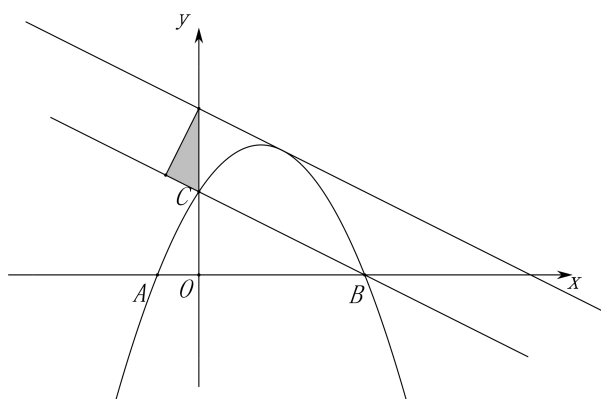
(3) 根据题意设一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + b$ (分析如图所示)

$$-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + b$$

$$\Delta = 32 - 8b = 0 \quad \text{则 } b = 4$$

$$\therefore \text{一次函数 } y = -\frac{1}{2}x + 4$$

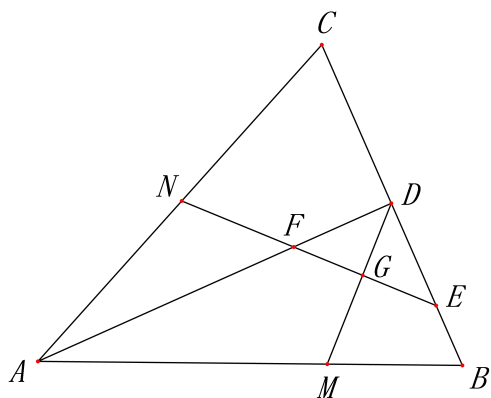
此时直线 l 与直线 BC 之间的距离为 $d = \frac{4\sqrt{5}}{5}$



27、(本题满分 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, E , F 分别是 BD , AD 上的点, 取 EF 中点 G , 连接 DG 并延长交 AB 于点 M , 延长 EF 交 AC 于点 N 。

(1) 求证: $\angle FAB$ 和 $\angle B$ 互余;

(2) 若 N 为 AC 的中点, $DE=2BE$, $MB=3$, 求 AM 的长.



【解答】 (1) $\because AB=AC$ AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线
 $\therefore AD \perp BC$ 则 $\angle FAB + \angle B = 90^\circ$

(2) 过点 N 作 BC 平行线交 DM 延长线于点 Q 交 AB 于点 P , 交 AD 于点 K
 $\because DE=2BE$ N 为 AC 的中点

$$\therefore NK = \frac{1}{2} CD$$

令 $DE=4k$, $EB=2k$ 所以 $NK=3k$

又 $\because NQ \parallel BC$

$$\therefore \frac{DE}{NK} = \frac{EF}{NF} = \frac{4}{3}$$

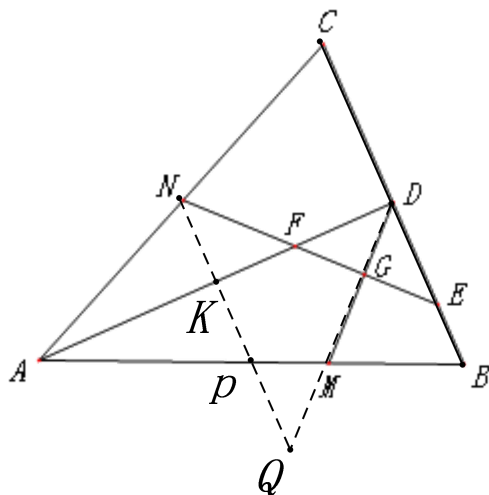
又 $\because G$ 为 NE 中点

$$\frac{EG}{NG} = \frac{DE}{NQ} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore NQ=10K \quad PQ=10k-6k=4k$$

$$\frac{DB}{PQ} = \frac{BM}{PM} = \frac{3}{2}$$

又 $\because BM=3$ 则 $PM=2$ 即 $AP=5$ 所以 $AM=5+2=7$



28、(本题满分 12 分) 如图 1, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(4,0)$, O 为坐标原点, 点 B 在第一象限, 连接 AC ,

$\tan \angle ACO = 2$, D 是 BC 的中点,

(1) 求点 D 的坐标;

(2) 如图 2, M 是线段 OC 上的点, $OM = \frac{2}{3} OC$, 点 P 是线段 OM 上的一个动点, 经过 P 、 D 、 B 三点的抛物线交 x

轴的正半轴于点 E , 连接 DE 交 AB 于点 F .

①将 $\triangle DBF$ 沿 DE 所在的直线翻折, 若点 B 恰好落在 AC 上, 求此时点 P 的坐标;

②以线段 DF 为边, 在 DF 所在直线的右上方作等边 $\triangle DFG$, 当动点 P 从点 O 运动到点 M 时, 点 G 也随之运动, 请直接写出点 G 运动的路径的长.

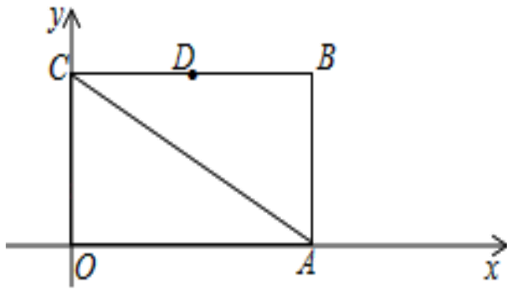


图1

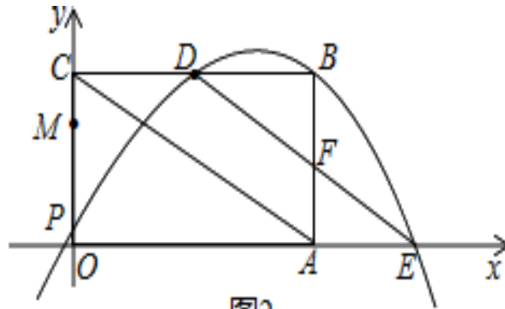


图2

【解答】解: (1) $\because \tan \angle ACO = 2$, $OA = 4$,
 $\therefore OC = 2$
 又 $\because D$ 为 CB 中点
 则 $D(2, 2)$

(3) ①设 $y = a(x-2)(x-4) + 2$

将 $E(6, 0)$ 代入, $8a + 2 = 0 \therefore a = -\frac{1}{4}$, 则二次函数解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$ 此时 $P(0, 0)$

②如图, 当动点 P 从点 O 运动到点 M 时, 点 F 运动到点 F' , 点 G 也随之运动到 G' .

连接 GG' . 当点 P 向点 M 运动时, 抛物线开口变大, F 点向上线性移动, 所以 G 也是线性移动.

即 $GG' = FF'$.

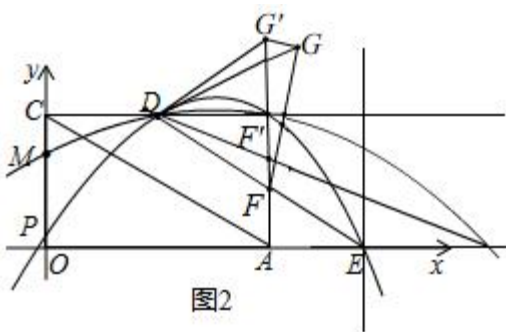


图2

$\because \triangle DFG$ 、 $\triangle DF'G'$ 为等边三角形,

$\therefore \angle GDF = \angle G'DF' = 60^\circ$, $DG = DF$, $DG' = DF'$,

$\therefore \angle GDF - \angle GDF' = \angle G'DF' - \angle GDF'$,

即 $\angle G'DG = \angle F'DF$

在 $\triangle DFF'$ 与 $\triangle FGG'$ 中,

$$\begin{aligned} & DF' = DG' \\ & \angle F'DF = \angle G'DG, \\ & DF = DG \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle DFF' \cong \triangle FGG' \quad (SAS) \quad ,$$

$$\therefore GG' = FF' = \frac{1}{3}$$

即 G 运动路径的长为 $\frac{1}{3}$.