

# 九年级数学参考答案与评分意见

## 一、选择题(本大题共 8 小题,每题 2 分,共 16 分.)

1. A    2. B    3. D    4. C    5. A    6. C    7. B    8. A

## 二、填空题(本大题共 10 小题,每题 2 分,共 20 分.)

9.  $(2, -3)$     10. 4    11. 1    12. -2    13.  $y = (x - 1)^2 + 2$   
 14. 6    15.  $\sqrt{2}$     16. 1    17.  $(1 + \sqrt{2}, 2)$  或  $(1 - \sqrt{2}, 2)$     18.  $150^\circ$

(下列各题每题只提供一种解法,如有不同方法,可按评分意见酌情给分)

## 三、解答题(本大题共 10 小题,共 64 分. 其中第 19,20 题每题 4 分,第 21,22,23,24,25 每题 6 分,第 26,27 题每题 8 分,第 28 题 10 分. 解答题必须写出必要的文字说明、演算.)

19. 解:  $(5x - 1)^2 - 3(5x - 1) = 0$

$$(5x - 1)(5x - 4) = 0 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{1}{5} \quad x_2 = \frac{4}{5}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

20. 解:  $x^2 - 4x + 4 = 3 + 4$

$$(x - 2)^2 = 7 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{7}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{7} \quad x_2 = 2 - \sqrt{7}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

21. 解: (1)  $\because x = 1$  是方程  $x^2 + ax + a - 1 = 0$  的解

$\therefore$  把  $x = 1$  代入方程  $x^2 + ax + a - 1 = 0$  得:

$$1 + a + a - 1 = 0, \text{ 解得 } a = 0 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{代入解得: } x_2 = -1 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

答:  $a$  的值是 0, 另一个根是 -1.

$$(2) \because \Delta = a^2 - 4(a - 1) = a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2 \geq 0$$

$\therefore$  无论  $a$  为何值, 此方程都有实数根.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

22. 解: 如图可得: 抛物线对称轴为直线  $x = 1$

$$\text{所以设抛物线解析式为 } y = a(x - 1)^2 + k \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

又  $\because$  抛物线与  $x$  轴相交于点  $(-1, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $(0, -3)$

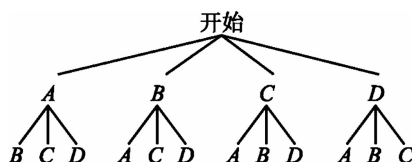
$$\therefore \begin{cases} a(-1 - 1)^2 + k = 0 \\ a(0 - 1)^2 + k = -3 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 1 \\ k = -4 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

∴ 所求得二次函数解析式是:  $y = (x - 1)^2 - 4$ . ..... 6 分

23. 解: (1) 不可能, 随机,  $\frac{1}{4}$  ..... 3 分

(2) 根据题意, 可画出树状图如图:



从树状图可以看出, 共有 12 种等可能结果:  $AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC$ . 其中“小惠被抽中”的情况有 6 种. .... 5 分

∴  $P_{\text{(小惠被抽中)}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ . .... 6 分

24. 解: 设一共有  $x$  队参加比赛. .... 1 分

根据题意, 得:  $\frac{1}{2}x(x - 1) = 28$  ..... 3 分

解得:  $x_1 = 8$   $x_2 = -7$  (不符合题意, 舍去) ..... 5 分

答: 一共有 8 个队参加比赛. .... 6 分

25. 解: ∵ 矩形  $CDEF$  ∴  $\angle AFE = \angle CFE = 90^\circ$

∵  $\angle A = 30^\circ$  ∴  $EF = \frac{1}{2}AE$  (在直角三角形中, 如果一个锐角等于  $30^\circ$ , 那么它所对的直角边是斜边的一半)

设  $EF = x$  ∴  $AE = 2x$

在  $\text{Rt}\triangle AFE$  中,  $\angle AFE = 90^\circ$

∴  $AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3}x$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ$   $AB = 12$

∴  $BC = 6$   $AC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$

∴  $CF = 6\sqrt{3} - \sqrt{3}x$  ..... 3 分

∴  $S_{\text{矩形}} = (6\sqrt{3} - \sqrt{3}x)x$

$= -\sqrt{3}x^2 + 6\sqrt{3}x$

$= -\sqrt{3}(x^2 - 6x)$

$= -\sqrt{3}(x - 3)^2 + 9\sqrt{3}$

∵  $-\sqrt{3} < 0$  ∴ 函数有最大值. 即当  $x = 3$  时,  $S_{\text{矩形最大}} = 9\sqrt{3}$

答: 当  $EF = 3$  时, 矩形的最大面积为  $9\sqrt{3}$ . .... 6 分

26. 解: (1) 连接  $OA$ . .... 1 分

∵  $AB = AC$   $\angle C = 30^\circ$  ∴  $\angle B = \angle C = 30^\circ$  (等边对等角)

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 120^\circ$$

$$\because OA = OB \therefore \angle OAB = \angle B = 30^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = \angle BAC - \angle OAB = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$\therefore OA \perp AC$  又 $\because OA$  是 $\odot O$  的半径

$\therefore AC$  是 $\odot O$  的切线(经过半径外端并且垂直于半径的直线是圆的切线).  $\cdots$  4 分

(2) 在  $Rt\triangle OAC$  中,  $\angle OAC = 90^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$

$$\therefore OC = 2OA \therefore \angle AOC = 60^\circ$$

设  $OA$  的长度为  $x$ , 则  $OC = 2x$

$$\text{根据勾股定理可得: } x^2 + (2\sqrt{3})^2 = (2x)^2$$

解得:  $x_1 = 2, x_2 = -2$  (不合题意, 舍去)  $\cdots \cdots \cdots$  6 分

$$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\text{扇形}OAD} = \frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$$

答: 图中阴影部分的面积为  $(2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi)$ .  $\cdots \cdots \cdots$  8 分

27. 解: (1) 如图①, 图形准确;  $\cdots \cdots \cdots$  4 分

(2) 如图②, 连接  $AO$  并延长与  $\odot O$  交于点  $D$ , 连接  $PD$ , 即为所求角平分线.

$\cdots \cdots \cdots$  6 分

理由如下:

$$\because AD \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径} \therefore \widehat{ABD} = \widehat{ACD}$$

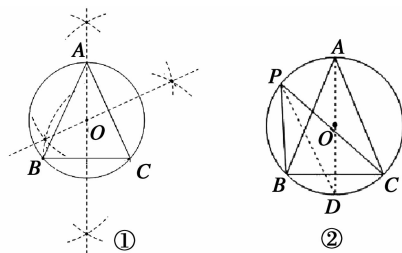
$$\text{又} \because AB = AC$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$$

$$\therefore \angle BPD = \angle CPD$$

即  $PD$  平分  $\angle BPC$ .  $\cdots \cdots \cdots$  8 分



28. 解: (1)  $\because$  抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点

$$\therefore \text{令 } y = 0, \text{ 得: } -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = -4 \quad x_2 = 1$$

$\therefore A(-4, 0) \quad B(1, 0)$ .  $\cdots \cdots \cdots$  2 分

(2)  $\because OA = 4, OC = 2, OB = 1$

$$\therefore AB=5, AC=2\sqrt{5}, BC=\sqrt{5}$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\triangle ABC$  是直角三角形..... 5 分

$\therefore \triangle ABC$  的外接圆的圆心坐标为  $(-\frac{3}{2}, 0)$ . .... 6 分

(3)  $\because \triangle ABC$  与  $\triangle ABP$  的面积相等

$\therefore CP_1 \parallel AB, P_2P_3 \parallel AB$  ..... 7 分

$\therefore$  点  $P$  的纵坐标为 2 或 -2

$$\text{当 } y=2 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 2$$

解得:  $x_1 = -3$   $x_2 = 0$  (舍去)

$\therefore P_1(-3, 2)$  ..... 8 分

$$\text{当 } y=-2 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -2$$

$$\text{解得: } x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore P_2\left(\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, -2\right), P_3\left(\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}, -2\right)$$

答:  $P$  点坐标:  $P_1(-3, 2), P_2(\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, -2), P_3(\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}, -2)$ . .... 10 分

