

# 九年级数学参考答案

一、选择题 1-5DBCAD 6-10CBB CB

二、填空题 11.  $y=3x^2$  (答案不唯一) 12. 二、四 13. 10% 14. 64 15. 13

三、解答题

16. 解: (1) 原方程可化为  $x(2x-3)=2(2x-3)$  .....(1 分)

移项得  $x(2x-3)-2(2x-3)=0$ , 分解因式得  $(2x-3)(x-2)=0$ , .....(3 分)

于是得  $2x-3=0$ , 或  $x-2=0$ , .....(4 分)

$x_1=1.5$ ,  $x_2=2$ . .....(5 分)

(2) 原方程化简得  $5x^2+4x-1=0$ . ..... (7 分)

$$\Delta=4^2-4\times 5\times (-1)=36>0, \therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{2\times 5}=\frac{-4\pm 6}{2\times 5}=\frac{-2\pm 3}{5},$$

$$x_1=\frac{1}{5}, x_2=-1. \quad \text{..... (10 分)}$$

17. 解: (1) 如图所示,

$\triangle A_1B_1C_1$  即为所求. .... (2 分)

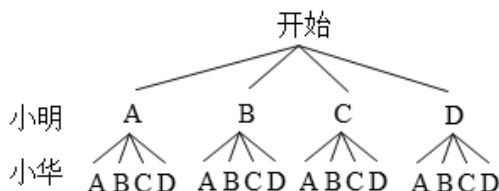
(2) 如图所示,

$\triangle A_2B_2C_2$  即为所求..... (4 分)

(3) 旋转中心坐标为 (1, -3) ..... (6 分)

18. 解: (1)  $\frac{1}{4}$  .....(2 分)

(2) 画出树状图如下:



(第17题)

.....(5 分)

或列表如下:

小明 \ 小华	A	B	C	D
A	(A, A)	(B, A)	(C, A)	(D, A)
B	(A, B)	(B, B)	(C, B)	(D, B)
C	(A, C)	(B, C)	(C, C)	(D, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)	(D, D)

.....(5分)

由上可知小明和小华随机各抽取一次卡片, 一共有 16 种等可能情况, 其中标号不同即查找不同院士资料的情况有 12 种, 即(B, A)、(C, A)、(D, A)、(A, B)、(C, B)、(D, B)、(A, C)、(B, C)、(D, C)、(A, D)、(B, D)、(C, D).

$$\therefore P_{\text{(小明和小华查找不同院士资料)}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}. \quad \text{.....(8 分)}$$

19.解: (1)  $\because$  反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  过点  $A(4,3)$ ,

$$\therefore 4 = \frac{m}{3}, \therefore m=12, y = \frac{12}{x}.$$

把  $x=-2$  代入  $y = \frac{12}{x}$  得  $y=-6$ ,  $\therefore n=-6$ . .....(3 分)

(2) 不等式  $kx+b > \frac{m}{x}$  的解集为  $x > 4$  或  $-2 < x < 0$ . .....(5 分)

(3) 点  $D$  的坐标是  $(6, 0)$  或  $(2 + \sqrt{13}, 0)$  或  $(2 - \sqrt{13}, 0)$  .....(7 分)

20.解: (1) 直线  $DE$  与  $\odot O$  相切, .....(1 分)

理由如下: 方法一: 如图, 连接  $AD$ 、 $OD$ , .....(2 分)

$\because AC$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore AB \perp AC$ ,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle C + \angle B = 90^\circ$ ,

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,

又  $\because$  点  $E$  是  $AC$  的中点,  $\therefore CE = ED$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle C$ ,

$\because OB = OD$ ,  $\therefore \angle 2 = \angle B$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle EDO = 90^\circ$ ,  $\therefore DE \perp OD$ ,

又  $\because OD$  为  $\odot O$  的半径,  $\therefore DE$  与  $\odot O$  相切.

方法二: 如图, 连接  $OE$ 、 $OD$ ,

$\because AC$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore AB \perp AC$ ,  $\therefore \angle OAC = 90^\circ$ ,

$\because$  点  $E$  是  $AC$  的中点, 点  $O$  是  $AB$  的中点,

$\therefore OE \parallel BC$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle B$ ,  $\angle 2 = \angle 3$ ,

$\because OB = OD$ ,  $\therefore \angle B = \angle 3$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ,

在  $\triangle AOE$  和  $\triangle DOE$  中,  $\begin{cases} OA = OD, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ OE = OE. \end{cases}$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOE$  (SAS),

$\therefore \angle ODE = \angle OAE = 90^\circ$ ,  $\therefore DE \perp OD$ ,

又  $\because OD$  为  $\odot O$  的半径,  $\therefore DE$  与  $\odot O$  相切.

(2)  $\because$  点  $E$  是  $AC$  的中点,  $AE = \frac{1}{2} AC = 2.5$ ,

$\because DE$ 、 $AE$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore DE = AE = 2.5$ ,

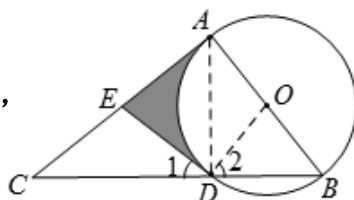
或  $\because \triangle AOE \cong \triangle DOE$ ,  $\therefore DE = AE = 2.5$ ,

或在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\therefore DE = \frac{1}{2} AC = 2.5$ ,

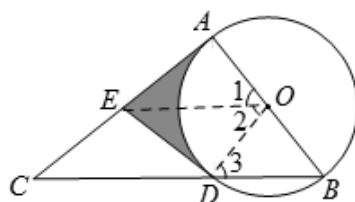
又  $\because \angle AOD = 2\angle B = 100^\circ$ ,

$\therefore$  阴影部分的周长为:  $2.5 + 2.5 + \frac{100\pi \times 2}{180} = 5 + \frac{10\pi}{9}$ . .....(9 分)

21.解: (1) 根据题意得,  $y = -\frac{1}{2}x + 50$  ( $0 < x \leq 20$ ); .....(3 分)



(第20题方法一)



(第20题方法二)

(2)根据题意得,  $(40+x)(-\frac{1}{2}x+50)=2250$ , .....(4分)

解得:  $x_1=50$ ,  $x_2=10$ ,

$\because$ 每件利润不能超过 60 元,  $\therefore x=10$ ,

答: 当  $x$  为 10 时, 超市每天销售这种山药可获利润 2250 元. ....(6分)

(3)根据题意得,

$$w=(40+x)(-\frac{1}{2}x+50)=-\frac{1}{2}x^2+30x+2000=-\frac{1}{2}(x-30)^2+2450. ....(7分)$$

$\because a=-\frac{1}{2}<0$ ,  $\therefore$  当  $x<30$  时,  $w$  随  $x$  的增大而增大,

$\therefore$  当  $x=20$  时,  $w_{\text{最大}}=2400$ ,

答: 当  $x$  为 20 时  $w$  最大, 最大值是 2400 元. ....(10分)

22.解: (1)思路一、如图 1,

将 $\triangle BPC$ 绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 得到 $\triangle BP'A$ , 连接  $PP'$ ,

则 $\triangle ABP' \cong \triangle CBP$ ,  $AP'=CP=3$ ,

$BP'=BP=2$ ,  $\angle PBP'=90^\circ$ ,

$\therefore \angle BPP'=45^\circ$ ,

根据勾股定理得,  $P'P=\sqrt{2}BP=2\sqrt{2}$ ,

$\because AP=1$ ,  $\therefore AP^2+P'P^2=1+8=9$ ,

又 $\because P'A^2=3^2=9$ ,  $\therefore AP^2+P'P^2=P'A^2$ ,

$\therefore \triangle APP'$ 是直角三角形, 且 $\angle APP'=90^\circ$ ,

$\therefore \angle APB=\angle APP'+\angle BPP'=90^\circ+45^\circ=135^\circ$ ; .....(4分)

思路二、同思路一的方法. ....(4分)

(2)如图 2, 将 $\triangle BPC$ 绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 得到 $\triangle BP'A$ , 连接  $PP'$ ,

则 $\triangle ABP' \cong \triangle CBP$ ,  $AP'=CP=\sqrt{11}$ ,

$BP'=BP=1$ ,  $\angle PBP'=90^\circ$ ,

$\therefore \angle BPP'=45^\circ$ ,

根据勾股定理得,  $PP'=\sqrt{2}BP=\sqrt{2}$ ,

$\because AP=3$ ,

$\therefore AP^2+P'P^2=9+2=11$ ,

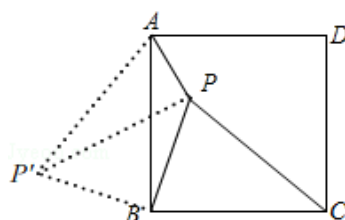
又 $\because P'A^2=(\sqrt{11})^2=11$ ,

$\therefore AP^2+P'P^2=P'A^2$ ,

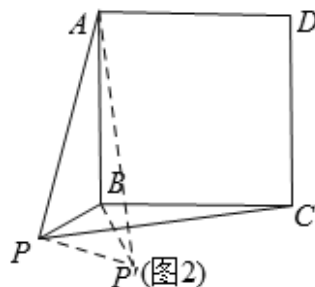
$\therefore \triangle APP'$ 是直角三角形, 且 $\angle APP'=90^\circ$ ,

$\therefore \angle APB=\angle APP'-\angle BPP'=90^\circ-45^\circ=45^\circ$ . ....(9分)

(3) $\sqrt{3}$  .....(12分)



(图1)



(图2)

23.解: (1)由抛物线  $y=ax^2-2x+c$  与  $x$  轴交于  $A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$  两点得 
$$\begin{cases} 9a+6+c=0, \\ a-2+c=0. \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} a=-1, \\ c=3. \end{cases}$$

故抛物线解析式为  $y=-x^2-2x+3$ ..... (2分)

由  $y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$  得点  $D$  坐标为  $(-1, 4)$ ..... (3 分)

(2) 在直线  $l$  上存在一点  $M$ , 到点  $B$  的距离与到点  $C$  的距离之和最小.

根据抛物线对称性  $MA=MB$ ,  $\therefore MB+MC=MA+MC$ ,

$\therefore$  使  $MB+MC$  的值最小的点  $M$  应为直线  $AC$  与对称轴  $l: x=-1$  的交点,

当  $x=0$  时,  $y=3$ ,  $\therefore C(0, 3)$

设直线  $AC$  解析式为直线  $y=kx+b$ ,

把  $A(-3, 0)$ 、 $C(0, 3)$  分别代入  $y=kx+b$  得

$$\begin{cases} -3k+b=0, \\ b=3. \end{cases} \text{解之得: } \begin{cases} k=1, \\ b=3. \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AC$  解析式为  $y=x+3$ ,

把  $x=-1$  代入  $y=x+3$  得,  $y=2$ ,  $\therefore M(-1, 2)$ ,

即当点  $M$  到点  $A$  的距离与到点  $C$  的距离之和最小时  $M$  的坐标为  $(-1, 2)$ ; ..... (6 分)

(3)①  $FP=2FG$ , ..... (7 分)

理由为:

设直线  $AD$  解析式为  $y=k'x+b'$ ,

把  $A(-3, 0)$ 、 $D(-1, 4)$  分别代入直线  $y=k'x+b'$  得

$$\begin{cases} -3k'+b'=0, \\ -k'+b'=4. \end{cases} \text{解之得: } \begin{cases} k'=2, \\ b'=6. \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AD$  解析式为  $y=2x+6$ ,

则点  $F$  的坐标为  $(m, 2m+6)$ , 同理  $G$  的坐标为  $(m, m+3)$ ,

则  $FG=(2m+6)-(m+3)=m+3$ ,  $FP=2m+6-2(m+3)$ ,

$\therefore FP=2FG$ ; ..... (9 分)

② 根据题意得点  $E$  的坐标为  $(m, -m^2 - 2m + 3)$ ,

设直线  $l$  与  $x$  轴交于点  $N$ ,

方法一:  $EF=(-m^2 - 2m + 3)-(2m+6)=-m^2 - 4m - 3=-(m+2)^2 + 1$

$$\therefore S_{\triangle AED} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle EFD}$$

$$= \frac{1}{2} \times EF[m - (-3)] + \frac{1}{2} \times EF(-1 - m)$$

$$= \frac{1}{2} \times EF(m + 3 - 1 - m) = \frac{1}{2} \times EF \times 2 = EF = -(m+2)^2 + 1$$

$\therefore$  当  $m$  为  $-2$  时,  $S_{\triangle AED}$  的最大值为  $1$ .

..... (11 分)

如图, 过点  $D$  作  $DH \parallel x$  轴, 交  $y$  轴于点  $H$ ,

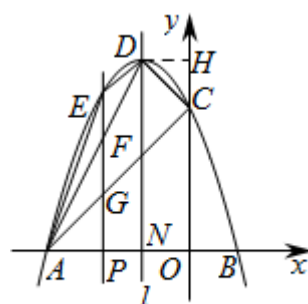
$$S_{\text{梯形}DHOA} = \frac{1}{2} HO \times (DH + AO) = \frac{1}{2} \times 4 \times (1 + 3) = 8,$$

$$S_{\text{Rt}\triangle DHC} = \frac{1}{2} DH \times HC = \frac{1}{2} \times 1 \times (4 - 3) = \frac{1}{2},$$

$$S_{\text{Rt}\triangle AOC} = \frac{1}{2} AO \times OC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2},$$

$$S_{\triangle ADC} = S_{\text{梯形}DHOA} - S_{\text{Rt}\triangle DHC} - S_{\text{Rt}\triangle AOC} = 8 - \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = 3.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AEDC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = -(m+2)^2 + 1 + 3 = -(m+2)^2 + 4,$$



(23题(3)②)

∴当  $m$  为-2 时, 四边形  $AEDC$  的面积最大,最大值为 4. .... (13 分)

方法二: 同方法一得出当  $m$  为-2 时,  $S_{\triangle AED}$  的最大值为 1. .... (11 分)

如图, 过点  $D$  作  $DH \parallel x$  轴, 交  $y$  轴于点  $H$ ,

在  $\triangle DHC$  中,  $\angle DHC = 180^\circ - \angle AOB = 90^\circ$ ,

$$DC = \sqrt{DH^2 + HC^2} = \sqrt{1^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOC \text{ 中, } AC = \sqrt{AO^2 + CO^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADN \text{ 中, } AD = \sqrt{AN^2 + ND^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{5})^2, \therefore DC^2 + AC^2 = AD^2$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ, \therefore S_{\text{Rt}\triangle ADC} = \frac{1}{2} CD \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3.$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AEDC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = -(m+2)^2 + 1 + 3 = -(m+2)^2 + 4,$$

∴当  $m$  为-2 时, 四边形  $AEDC$  的面积最大,最大值为 4. .... (13 分)

方法三:

$$\because S_{\triangle AEP} = \frac{1}{2} AP \times y_E, S_{\text{梯形} EPND} = \frac{1}{2} PN \times (EP + DN) = \frac{1}{2} PN \times (y_E + 4),$$

$$S_{\text{梯形} DNOC} = \frac{1}{2} NO \times (CO + DN) = \frac{1}{2} \times 1 \times (3 + 4) = \frac{7}{2},$$

$$\therefore S_{\text{五边形} AEDCO} = S_{\triangle AEP} + S_{\text{梯形} EPND} + S_{\text{梯形} DNOC}$$

$$= \frac{1}{2} AP \times y_E + \frac{1}{2} PN \times (y_E + 4) + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{2} y_E (AP + PN) + \frac{1}{2} PN \times 4 + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{2} y_E \times AN + 2PN + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (-m^2 - 2m + 3) \times 2 + 2(-1 - m) + \frac{7}{2}$$

$$= -m^2 - 4m + \frac{9}{2}$$

$$\because S_{\text{Rt}\triangle AOC} = \frac{1}{2} AO \times CO = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AEDC} = S_{\text{五边形} AEDCO} - S_{\text{Rt}\triangle AOC} = -m^2 - 4m = -(m+2)^2 + 4,$$

∴当  $m$  为-2 时, 四边形  $AEDC$  的面积最大,最大值为 4. .... (13 分)