

2019—2020 学年度上期期末素质测试题

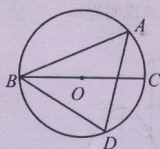
九年级数学

(注：请在答题卷上答题)

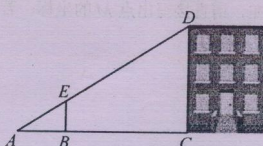
题号	一	二	三							卷面分 (5分)	总分
			16	17	18	19	20	21	22		
得分											

一、选择题(共 10 小题, 满分 30 分, 每小题 3 分)

- 下列成语所描述的事件是随机事件的是 ( )  
A. 守株待兔 B. 水涨船高 C. 瓮中捉鳖 D. 水中捞月
- 一元二次方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的根的情况是 ( )  
A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根  
C. 没有实数根 D. 无法判断
- 把函数  $y = -\frac{1}{2}x^2$  的图象, 经过怎样的平移变换以后, 可以得到函数  $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$  的图象 ( )  
A. 向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度  
B. 向左平移 1 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
C. 向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
D. 向右平移 1 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度
- 如图,  $BC$  是  $\odot O$  的直径,  $A, D$  是  $\odot O$  上的两点, 连接  $AB, AD, BD$ , 若  $\angle ADB = 70^\circ$ , 则  $\angle ABC$  的度数是 ( )  
A.  $70^\circ$  B.  $20^\circ$  C.  $30^\circ$  D.  $90^\circ$
- 圆锥的底面半径是  $5\text{cm}$ , 侧面展开图的圆心角是  $180^\circ$ , 圆锥的母线长是 ( )  
A.  $5\sqrt{3}\text{cm}$  B.  $6\text{cm}$  C.  $10\text{cm}$  D.  $5\text{cm}$

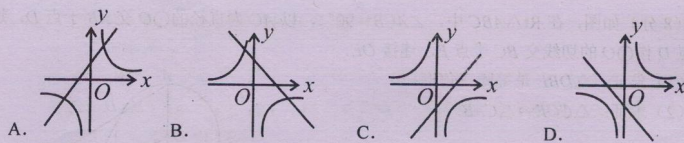


第 4 题图



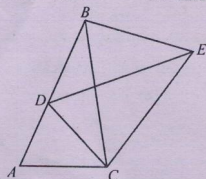
第 6 题图

- 如图, 利用标杆  $BE$  测量建筑物的高度. 如果标杆  $BE$  高  $1.2\text{m}$ , 测得  $AB = 1.6\text{m}$ ,  $BC = 12.4\text{m}$ , 则楼高  $CD$  是 ( )  
A.  $10.5\text{m}$  B.  $9.3\text{m}$  C.  $14.2\text{mm}$  D.  $16.8\text{m}$
- 函数  $y = -ax + a$  与  $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$  在同一坐标系中的图象可能是 ( )

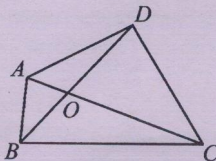


8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $C$ 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ , 使点 $A$ 的对应点 $D$ 恰好落在边 $AB$ 上, 点 $B$ 的对应点为 $E$ , 连接 $BE$ , 下列结论一定正确的是 ( )

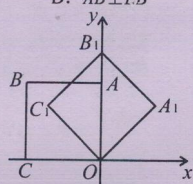
A.  $AC=AD$  B.  $\angle A=\angle EBC$  C.  $BC=DE$  D.  $AB \perp EB$



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

9. 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ,  $OA=2$ ,  $OB=3$ ,  $OC=6$ ,  $OD=4$ , 那么下列结论中, 错误的是 ( )

A.  $\angle OAD=\angle OBC$  B.  $\frac{AB}{CD}=\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{C_{\triangle AOB}}{C_{\triangle DOC}}=\frac{1}{2}$  D.  $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle DOC}}=\frac{1}{9}$

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 将边长为 1 的正方形 $OABC$ 绕点 $O$ 顺时针旋转 $45^\circ$ 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$ , 依此方式, 绕点 $O$ 连续旋转 2019 次得到正方形 $OA_{2019}B_{2019}C_{2019}$ , 那么点 $A_{2019}$ 的坐标是 ( )

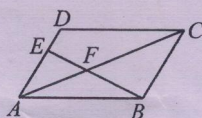
A.  $(1, 0)$  B.  $(0, -1)$  C.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$  D.  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

## 二、填空题 (共 5 小题, 满分 15 分, 每小题 3 分)

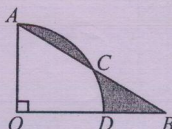
11. 如果 $m$ 是一元二次方程 $x^2-3x-2=0$ 的一个根, 那么 $6m-2m^2$ 的值是\_\_\_\_\_.

12. 已知反比例函数 $y=\frac{1-2m}{x}$ 的图象上两点 $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, 有 $y_1 < y_2$ , 则 $m$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 在平行四边形 $ABCD$ 中,  $E$ 为靠近点 $D$ 的 $AD$ 的三等分点, 连结 $BE$ , 交 $AC$ 于点 $F$ ,  $AC=12$ , 则 $AF$ 为\_\_\_\_\_.



第 13 题图

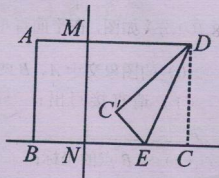


第 14 题图

14. 如图,  $\angle AOB=90^\circ$ ,  $\angle B=30^\circ$ , 以点 $O$ 为圆心,  $OA$ 为半径作弧交 $AB$ 于点 $C$ , 交 $OB$ 于点 $D$ , 若 $OA=3$ , 则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



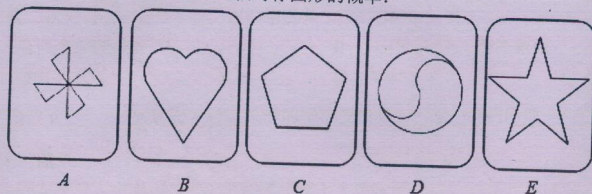
15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=5$ ,  $BC=6$ , 点  $M, N$  分别在  $AD, BC$  上, 且  $AM=\frac{1}{3}AD$ ,  $BN=\frac{1}{3}BC$ ,  $E$  为直线  $BC$  上一动点, 连接  $DE$ , 将  $\triangle DCE$  沿  $DE$  所在直线翻折得到  $\triangle DC'E$ , 当点  $C'$  恰好落在直线  $MN$  上时,  $CE$  的长为\_\_\_\_\_.



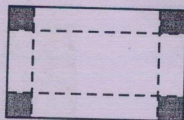
三、解答题 (共 8 小题, 满分 70 分)

16. (8 分) 有 5 张不透明的卡片, 除正面上的图案不同外, 其他均相同. 将这 5 张卡片背面向上洗匀后放在桌面上.

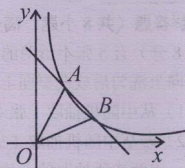
- (1) 从中随机抽取 1 张卡片, 卡片上的图案是中心对称图形的概率为\_\_\_\_\_.
- (2) 若从中随机抽取 1 张卡片后不放回, 再随机抽取 1 张, 请用画树状图或列表的方法, 求两次所抽取的卡片恰好都是轴对称图形的概率.



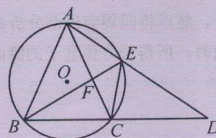
17. (7 分) 如图, 有一块矩形硬纸板, 长  $30cm$ , 宽  $20cm$ . 在其四角各剪去一个同样的正方形, 然后将四周突出部分折起, 可制成一个无盖长方体盒子. 当剪去正方形的边长取何值时, 所得长方体盒子的侧面积为  $200cm^2$ ?



18. (9分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数  $y = -x + m$  的图象与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象交于  $A$ 、 $B$  两点, 已知  $A(2, 4)$
- (1) 请直接写出: 一次函数的解析式为 \_\_\_\_\_, 反比例函数的解析式为 \_\_\_\_\_;
  - (2) 求  $B$  点的坐标;
  - (3) 连接  $AO$ 、 $BO$ , 求  $\triangle AOB$  的面积.



19. (8分) 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$  且  $AB = AC$ , 延长  $BC$  至点  $D$ , 使  $CD = CA$ , 连接  $AD$  交  $\odot O$  于点  $E$ , 连接  $BE$ 、 $CE$ .
- (1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ ;
  - (2) 填空:
    - ① 当  $\angle ABC$  的度数为 \_\_\_\_\_ 时, 四边形  $AOCE$  是菱形;
    - ② 若  $AE = 6$ ,  $EF = 4$ ,  $DE$  的长为 \_\_\_\_\_.

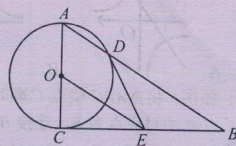




20. (8分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 以  $AC$  为直径的  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ , 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线交  $BC$  于点  $E$ , 连接  $OE$ .

(1) 求证:  $\triangle DBE$  是等腰三角形;

(2) 求证:  $\triangle COE \sim \triangle CAB$ .



21. (9分) 某水产养殖户进行小龙虾养殖. 已知每千克小龙虾养殖成本为 5 元, 在整个销售旺季的 80 天里, 日销售量  $y$  (kg) 与时间第  $t$  天之间的函数关系式为  $y=2t+100$  ( $1 \leq t \leq 80$ ,  $t$  为整数), 销售单价  $p$  (元/kg) 与时间第  $t$  天之间满足一次函数关系如下表:

时间第 $t$ 天	1	2	3	...	80
销售单价 $p$ (元/kg)	49.5	49	48.5	...	10

(1) 直接写出销售单价  $p$  (元/kg) 与时间第  $t$  天之间的函数关系式.

(2) 在整个销售旺季的 80 天里, 哪一天的日销售利润最大? 最大利润是多少?

22. (10分) 请完成下面的几何探究过程:

(1) 观察填空

如图1, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=BC=4$ , 点  $D$  为斜边  $AB$  上一动点 (不与点  $A, B$  重合), 把线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE$ , 连接  $DE, BE$ , 则

①  $\angle CBE$  的度数为 \_\_\_\_\_;

② 当  $BE=$  \_\_\_\_\_ 时, 四边形  $CDBE$  为正方形.

(2) 探究证明

如图2, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=2AC=4$ , 点  $D$  为斜边  $AB$  上一动点 (不与点  $A, B$  重合), 把线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  后并延长为原来的两倍到线段  $CE$ , 连接  $DE, BE$ , 则在点  $D$  的运动过程中, 请判断  $\angle CBE$  与  $\angle A$  的大小关系, 并证明;

(3) 拓展延伸

如图2, 在点  $D$  的运动过程中, 若  $\triangle BCD$  恰好为等腰三角形, 请直接写出此时  $AD$  的长.

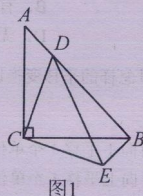


图1

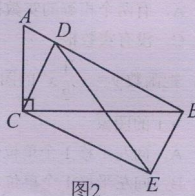


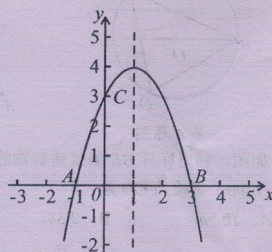
图2

23. (11分) 如图, 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的图象过点  $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在一点  $P$ , 使得  $\triangle PAC$  的周长最小, 若存在, 请求出点  $P$  的坐标及  $\triangle PAC$  的周长; 若不存在, 请说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 在  $x$  轴上方的抛物线上是否存在点  $M$  (不与  $C$  点重合), 使得  $S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PAC}$ ? 若存在, 请直接写出点  $M$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



# 2019—2020 学年度上期期末素质测试题

## 九年级数学参考答案

一、选择题（共 11 小题，满分 33 分，每小题 3 分）

1~10     A   B   D   B   C     A   C   B   D   C

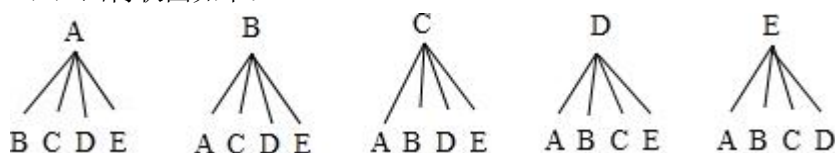
二、填空题（共 5 小题，满分 15 分，每小题 3 分）

11. -4.     12.  $m > \frac{1}{2}$ .     13.  $\frac{24}{5}$ .     14.  $\frac{3}{4}\pi$ .     15.  $\frac{5}{2}$  或 10.

三、解答题（共 9 小题，满分 80 分）

16. (8 分) 解: (1)  $\frac{2}{5}$ ;     .....2 分

(2) 画树状图如下:



由树状图知, 共有 20 种等可能结果, 其中两次所抽取的卡片恰好都是轴对称图形的有 6 种结果,

$\therefore P(\text{两次所抽取的卡片恰好都是轴对称图形}) = \frac{3}{10}$ .     .....8 分

17. (7 分)

解: 设剪去正方形的边长为  $x\text{cm}$ , 则做成无盖长方体盒子的底面长为  $(30 - 2x)\text{cm}$ , 宽为  $(20 - 2x)\text{cm}$ , 高为  $x\text{cm}$ ,

依题意, 得:  $2 \times [(30 - 2x) + (20 - 2x)]x = 200$ ,

整理, 得:  $2x^2 - 25x + 50 = 0$ ,

解得:  $x_1 = \frac{5}{2}$ ,  $x_2 = 10$ .

当  $x = 10$  时,  $20 - 2x = 0$ , 不合题意, 舍去.

答: 当剪去正方形的边长为  $\frac{5}{2}\text{cm}$  时, 所得长方体盒子的侧面积为  $200\text{cm}^2$ .     .....7 分

18. (9 分) 解:

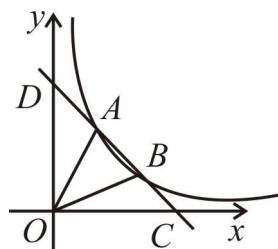
(1) 一次函数的解析式为  $y = -x + 6$ , 反比例函数的解析式为  $y = \frac{8}{x}$ ;     ..... 2 分

(2) 解方程组  $\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ ,

$\therefore B(4, 2)$ ;     .....5 分

(3) 设直线  $y = -x + 6$  与  $x$  轴,  $y$  轴交于  $C, D$  点, 易得  $D(0, 6)$ ,

$\therefore OD = 6$ ,





$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle DOB} - S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

19. (8 分) 解: (1)  $\because AB=AC, CD=CA,$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB, AB=CD,$$

$\because$  四边形  $ABCE$  是圆内接四边形,

$$\therefore \angle BCE + \angle BAE = 180^\circ \quad \angle AEC + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BCE + \angle ECD = 180^\circ \quad \angle AEC + \angle CED = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ECD, \angle ABC = \angle CED,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CED,$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$  (AAS);  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) ①  $60^\circ$ ; ② 9.  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

20. (8 分) 证明: (1) 连接  $OD$ , 如图所示:

$\because DE$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = OD,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ADO,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle CBA,$$

$$\therefore EB = ED,$$

$\therefore \triangle DBE$  是等腰三角形;  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2)  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore CB$  是  $\odot O$  的切线,

$\because DE$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore DE = EC,$$

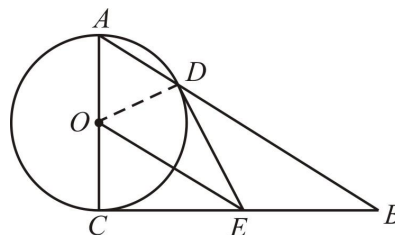
$$\therefore EB = ED,$$

$$\therefore EC = EB,$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore OE \parallel AB,$$

$\therefore \triangle COE \sim \triangle CAB$ .  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$



21. (9 分) 解: (1)  $p = -\frac{1}{2}t + 50$ ;  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 设每天获得的利润为  $w$  元,

$$\text{由题意得, } w = (2t + 100) \left( -\frac{1}{2}t + 50 - 5 \right) = -t^2 + 40t + 4500 = -(t - 20)^2 + 4900,$$

$$\because a = -1 < 0$$

$\therefore w$  有最大值,

当  $t = 20$  时,  $w$  最大, 此时,  $w_{\text{最大}} = 4900$ ,



答：第 20 天的日销售利润最大，最大利润是 4900 元。 .....9 分

22. (10 分)

解：(1) ① $45^\circ$ ；

② $2\sqrt{2}$ ； .....4 分

(2)  $\angle CBE = \angle A$ ，理由如下：

由旋转的性质得： $\angle BCE = \angle ACD$ ，

$\because BC = 2AC, CE = 2CD$ ，

$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CE}{CD} = 2$ ，

$\therefore \triangle BCE \sim \triangle ACD$ ，

$\therefore \angle CBE = \angle A$ ； .....8 分

(3)  $\sqrt{5}$  或  $2\sqrt{5} - 4$ . .....10 分

23. (11 分)

解：(1)  $\because$  抛物线与  $x$  轴交于点  $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$

$\therefore$  可设交点式  $y = a(x+1)(x-3)$

把点  $C(0, 3)$  代入得： $-3a = 3$

$\therefore a = -1$

$\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = -x^2 + 2x + 3$  .....3 分

(2) 在抛物线的对称轴上存在一点  $P$ ，使得  $\triangle PAC$  的周长最小.

如图 1， $\because$  点  $A$  与点  $B$  关于对称轴对称

$\therefore$  连接  $BC$  与对称轴的交点即为点  $P$ ，连接  $AC$ 、 $AP$

$\because A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$

$\therefore AC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ， $BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

$\therefore C_{\triangle PAC} = AC + AP + CP = AC + CB = \sqrt{10} + 3\sqrt{2}$  最小

设直线  $BC$  解析式为  $y = kx + 3$

把点  $B$  代入得： $3k + 3 = 0$ ，解得： $k = -1$

$\therefore$  直线  $BC$ ： $y = -x + 3$

$\therefore y_P = -1 + 3 = 2$

$\therefore$  点  $P(1, 2)$  使  $\triangle PAC$  的周长最小，最小值为  $\sqrt{10} + 3\sqrt{2}$ . .....9 分

(3) 存在，当点  $M$  坐标为  $(1, 4)$  或  $(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2})$  时， $S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PAC}$ . 11 分

【提示】

$\because S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PAC}$

$\therefore$  当以  $PA$  为底时，两三角形等高

$\therefore$  点  $C$  和点  $M$  到直线  $PA$  距离相等

①若点  $M$  在点  $P$  上方，如图 2，

$\therefore CM \parallel PA$

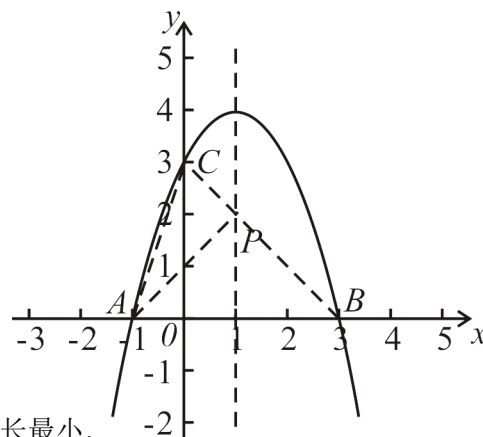


图 1

$\because A(-1, 0), P(1, 2)$ , 设直线  $AP$  解析式为  $y=px+d$

$$\therefore \begin{cases} -p+d=0 \\ p+d=2 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} p=1 \\ d=1 \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AP$ :  $y=x+1$

$\therefore$  直线  $CM$  解析式为:  $y=x+3$

$$\therefore \begin{cases} y=x+3 \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=3 \end{cases} \text{ (即点 } C), \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=4 \end{cases}$$

$\therefore$  点  $M$  坐标为  $(1, 4)$

②若点  $M$  在点  $P$  下方, 如图 3,

则点  $M$  所在的直线  $l \parallel PA$ , 且直线  $l$  到  $PA$  的距离等于直线  $y=x+3$  到  $PA$  的距离

$\therefore$  直线  $AP$ :  $y=x+1$  向下平移 2 个单位长度得  $y=x-1$  即为直线  $l$  的解析式

$$\therefore \begin{cases} y=x-1 \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} x_1=\frac{1+\sqrt{17}}{2} \\ y_1=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=\frac{1-\sqrt{17}}{2} \\ y_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$\therefore$  点  $M$  在  $x$  轴上方

$\therefore y > 0$

$\therefore$  点  $M$  坐标为  $(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2})$

综上所述, 点  $M$  坐标为  $(1, 4)$  或  $(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2})$  时,  $S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PAC}$ .

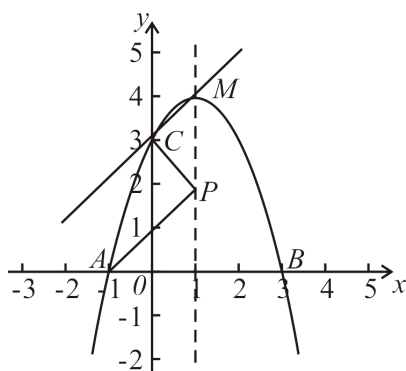


图 2

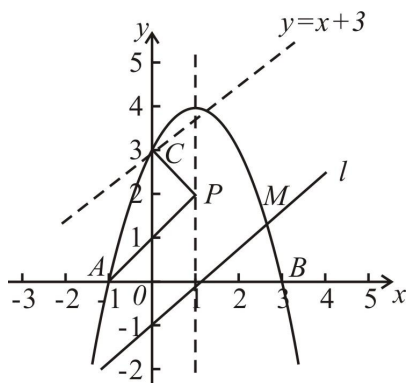


图 3