



福昕PDF编辑器

· 永久 · 轻巧 · 自由

点击升级会员

点击批量购买



永久使用

无限制使用次数



极速轻巧

超低资源占用，告别卡顿慢



自由编辑

享受Word一样的编辑自由



扫一扫，关注公众号

2019 学年第一学期九年级期末调研

数学试题卷

一、选择题（每题 4 分，共 48 分）

1. 下列数学符号中，是中心对称图形的是

- A. \pm B. \geq C. \cong D. ∞

2. 若 $\frac{a}{5} = \frac{b}{8}$ ，则 $\frac{b-a}{a}$ 等于

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{5}{8}$

3. 对于二次函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 的图象，下列说法正确的是

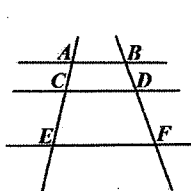
- A. 开口向下 B. 当 $x = -1$ 时， y 有最大值是 2
C. 对称轴是 $x = -1$ D. 顶点坐标是 $(1, 2)$

4. 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $BD:DF = 1:2$ ，那么下列结论中，正确的是

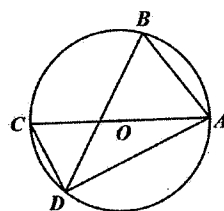
- A. $AC:AE = 1:3$ B. $CE:EA = 1:3$ C. $CD:EF = 1:2$ D. $AB:EF = 1:2$

5. 如图，点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上， AC 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle CAD = 25^\circ$ ，则 $\angle ABD$ 的度数为

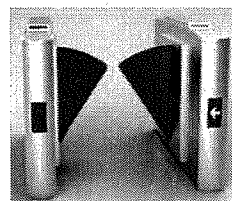
- A. 25° B. 50° C. 65° D. 75°



第 4 题图



第 5 题图



第 7 题图

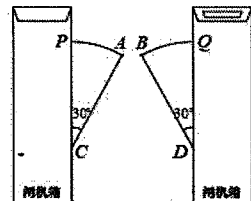


图 2

6. 平面直角坐标系中， $\odot P$ 的圆心坐标为 $(-4, -5)$ ，半径为 5，那么 $\odot P$ 与 y 轴的位置关系是

- A. 相交 B. 相离 C. 相切 D. 以上都不是

7. 如图 1 是一个小区入口的双翼闸机，它的双翼展开时，双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 8cm （如图 2），双翼的边缘 $AC = BD = 60\text{cm}$ ，且与闸机侧立面夹角 $\angle PCA = \angle BDQ = 30^\circ$ 。当双翼收起时，可以通过闸机的物体的最大宽度为

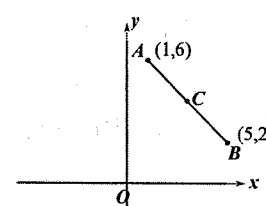
- A. $60\sqrt{3} + 8$ B. $60\sqrt{2} + 8$ C. 64 D. 68

8. 《九章算术》中有这样一个问题：“今有勾八步，股十五步，问勾中容圆径几何？”其意思是：“直角三角形中，勾（短直角边）长为 8 步，股（长直角边）长为 15 步，求直角三角形能容纳的圆形（内切圆）直径”。则该圆的直径为

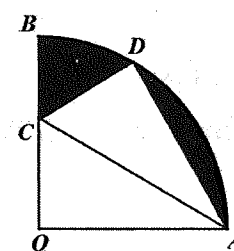
- A. 3 步 B. 5 步 C. 6 步 D. 8 步

9. 如图，在平面直角坐标系中， A 点坐标为 $(1, 6)$ ， B 点坐标为 $(5, 2)$ ，点 C 为线段 AB 的中点，点 C 绕原点 O 顺时针旋转 90° ，那么点 C 的对应点坐标及旋转经过的路径长为

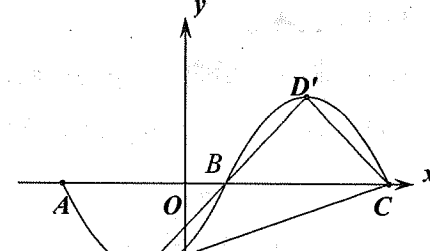
- A. $(-4, 3)$, $\frac{5}{2}\pi$ B. $(-4, 3)$, $\frac{3}{2}\pi$ C. $(4, -3)$, $\frac{5}{2}\pi$ D. $(4, -3)$, $\frac{3}{2}\pi$



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

10. 如图，扇形 AOB 的圆心角是直角，半径为 $2\sqrt{3}$ ， C 为 OB 边上一点，将 $\triangle AOC$ 沿 AC 边折叠，圆心 O 恰好落在弧 AB 上，则阴影部分面积为

- A. $3\pi - 4\sqrt{3}$ B. $3\pi - 2\sqrt{3}$ C. $3\pi - 4$ D. 2π

11. 如图，抛物线 $y = ax^2 + 2ax - 3a$ ($a > 0$) 与 x 轴交于 A, B ，顶点为点 D ，把抛物线在 x 轴下方部分关于点 B 作中心对称，顶点对应 D' ，点 A 对应点 C ，连接 DD' ， CD' ， DC ，当 $\triangle CDD'$ 是直角三角形时， a 的值为

- A. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}$

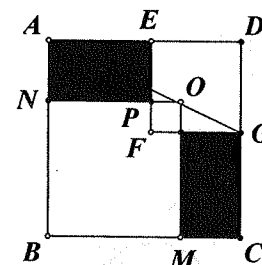
12. 在面积为 144 的正方形 $ABCD$ 中放两个正方形 $BMON$ 和正方形 $DEFG$ （如图），重合的小正方形 $OPFQ$ 的面积为 4，若点 A, O, G 在同一直线上，则阴影部分面积为

- A. 36 B. 40 C. 44 D. 48

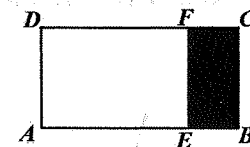
二、填空题（每题 4 分，共 24 分）

13. 正六边形的一个内角度数是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

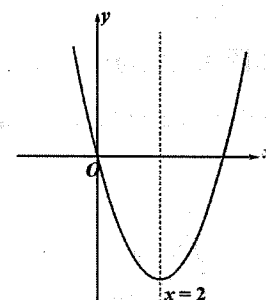
14. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ，剪去一个矩形 $AEFD$ 后，余下的矩形 $EBCF \sim$ 矩形 $BCDA$ ，则 CF 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。



第 12 题图



第 14 题图

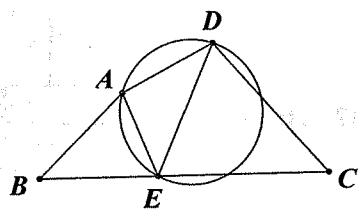


第 15 题图

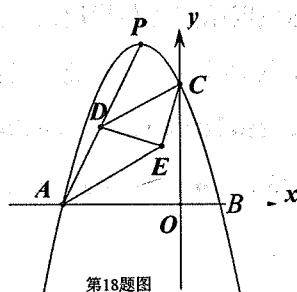
15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，有以下结论：① $abc > 0$ ；② $a + b + c < 0$ ；③ $4a + b = 0$ ；④若点 $(1, y_1)$ 和 $(3, y_2)$ 在该图象上，则 $y_1 = y_2$ ，其中正确的结论是 $\underline{\hspace{1cm}}$ （填序号）。

16. 创“平安海曙”是我们每个海曙人的愿望，某小区在摸彩球活动中，将质地大小完全相同，上面标有“平”“安”“海”“曙”的四个彩球放入同一个袋子，某居民在袋子中随机摸出一个彩球后不放回，再摸出一个，摸出的两个彩球能拼成“平安”的概率是 ▲。

17. 如图，点 BEC 在一直线上， $\triangle BEA, \triangle CED$ 在直线 BC 同侧， $BE=BA=4, CE=CD=6, \angle B = \angle C = \alpha$ ，当 $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ 时， $\triangle ADE$ 外接圆的半径为 ▲。



第17题图



第18题图

18. 如图抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 与 x 轴交于 A, B ，与 y 轴交于点 C ，点 P 为顶点，线段 PA 上有一动点 D ，以 CD 为底边向下作等腰三角形 $\triangle CDE$ ，且 $\angle DEC = 90^\circ$ ，则 AE 的最小值为 ▲。

三、解答题（第 19 题 6 分，第 20、21 题各 8 分，第 22、23、24 题各 10 分，第 25 题 12 分，第 26 题 14 分）

19. 计算： $8\sin^2 60^\circ + \tan 45^\circ - 4\cos 30^\circ$ ；

20. 浙江省新高考有一项“7 选 3”选课制。高中学生张胜和李利已选了化学和生物，现在他们还需要从“物理、政治、历史、地理”四科中选一科参加考试，若这四科被选中的机会均等；

(1) 直接写出张胜从四门学科中选中“地理”的概率是 ▲。

(2) 请用列表或画树状图的方法，求出他们恰好都选中“地理”的概率。

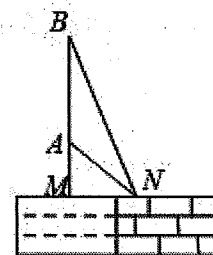
21. 我国于2019年6月5日首次完成运载火箭海上发射，达到了发射技术的新高度. 如图，运载火箭海面发射站点 M 与岸边雷达站 N 处在同一水平高度. 当火箭到达点 A 处时，测得点 A 距离发射站点 M 的垂直高度为9千米，雷达站 N 测得 A 处的仰角为 37° ，火箭继续垂直上升到达点 B 处，此时海岸边 N 处的雷达测得 B 处的仰角为 70° ，根据下面提供的参考数据计算下列问题：

(1) 求火箭海面发射站点 M 与岸边雷达站 N 的距离

(2) 求火箭所在点 B 处距发射站点 M 处的高度.

(参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$,

$\tan 70^\circ \approx 2.75$, $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

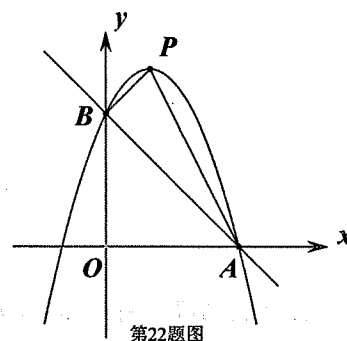


第21题图

22. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象与直线 $y = -x + 3$ 相交于 x 轴上的点 A , y 轴上的点 B . 顶点为 P

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 现将抛物线向左平移 m 个单位，当抛物线与 $\triangle PBA$ 有且只有一个公共点时，求 m 的值

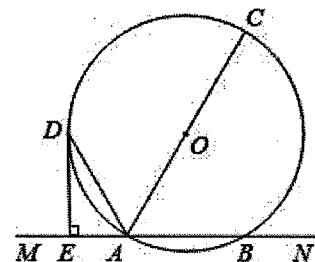


第22题图

23. 已知，如图，直线 MN 交 $\odot O$ 于 A, B 两点， AC 是直径， AD 平分 $\angle CAM$ 交 $\odot O$ 于 D ，过 D 作 $DE \perp MN$ 于 E .

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE=8\text{cm}$, $AE=4\text{cm}$, 求 $\odot O$ 的半径.



第23题图

24. 自2019年3月开始，我国生猪、猪肉价格持续上涨，某大型菜场在销售过程中发现，从2019年10月1日起到11月9日的40天内，猪肉的每千克售价与上市时间的关系用图1的一条折线表示；猪肉的进价与上市时间的关系用图2的一段抛物线 $y = a(x-30)^2 + 100$ 表示.

(1) $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 求图1表示的售价 p 与时间 x 的函数关系式;

(3) 问从10月1日起到11月9日的40天内第几天每千克猪肉利润最低，最低利润为多少?

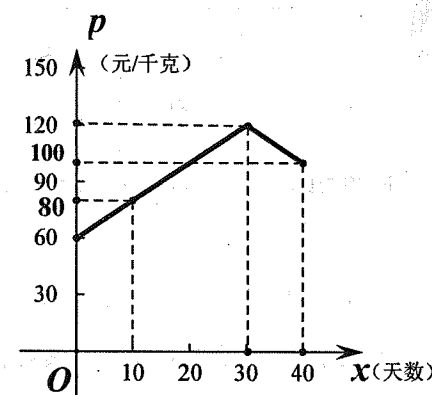


图1

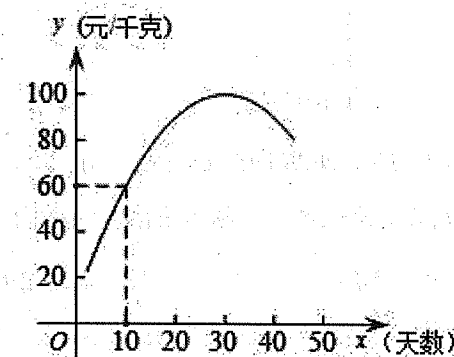


图2

25. 若过三角形一边中点画一直线与另一边相交 (交点不为中点)，截原三角形所得三角形与原三角形相似，则称中点与交点确定的线段为这条相交边的“中似线段”，把中似线段的两端点与相交边的中点构成的三角形称为“中似三角形”.

(1) 如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=8$, $AC=7$, $BC=6$, D 为 AB 中点， DF 为 AC 边的中似线段， $\triangle DEF$ 为“中似三角形”，直接写出 $DF = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\triangle DEF$ 的周长 $= \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 如图2，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 中点， AC 边的中似线段 DF 恰好经过点 C ， $\triangle DEC$ 为“中似三角形”

① 当 $AB=8$ 时，求 AC 的长;

② 求 $\frac{CD}{DE}$ 的值.

(3) 如图3，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle C = \text{Rt}\angle$, $BC=4a$, D 为 AB 中点， DF 为 AC 边上的中似线段，中似 $\triangle DEF$ 的外接圆 $\odot O$ 与 BC 边相切，求 $\odot O$ 的半径 (用含 a 的代数式表示).

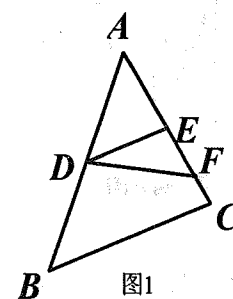


图1

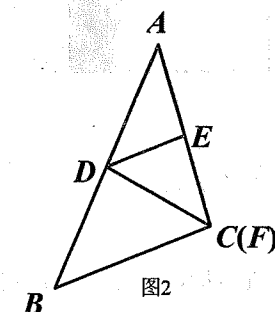


图2

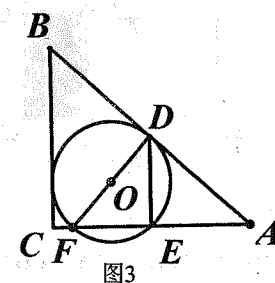


图3

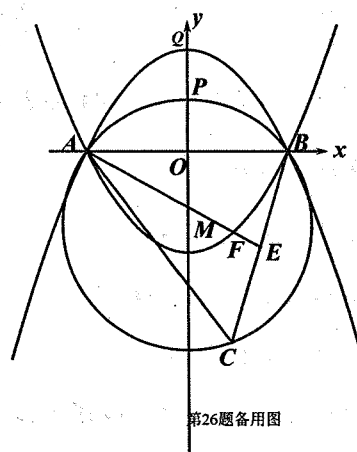
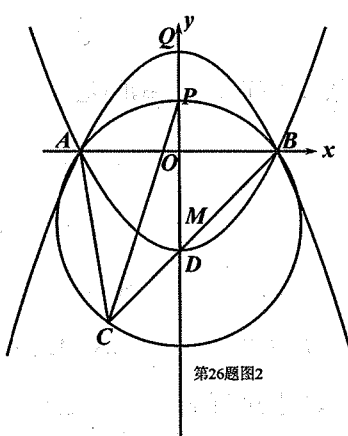
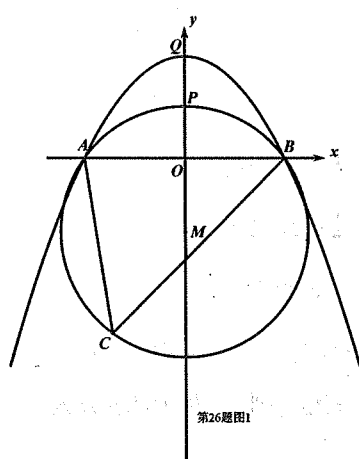
26. 如图 1, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 Q , 点 P 为 OQ 的中点, 经过点 A, P, B 的圆的圆心为点 M , 点 C 为圆 M 优弧 AB 上的一个动点.

(1) 直接写出点 P, A, B 的坐标: P ; A ; B

(2) 求 $\tan \angle ACB$ 的值;

(3) 将抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ 沿 x 轴翻折所得的抛物线交 y 轴与点 D , 若 BC 经过点 D 时, 求线段 AC, PC 的长;

(4) 若 BC 的中点为 E, AE 交翻折后的抛物线于点 F , 直接写出 AE 的最大值和此时点 F 的坐标.



命题单位: 十五中学实验校区

学校：班级：

姓名：

注意事项：

1. 答题前考生务必用黑色签字笔填写学校、姓名、考生号。
2. 用2B铅笔填涂试卷答题区的信息点。信息点框内必须涂满、涂黑，否则无效。修改时须用橡皮擦干净。
3. 作答时注意题号顺序，不得更改题号和答题位置。
4. 保持卡面清洁，不要折叠和弄破。

缺考考生由监考员用2B铅笔将下面的缺考标记涂满涂黑。

缺考标记： ☐ 考生禁填

考 生 号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、选择题（每小题4分，共48分）

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 5 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D] |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D] | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D] | 12 [A] [B] [C] [D] |

二、填空题（每小题4分，共24分）

13. _____; 14. _____; 15. _____; 16. _____; 17. _____; 18. _____

三、解答题（第19题6分，第20、21题每题8分，第22、23、24题每题10分，第25题12分，第26题14分共78分）

19.（本题满分6分） 计算： $8\sin^2 60^\circ + \tan 45^\circ - 4\cos 30^\circ$

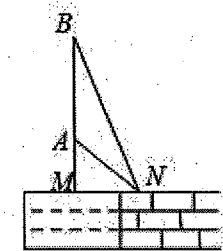
20.（本题满分8分）（1）直接写出张胜从四门学科中选中“地理”的概率是_____

（2）

21.（本题满分8分）

（1）

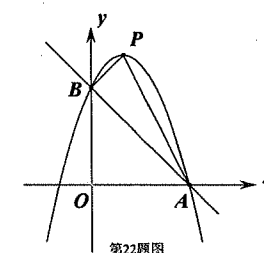
（2）



22.（本题满分10分）

（1）

（2）

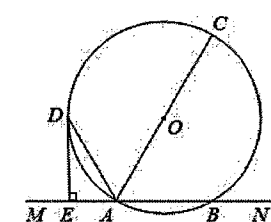


第22题图

23.（本题满分10分）

（1）

（2）



24. (本题满分 10 分)

(1) $a =$ _____

(3)

(2)

25. (本题满分 12 分)

(1) 直接写出 $DF =$ _____, $\triangle DEF$ 的周长 = _____.

(2) ①

②

(3)

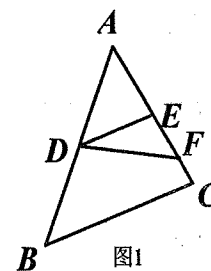


图1

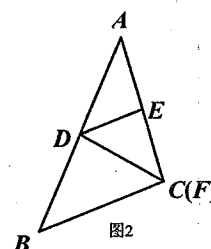


图2

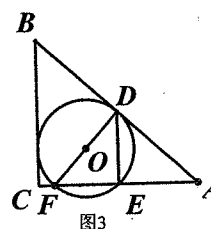


图3

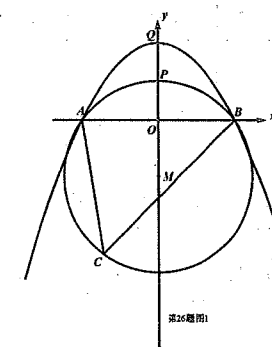
请勿在此区域内作答或书写

26. (本题满分 14 分)

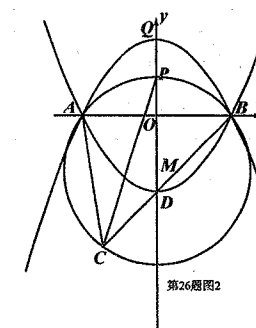
(1) 直接写出点 P, A, B 的坐标: P _____; A _____; B _____

(2)

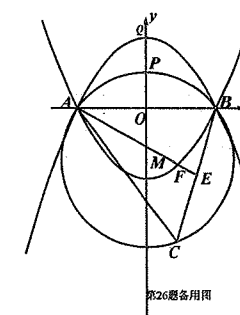
(3)



第26题图1



第26题图2



第26题备用图

(4) 直接写出 AE 的最大值是 _____ 此时点 F 的坐标为 _____

2019 学年第一学期海曙区初三期末考试参考答案和评分标准

一. 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	D	A	C	A	D	C	C	A	A	D

二. 填空题

13. 120° 14. 1 15. ②③④ 16. $\frac{1}{6}$ 17. $\frac{\sqrt{29}}{2}$ 18. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

三. 解答题

19. $8\sin^2 60^\circ + \tan 45^\circ - 4\cos 30^\circ$

$$= 8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{-----3 分}$$

$$= 8 \times \frac{3}{4} + 1 - 2\sqrt{3} \quad \text{-----5 分}$$

$$= 7 - 2\sqrt{3} \quad \text{-----6 分}$$

20. (1) $P_{(\text{张胜})} = \frac{1}{4}$, -----3 分

(2) 他们恰好都选中地理的概率为 $P = \frac{1}{16}$ -----8 分 (列表或树状图 3 分, 结论 2 分)

21. (1) \because 在 $Rt\triangle AMN$ 中, $AM = 9$, $\angle ANM = 37^\circ$

$$\therefore MN = \frac{AM}{\tan 37^\circ} = 12 \quad \text{-----4 分}$$

(2) \because 在 $Rt\triangle BMN$ 中, $\angle BNM = 70^\circ$

$$\therefore BM = MN \cdot \tan 70^\circ = 12 \tan 70^\circ \quad \text{-----6 分}$$

$$\therefore BM = 33 \quad \text{-----8 分}$$

22. (1) $\because y = -x + 3$ 与 x 轴交点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交点 $B(0, 3)$ -----2 分

\therefore 把 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 中得,

$$\begin{cases} 0 = -9 + 3b + c \\ 3 = c \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \quad \text{-----4 分}$$

\therefore 该二次函数解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ -----5 分

(2) 当抛物线经过点 B 时, 抛物线与 $\triangle PBA$ 有且只有一个公共点 -----6 分

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$$

$$\therefore P(1, 4)$$

点P平移后对应点坐标为 $(1-m, 4)$ -----7分

\therefore 平移后抛物线解析式为 $y=-(x-1+m)^2+4$ -----8分

把 $B(0, 3)$ 代人 $y=-(x-1+m)^2+4$ 得

$$-(-1+m)^2+4=3$$

解得 $m_1=2, m_2=0$ -----9分

$$\therefore m=2 \quad \text{-----10分}$$

23. (1) 连结OD

$\because OD=OA, \therefore \angle ODA=\angle OAD$ -----1分

$\because AD$ 平分 $\angle CAM, \therefore \angle OAD=\angle DAM$

$\therefore \angle ODA=\angle DAM$ -----2分

$\therefore OD \parallel MN$ -----3分

$\because DE \perp MN$

$\therefore OD \perp DE$ -----4分

即 DE 是 $\odot O$ 的切线 -----5分

(2) 过点O作AB的垂线OF

$\because OD \perp DE, DE \perp MN, OF \perp MN$

\therefore 四边形ODEF是矩形 -----6分

$\therefore OF=DE=8, OD=EF=r$ -----7分

$\therefore AF=EF-AE=r-4$

\because 在 $Rt\triangle OAF$ 中, $OA=r, OF=8, AF=r-4$ -----8分

由勾股定理得, $r^2=8^2+(r-4)^2$ -----9分

解得 $r=10$ -----10分

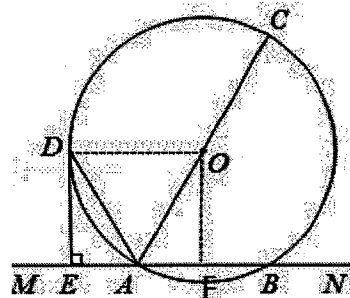
法2 连结CD, $\because AC$ 是直径

$\therefore \angle CDA=90^\circ=\angle DEA$ -----6分

又 $\angle OAD=\angle DAM$

$\therefore \triangle CAD \sim \triangle DAE$ -----7分

$\therefore AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=4\sqrt{5}$ -----8分



$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\therefore AC = \frac{AD^2}{AE} = 20 \text{-----9 分}$$

$$r = 10 \text{-----10 分}$$

$$24. (1) a = -\frac{1}{10} \text{-----2 分}$$

(2) (i) 当 $0 \leq x < 30$ 时, 设 $p = k_1x + b_1$,

$$\text{把 } (0, 60), (10, 80) \text{ 代入得 } \begin{cases} 60 = b_1 \\ 80 = 10k_1 + b_1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = 2 \\ b_1 = 60 \end{cases},$$

$$\therefore p = 2x + 60 \text{-----4 分}$$

当 $30 \leq x \leq 40$ 时, 设 $p = k_2x + b_2$,

$$\text{把 } (30, 120), (40, 100) \text{ 代入得 } \begin{cases} 120 = 30k_2 + b_2 \\ 100 = 40k_2 + b_2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = -2 \\ b_2 = 180 \end{cases},$$

$$\therefore p = -2x + 180 \text{-----6 分}$$

$$\text{综上所述, } p = \begin{cases} 2x + 60, 0 \leq x < 30 \\ -2x + 180, 30 \leq x \leq 40 \end{cases}$$

(3) 设利润为 w

当 $0 \leq x < 30$ 时,

$$w = 2x + 60 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + 6x + 10\right) = \frac{1}{10}x^2 - 4x + 50 = \frac{1}{10}(x - 20)^2 + 10,$$

\therefore 当 $x = 20$ 时, 最小利润 $w = 10$ (元/千克) -----8 分

当 $30 \leq x \leq 40$ 时,

$$w = -2x + 180 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + 6x + 10\right) = \frac{1}{10}x^2 - 8x + 170 = \frac{1}{10}(x - 40)^2 + 10,$$

\therefore 当 $x = 40$ 时, 最小利润 $w = 10$ (元/千克) -----10 分

综上所述, 当 20 和 40 天时, 最小利润为 10 元/千克

答: 第 20 天和第 40 天商贩的猪肉利润最低, 最低利润为 10 元/千克。

$$25. (1) DF = \frac{24}{7}, \triangle DEF \text{ 周长为 } \frac{15}{2} \text{-----2 分}$$

$$(2) \textcircled{1} \because \text{点 } D \text{ 为 } AB \text{ 中点}, \therefore AD = \frac{1}{2}AB = 4$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC, \therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} \text{-----4 分}$$

$$\therefore \frac{AC}{8} = \frac{4}{AC}, \Rightarrow AC^2 = 32$$

$$\therefore AC = 4\sqrt{2} \quad \text{-----5 分}$$

$$\textcircled{2} \because \triangle ACD \sim \triangle ABC, \therefore \angle ACD = \angle ABC$$

由题意为 DE 中位线

$$\therefore DE \parallel BC$$

$$\therefore \angle EDC = \angle DCB$$

$$\therefore \triangle EDC \sim \triangle DCB \quad \text{-----7 分}$$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{CD}{BC}$$

$$\therefore CD^2 = DE \cdot BC = DE \cdot 2DE = 2DE^2$$

$$\therefore CD = \sqrt{2}DE \therefore \frac{CD}{DE} = \sqrt{2} \quad \text{-----8 分}$$

(3) 过点 O 作 BC 、 AC 的垂线 OM 、 ON

$$\because \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB = 90^\circ \text{ 且 } \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 2a$$

$$\because ON \perp AC, \therefore \angle ONF = \angle DEF = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ONF \sim \triangle DEF$$

$$\therefore \frac{ON}{DE} = \frac{OF}{DF} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } ON = a$$

$$\because OM \perp BC, ON \perp AC, AC \perp BC$$

\therefore 四边形 $ONCM$ 为矩形

$$\therefore ON = MC = a$$

$$\therefore BM = 4a - a = 3a$$

$$\because \text{在 } \odot O \text{ 中, } OM \perp BC, OD \perp AB$$

$$\therefore BM = BD = 3a$$

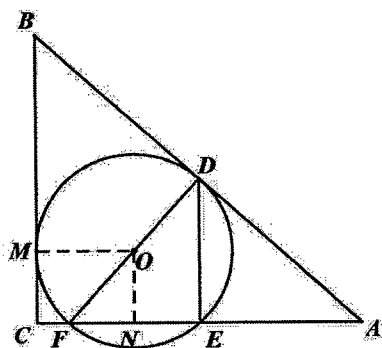
$$\therefore AB = 2BD = 6a$$

$$\because \text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } AB = 6a, BC = 4a$$

由勾股定理得, $AC = 2\sqrt{5}a$

易证 $\triangle EFD \sim \triangle CBA$

-----10 分



$$\therefore \frac{ED}{CA} = \frac{FD}{AB}, \text{ 即 } \frac{2a}{2\sqrt{5}a} = \frac{2r}{6a} \quad \text{-----11 分}$$

$$\therefore r = \frac{3\sqrt{5}}{5}a \quad \text{-----12 分}$$

26. (1) $P(0, 2), A(-4, 0), B(4, 0)$ -----3 分

(2) 连结 MA, MB

设 $\odot M$ 半径为 r , 则 $MP = MA = MB = r$

\therefore 在 $Rt\triangle OMB$ 中, $MB = r, OB = 4, OM = r - 2$,

由勾股定理可得, $r^2 = 4^2 + (r - 2)^2$, 解得 $r = 5$ -----5 分-

$\therefore MA = MB, MO \perp AB$

$$\therefore \angle AMO = \angle BMO = \frac{1}{2} \angle AMB$$

\therefore 在 $\odot M$ 中, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AMB$

$$\therefore \angle ACB = \angle OMB \quad \text{-----6 分}$$

$$\therefore \tan \angle OMB = \frac{OB}{OM} = \frac{4}{3} \quad \text{-----7 分}$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{4}{3}$$

(3) 连结 AD

$$\therefore AD = BD = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore CD = AD \cdot \tan \angle ACB = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore AC = 5\sqrt{2}$$

-----9 分

过点 C 作 y 轴垂线 CH

可证 $\triangle BOD \sim \triangle CHD$, 可求 $\frac{BM}{CD} = \frac{OB}{CH} = \frac{4}{3}$

$$\therefore CH = 3, DH = 3$$

$$\therefore PH = 9$$

$$\therefore PC = \sqrt{CH^2 + PH^2} = 3\sqrt{10} \quad \text{-----11 分}$$

$$(4) AE_{\max} = \frac{\sqrt{153}}{2} + \frac{5}{2}, F(3, -\frac{7}{4}) \quad \text{-----14 分 (其中 AE 最大值 2 分)}$$

