

鄞州区 2019 学年第一学期九年级期末考试

数 学 试 题

考生须知:

1. 全卷分试题卷 I、试题卷 II 和答题卷. 试题卷共 6 页, 有三个大题, 26 个小题. 满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 请将姓名、准考证号分别填写在答题卷的规定位置上.
3. 答题时, 把试题卷 I 的答案在答题卷 I 上对应的选项位置, 用 2B 铅笔涂黑、涂满. 将试题卷 II 的答案用黑色字迹钢笔或签字笔书写, 答案必须按照题号顺序在答题卷 II 各题目规定区域内作答, 做在试题卷上或超出答题卷区域书写的答案无效.
4. 不允许使用计算器, 没有近似计算要求的试题, 结果都不能用近似数表示.

试题卷 I

一、选择题 (每小题 4 分, 共 48 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求)

1. 抛物线  $y = 2x^2$  的开口方向是 ( ▲ )  
A. 向下                      B. 向上                      C. 向左                      D. 向右
2. 已知  $2x = 5y$  ( $y \neq 0$ ), 则下列比例式成立的是 ( ▲ )  
A.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$                       B.  $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$                       C.  $\frac{x}{5} = \frac{y}{2}$                       D.  $\frac{x}{2} = \frac{5}{y}$
3. 将抛物线  $y = x^2$  向上平移 3 个单位后得到的抛物线的函数表达式是 ( ▲ )  
A.  $y = x^2 + 3$                       B.  $y = x^2 - 3$                       C.  $y = (x + 3)^2$                       D.  $y = (x - 3)^2$
4. 下列事件中, 是必然事件的是 ( ▲ )  
A. 抛掷一枚硬币正面向上                      B. 从一副完整扑克牌中任抽一张, 恰好抽到红桃 A  
C. 今天太阳从西边升起                      D. 从 4 件红衣服和 2 件黑衣服中任抽 3 件有红衣服
5. 如果两个相似多边形的面积之比为 1: 4, 那么它们的周长之比是 ( ▲ )  
A. 1: 2                      B. 1: 4                      C. 1: 8                      D. 1: 16
6. 圆内接正六边形的边长为 3, 则该圆的直径长为 ( ▲ )  
A. 3                      B.  $3\sqrt{2}$                       C.  $3\sqrt{3}$                       D. 6
7. 对一批衬衣进行抽检, 得到合格衬衣的频数表如下, 若出售 1200 件衬衣, 则其中次品的件数大约是 ( ▲ )

抽取件数 (件)	50	100	150	200	500	800	1000
合格频数	48	98	144	193	489	784	981

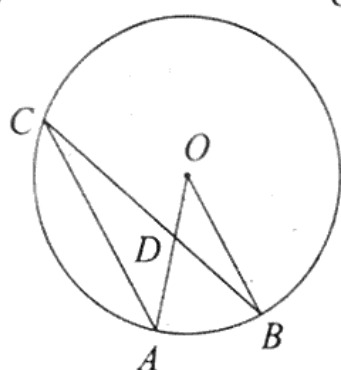
- A. 12                      B. 24                      C. 1188                      D. 1176

8. 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是  $\odot O$  上的点,  $OB \parallel AC$ , 连结  $BC$  交  $OA$  于点  $D$ , 若  $\angle ADB = 60^\circ$ , 则  $\angle AOB$  的度数为 ( ▲ )

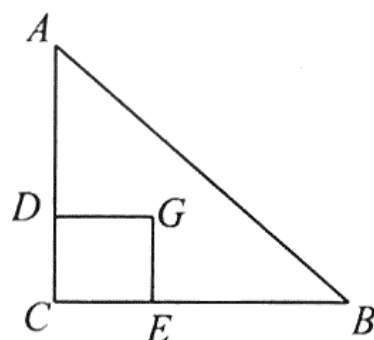
- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $50^\circ$

9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 过重心  $G$  作  $AC$ 、 $BC$  的垂线, 垂足分别为  $D$ 、 $E$ , 则四边形  $GDCE$  的面积与  $\triangle ABC$  的面积之比为 ( ▲ )

- A.  $\frac{1}{9}$       B.  $\frac{1}{6}$       C.  $\frac{2}{9}$       D.  $\frac{1}{3}$



(第 8 题)



(第 9 题)

10. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 点  $D$  是弧  $AC$  的中点, 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ , 延长  $DE$  交  $\odot O$  于点  $F$ , 若  $AC = 12$ ,  $AE = 3$ , 则  $\odot O$  的直径长为 ( ▲ )

- A. 10      B. 13      C. 15      D. 16

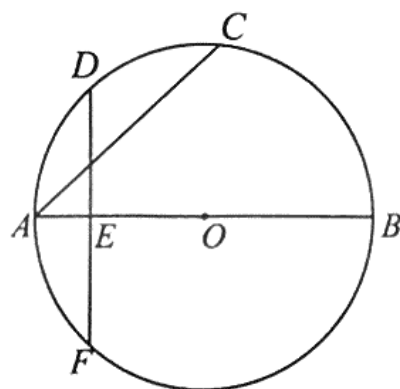
11. 若  $A(a, b)$ ,  $B(a-2, c)$  两点均在函数  $y = (x-1)^2 - 2019$  的图象上, 且  $1 \leq a < 2$ , 则

$b$  与  $c$  的大小关系为 ( ▲ )

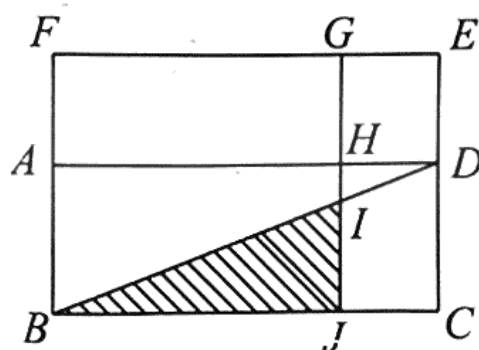
- A.  $b < c$       B.  $b \leq c$       C.  $b > c$       D.  $b \geq c$

12. 如图, 矩形  $ABCD \sim$  矩形  $FAHG$ , 连结  $BD$ , 延长  $GH$  分别交  $BD$ 、 $BC$  于点  $I$ 、 $J$ , 延长  $CD$ 、 $FG$  交于点  $E$ , 一定能求出  $\triangle BIJ$  面积的条件是 ( ▲ )

- A. 矩形  $ABJH$  和矩形  $HJCD$  的面积之差      B. 矩形  $ABJH$  和矩形  $HDEG$  的面积之差  
C. 矩形  $ABCD$  和矩形  $AHGF$  的面积之差      D. 矩形  $FBJG$  和矩形  $GJCE$  的面积之差



(第 10 题)



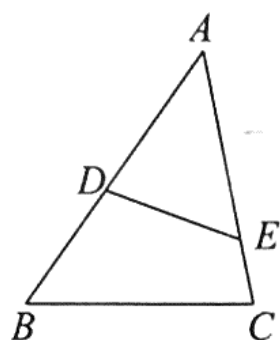
(第 12 题)

## 试题卷 II

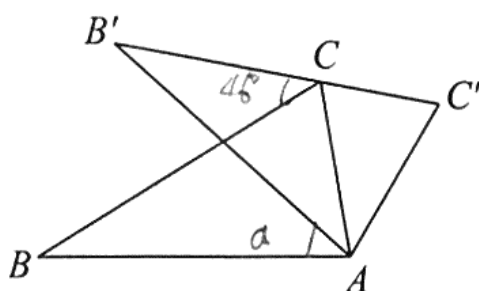
### 二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

13. 一枚质地均匀的骰子, 六个面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 抛掷一次, 恰好出现“正面朝上的数字是 5”的概率是 ▲.

14. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle A=45^\circ$ ,  $AC=4$ , 则  $AB$  的长是     ▲    .
15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $AC$  上,  $\angle AED=\angle B$ , 若  $AE=2$ ,  $\triangle ADE$  的面积为 4, 四边形  $BCED$  的面积为 5, 则  $AB$  的长为     ▲    .
16. 如图, 把  $\triangle ABC$  绕着点  $A$  顺时针方向旋转角度  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 得到  $\triangle AB'C'$ , 若  $B'$ ,  $C$ ,  $C'$  三点在同一条直线上,  $\angle B'CB=46^\circ$ , 则  $\alpha$  的度数是     ▲    .

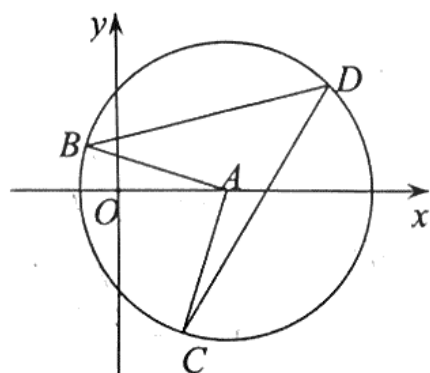


(第 15 题)

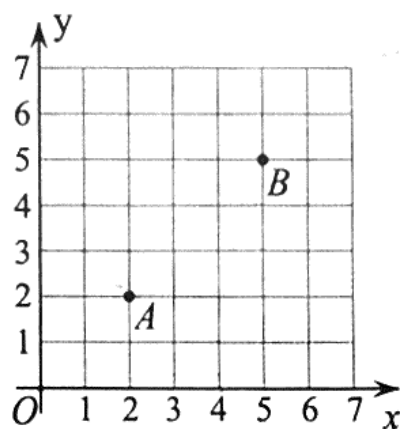


(第 16 题)

17. 如图, 点  $B(-1, a)$ 、 $C(b, -4)$  在  $\odot A$  上, 点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $D$  是  $\odot A$  上第一象限内的一点, 若  $\angle D=45^\circ$ , 则圆心  $A$  的坐标为     ▲    .
18. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A$ 、 $B$  的坐标分别是  $A(2, 2)$ ,  $B(5, 5)$ , 若二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象过  $A$ 、 $B$  两点, 且该函数图象的顶点为  $M(x, y)$ , 其中  $x, y$  是整数, 且  $0 < x < 7$ ,  $0 < y < 7$ , 则  $a$  的值为     ▲    .



(第 17 题)



(第 18 题)

三、解答题 (第 19 题 6 分, 第 20、21 题 8 分, 第 22~24 题各 10 分, 第 25 题 12 分, 第 26 题 14 分, 共 78 分)

19. 计算:  $3\tan 30^\circ + \cos^2 45^\circ - 2\sin 60^\circ$ .

20. 如图是由 24 个小正方形组成的网格图，每一个正方形的顶点都称为格点， $\triangle ABC$  的三个顶点都是格点. 请按要求完成下列作图，每个小题只需作出一个符合条件的图形.

(1) 在图 1 网格中找格点  $D$ ，作直线  $AD$ ，使直线  $AD$  平分  $\triangle ABC$  的面积；

(2) 在图 2 网格中找格点  $E$ ，作直线  $AE$ ，使直线  $AE$  把  $\triangle ABC$  的面积分成 1: 2 两部分.

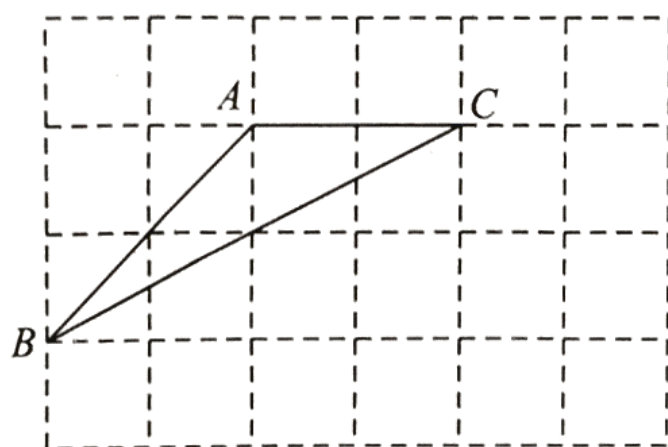


图 1

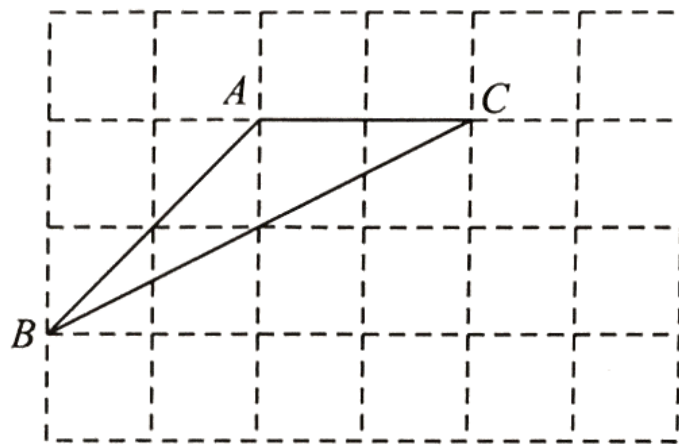


图 2

(第 20 题)

21. 在一个不透明的小布袋中装有 4 个质地、大小完全相同的小球，它们分别标有数字 0, 1, 2, 3, 小明从布袋里随机摸出一个小球，记下数字为  $x$ ，小红在剩下的 3 个小球中随机摸出一个小球，记下数字为  $y$ ，这样确定了点  $M$  的坐标  $(x, y)$ .

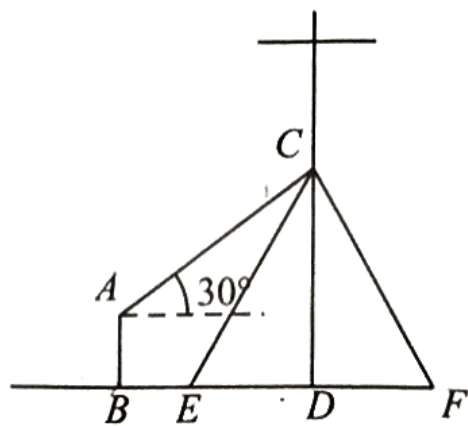
(1) 画树状图或列表，写出点  $M$  所有可能的坐标；

(2) 小明和小红约定做一个游戏，其规则为：若  $M$  在第一象限，则小明胜；否则，小红胜；这个游戏公平吗？请你作出判断并说明理由.

22. 如图，在电线杆上的点  $C$  处引同样长度的拉线  $CE$ ,  $CF$  固定电线杆  $CD$ ，在离电线杆 6 米处安置测角仪  $AB$  (其中点  $B$ ,  $E$ ,  $D$ ,  $F$  在同一条直线上)，在  $A$  处测得电线杆上点  $C$  处的仰角为  $30^\circ$ ，测角仪  $AB$  的高为  $\sqrt{3}$  米.

(1) 求电线杆上点  $C$  离地面的距离  $CD$ ；

(2) 若拉线  $CE$ ,  $CF$  的长度之和为 18 米，求固定点  $E$  和  $F$  之间的距离.



(第 22 题)

23. 如图 1，小明用一张边长为  $6\text{cm}$  的正方形硬纸板设计一个无盖的长方体纸盒，从四个角各剪去一个边长为  $x\text{cm}$  的正方形，再折成如图 2 所示的无盖纸盒，记它的容积为  $y\text{cm}^3$ .

(1)  $y$  关于  $x$  的函数表达式是\_\_\_\_\_，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(2) 为探究  $y$  随  $x$  的变化规律，小明类比二次函数进行了如下探究：

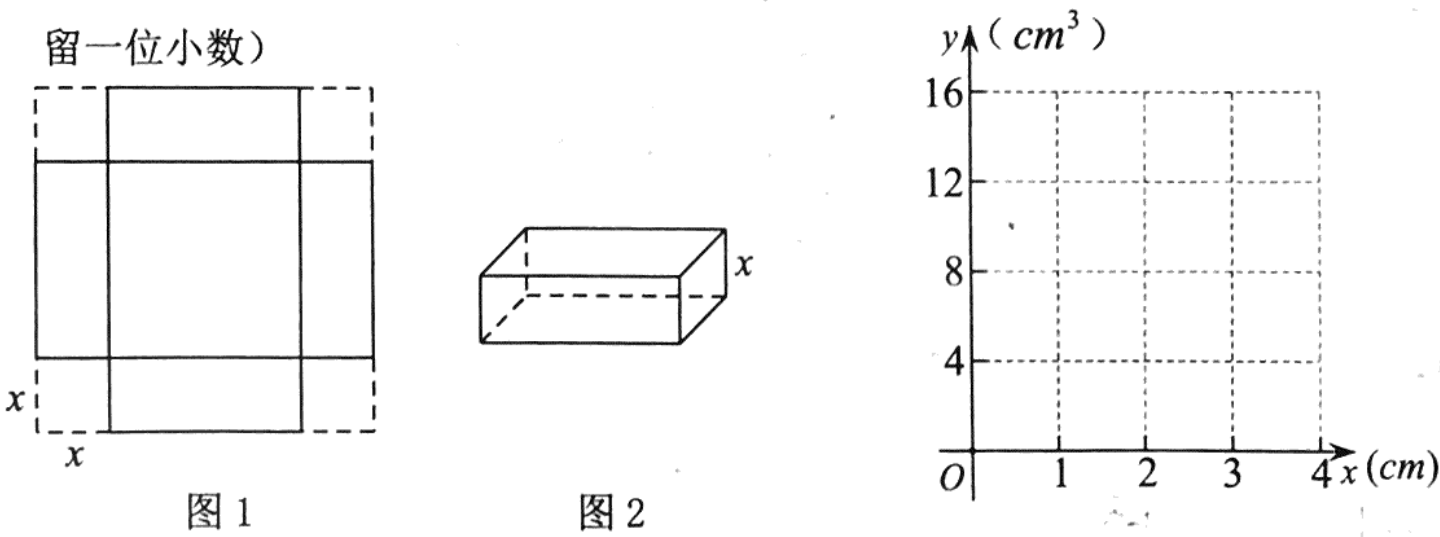
①列表：请你补充表格中的数据；

$x$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$y$	0	12.5		13.5		2.5	0

②描点：把上表中各组对应值作为点的坐标，在平面直角坐标系中描出相应的点；

③连线：用光滑的曲线顺次连结各点.

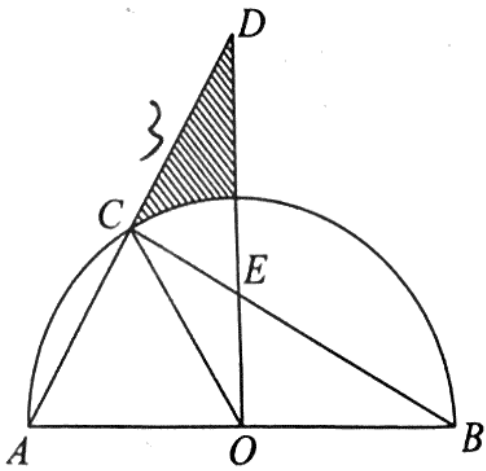
(3)利用函数图象解决：若该纸盒的容积超过  $12\text{cm}^3$ ，估计正方形边长  $x$  的取值范围.（保



(第 23 题)

24. 已知：如图，在半圆  $O$  中，直径  $AB$  的长为  $6$ ，点  $C$  是半圆上一点，过圆心  $O$  作  $AB$  的垂线交线段  $AC$  的延长线于点  $D$ ，交弦  $BC$  于点  $E$ .

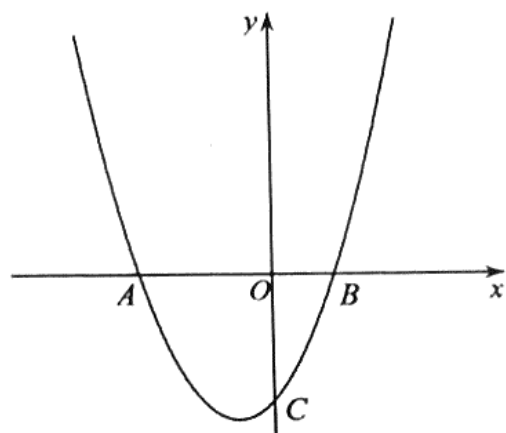
- (1) 求证：  $\angle D = \angle ABC$ ;
- (2) 记  $OE = x$ ,  $OD = y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数表达式;
- (3) 若  $OE = CE$ , 求图中阴影部分的面积.



(第 24 题)

25. 定义：若函数  $y = x^2 + bx + c$  ( $c \neq 0$ ) 与  $x$  轴的交点  $A, B$  的横坐标为  $x_A, x_B$ , 与  $y$  轴交点的纵坐标为  $y_C$ , 若  $x_A, x_B$  中至少存在一个值, 满足  $x_A = y_C$  (或  $x_B = y_C$ ), 则称该函数为友好函数. 如图, 函数  $y = x^2 + 2x - 3$  与  $x$  轴的一个交点  $A$  的横坐标为  $-3$ , 与  $y$  轴交点  $C$  的纵坐标为  $-3$ , 满足  $x_A = y_C$ , 称  $y = x^2 + 2x - 3$  为友好函数.

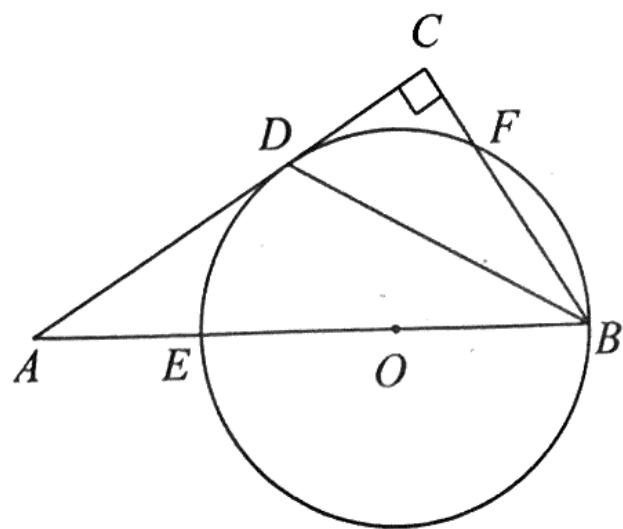
- (1) 判断  $y = x^2 - 4x + 3$  是否为友好函数, 并说明理由;
- (2) 请探究友好函数  $y = x^2 + bx + c$  表达式中的  $b$  与  $c$  之间的关系;
- (3) 若  $y = x^2 + bx + c$  是友好函数, 且  $\angle ACB$  为锐角, 求  $c$  的取值范围.



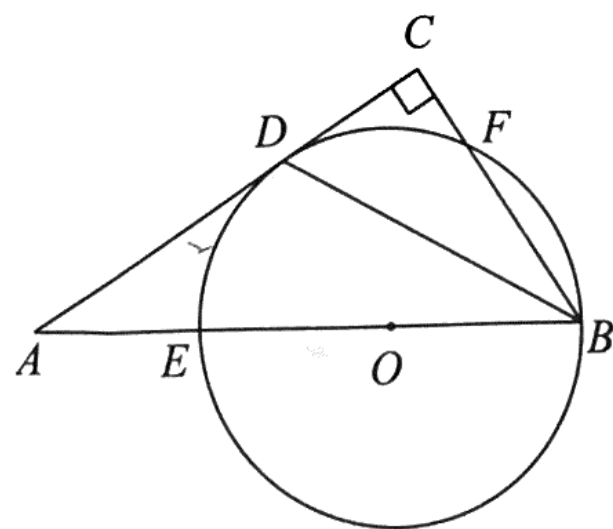
(第 25 题)

26. 如图, 在直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ , 作  $\angle ABC$  的平分线交  $AC$  于点  $D$ , 在  $AB$  上取点  $O$ , 以点  $O$  为圆心经过  $B, D$  两点画圆分别与  $AB, BC$  相交于点  $E, F$  (异于点  $B$ ).

- (1) 求证:  $AC$  是  $\odot O$  的切线;
- (2) 若点  $E$  恰好是  $AO$  的中点, 求  $\widehat{BF}$  的长;
- (3) 若  $CF$  的长为  $\frac{3}{4}$ .
  - ①求  $\odot O$  的半径长;
  - ②点  $F$  关于  $BD$  轴对称后得到点  $F'$ , 求  $\triangle BFF'$  与  $\triangle DEF'$  的面积之比.



(第 26 题)



备用图



# 鄞州区 2019 学年第一学期九年级期末考试

## 数学试题参考答案及评分标准

### 一、选择题(每小题 4 分, 共 48 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	A	D	A	D	B	B	C	C	A	B

### 二、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

题号	13	14	15	16	17	18
答案	$\frac{1}{6}$	$4\sqrt{2}$	3	$46^\circ$	(3, 0)	$\pm 1, \pm \frac{1}{3}$

### 三、解答题(共 78 分)

注: 1. 阅卷时应按步计分, 每步只设整分;

2. 如有其它解法, 只要正确, 都可参照评分标准, 各步相应给分.

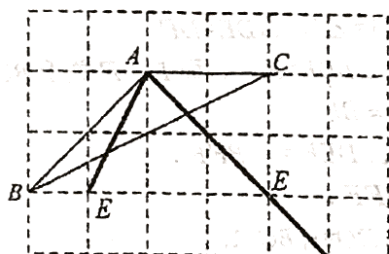
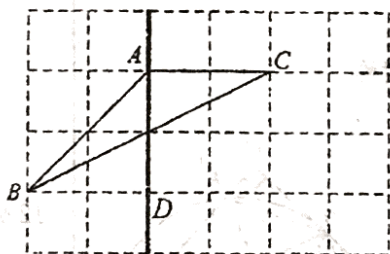
19. 解: 原式  $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{2}$$

3 分

20.



6 分

各 4 分  
共 8 分

21. 解(1) M 点的坐标共 12 个, 如下表: (可以用树状图)

	0	1	2	3
0	\	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)
1	(0, 1)	\	(2, 1)	(3, 1)
2	(0, 2)	(1, 2)	\	(3, 2)
3	(0, 3)	(1, 3)	(2, 3)	\

(2) 游戏公平, 理由如下:

小明获胜的概率为  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ , 小红获胜的概率为  $\frac{1}{2}$ .

两人获胜的概率相等, 故游戏是公平的.

4 分

5 分

8 分

22. 解: (1) 过  $A$  作  $AH \perp CD$  于  $H$ , 由条件知,  $ABDH$  为矩形,

$$\therefore DH=AB=\sqrt{3}, BD=AH=6.$$

在  $Rt\triangle ACH$  中,  $\tan \angle CAH = \frac{CH}{AH}$ ,

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{CH}{6} \therefore CH=2\sqrt{3}.$$

$$\therefore CD=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}.$$

$\therefore CD$  为  $3\sqrt{3}$  米.

$$(2) \because CE=CF, CE+CF=18, \therefore CE=9,$$

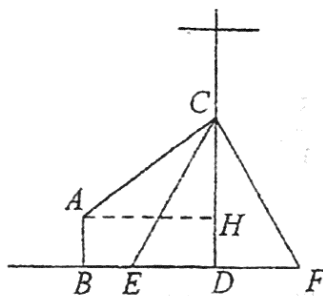
在  $Rt\triangle CED$  中,  $CD=3\sqrt{3}, CE=9,$

$$\therefore DE=\sqrt{9^2-(3\sqrt{3})^2}=3\sqrt{6},$$

$$\because CE=CF, CD \perp EF, \therefore DF=DE=3\sqrt{6}$$

$$\therefore EF=6\sqrt{6},$$

$\therefore E, F$  之间的距离为  $6\sqrt{6}$  米.



1 分

4 分

5 分

6 分

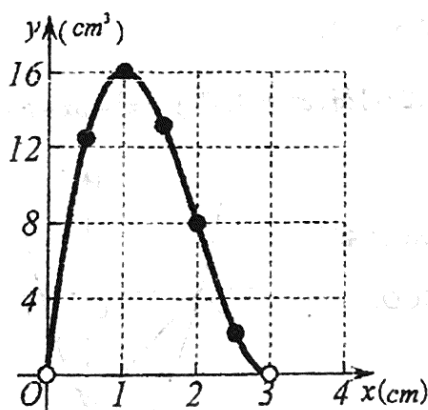
8 分

9 分

10 分

23. 解: (1)  $y=x(6-2x)^2=4x^3-24x^2+36x$  (不化简不扣分);  $0 < x < 3$ .

(2) ① 16, 8;



3 分

5 分

8 分

10 分

1 分

3 分

②  $0.4 < x < 1.7$  (2')

若  $0.5 < x < 1.6$  (1')

24. 解: (1)  $\because AB$  是直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ$ ,

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\because DO \perp AB, \therefore \angle A + \angle D = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC.$$



(2)  $\because OB=OC, \therefore \angle B=\angle OCE.$

$\therefore \angle OCE=\angle D.$

而  $\angle COE=\angle COD,$

$\therefore \triangle OCE \sim \triangle ODC,$

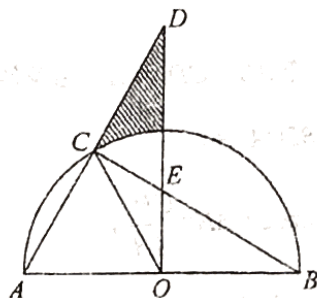
$$\therefore \frac{OE}{OC} = \frac{OC}{OD} \text{ 即 } \frac{x}{3} = \frac{3}{y},$$

$$\therefore y = \frac{9}{x}.$$

(3) 设  $\angle B=\alpha$ , 则  $\angle BCO=\alpha, \because OE=CE, \therefore \angle EOC=\angle BCO=\alpha.$

在  $\triangle BCO$  中,  $\alpha+\alpha+90^\circ+\alpha=180^\circ, \therefore \alpha=30^\circ.$

$$S = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} - \frac{30}{360} \pi \times 3^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4} \sqrt{3} - \frac{3}{4} \pi.$$



4 分

5 分

7 分

8 分

10 分

25. 解: (1)  $y=x^2-4x+3$  是友好函数. 理由如下:

当  $x=0$  时,  $y=3$ ; 当  $y=0$  时,  $x=1$  或  $3$ ,

$\therefore y=x^2-4x+3$  与  $x$  轴一个交点的横坐标和与  $y$  轴交点的纵坐标都是 3.

故  $y=x^2-4x+3$  是友好函数.

(2) 当  $x=0$  时,  $y=c$ , 即与  $y$  轴交点的纵坐标为  $c$ .

$\because y=x^2+bx+c$  是友好函数.  $\therefore x=c$  时,  $y=0$ , 即  $(c, 0)$  在  $y=x^2+bx+c$  上.

代入得:  $0=c^2+bc+c$ , 而  $c \neq 0, \therefore b+c=-1$ .

(3) (i) 当  $C$  在  $y$  轴负半轴上时, 由 (2) 可得:  $c=-b-1$ , 即  $y=x^2+bx-b-1$ ,

显然当  $x=1$  时,  $y=0$ ,

即与  $x$  轴的一个交点为  $(1, 0)$ . 则  $\angle ACO=45^\circ$ ,

$\therefore$  只需满足  $\angle BCO < 45^\circ$ , 即  $BO < CO$ .

$\therefore c < -1$ .

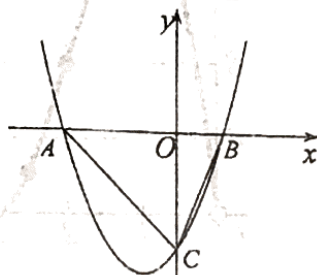
(ii) 当  $C$  在  $y$  轴正半轴上, 且  $A$  与  $B$  不重合时,

$\therefore$  显然都满足  $\angle ACB$  为锐角.

$\therefore c > 0$ , 且  $c \neq 1$ .

(iii) 当  $C$  与原点重合时, 不符合题意.

综上所述,  $c < -1$  或  $c > 0$ , 且  $c \neq 1$ .



1 分

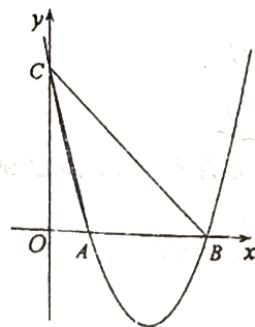
3 分

4 分

8 分

10 分

12 分



26. 解: (1) 连结  $DO$ ,

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ,

$\because DO = BO$ ,  $\therefore \angle 2 = \angle 3$ .

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ .  $\therefore DO \parallel BC$ .

$\because \angle C = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ADO = 90^\circ$ .

$\therefore AC$  是  $\odot O$  的切线.

(2)  $\because E$  是  $AO$  中点,  $\therefore AE = EO = DO = BO = \frac{5}{3}$ .

$\therefore \sin A = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ .

连结  $FO$ , 则  $\angle BOF = 60^\circ$ .

$\therefore \widehat{BF} = \frac{60}{180} \times \pi \times \frac{5}{3} = \frac{5}{9}\pi$ .

(3) ①过  $O$  作  $OM \perp BC$  于  $M$ ,

则  $BM = FM$ , 四边形  $CDOM$  是矩形.

设圆的半径为  $r$ , 则

$AO = 5 - r$ ,  $BM = FM = r - \frac{3}{4}$ .

$\because DO \parallel BC$ ,  $\therefore \angle AOD = \angle OBM$ .

而  $\angle ADO = 90^\circ = \angle OMB$ ,

$\therefore \triangle ADO \sim \triangle OMB$ .

$\therefore \frac{AO}{DO} = \frac{BO}{BM}$  即  $\frac{5-r}{r} = \frac{r}{r-\frac{3}{4}}$ ,

解之得  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = \frac{15}{8}$ .

②  $\because$  在 (1) 中  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\therefore DE = DF$

$\because BE$  是直径,  $\therefore \angle BDE = 90^\circ$ , 而  $F, F'$  关于  $BD$  轴对称,

$\therefore BD \perp FF'$ ,  $BF = BF'$ .

$\therefore DE \parallel FF'$ ,  $\therefore \angle DEF' = \angle BFF'$ .

$\therefore \triangle DEF' \sim \triangle BFF'$ .

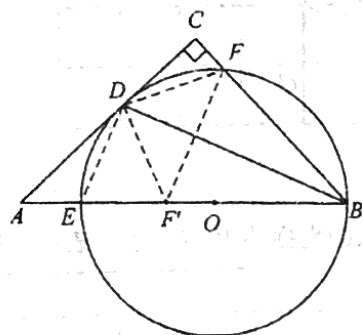
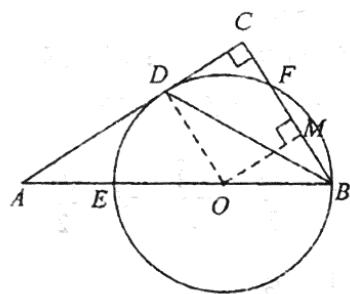
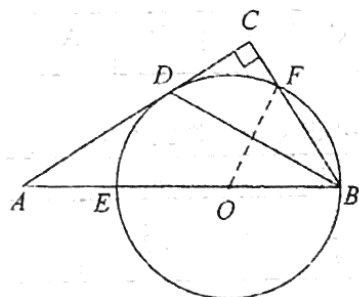
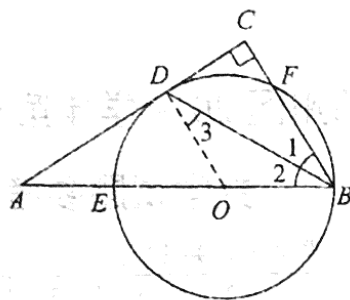
当  $r = 1$  时,  $AO = 4$ ,  $DO = 1$ ,  $BO = 1$ ,

$\therefore BC = \frac{5}{4}$ , 而  $CF = \frac{3}{4}$ ,  $\therefore BF = \frac{1}{2}$ ,  $DF = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

$\therefore \triangle BFF'$  与  $\triangle DEF'$  的面积比  $= \left( \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{4}} \right)^2 = \frac{1}{6}$ .

同理可得, 当  $r = \frac{15}{8}$  时,  $\triangle BFF'$  与  $\triangle DEF'$  的面积比  $= \frac{9}{5}$ .

$\therefore \triangle BFF'$  与  $\triangle DEF'$  的面积比为  $\frac{1}{6}$  或  $\frac{9}{5}$ .



1 分

2 分

4 分

5 分

7 分

9 分

11 分

12 分

13 分

14 分