

北京市西城区 2019—2020 学年度第一学期期末试卷

九年级数学

2020.1

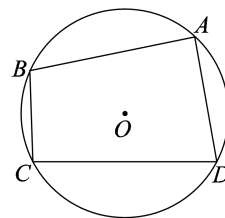
考生须知	<p>1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束时，将本试卷、答题卡一并交回。</p>
------	--

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle ADC = 80^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数是

(A) 40° (B) 80°
(C) 100° (D) 120°



2. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位长度，向上平移 1 个单位长度，得到抛物线

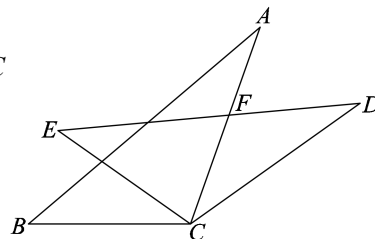
(A) $y=(x-2)^2+1$ (B) $y=(x-2)^2-1$ (C) $y=(x+2)^2+1$ (D) $y=(x+2)^2-1$

3. 圆心角是 90° ，半径为 20 的扇形的弧长为

(A) 5π (B) 10π (C) 20π (D) 25π

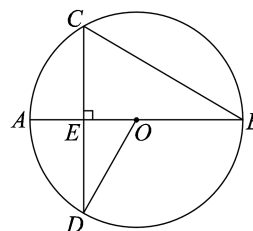
4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以 C 为中心，将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 35° 得到 $\triangle DEC$ ，边 ED ， AC 相交于点 F ，若 $\angle A=30^\circ$ ，则 $\angle EFC$ 的度数为

(A) 60° (B) 65°
(C) 72.5° (D) 115°



5. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于 E ，若 $\angle ABC=30^\circ$ ， $OE=\sqrt{3}$ ，则 OD 长为

(A) 3 (B) $\sqrt{6}$
(C) $2\sqrt{3}$ (D) 2



6. 下列关于抛物线 $y = x^2 + bx - 2$ 的说法正确的是

- (A) 抛物线的开口方向向下
- (B) 抛物线与 y 轴交点的坐标为 $(0, 2)$
- (C) 当 $b > 0$ 时, 抛物线的对称轴在 y 轴右侧
- (D) 对于任意的实数 b , 抛物线与 x 轴总有两个公共点

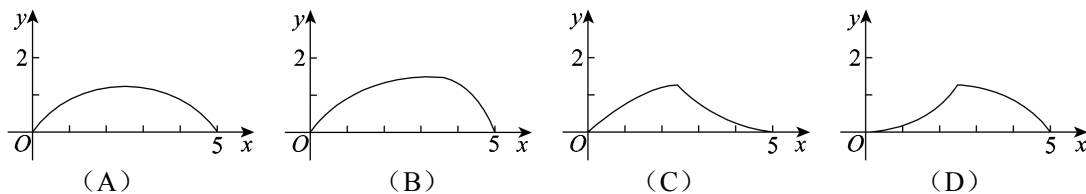
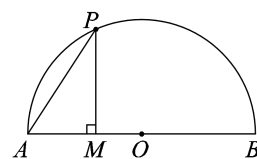
7. $A(-\frac{1}{2}, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = -(x-2)^2 + k$ 的图象上, 则

y_1, y_2, y_3 的大小关系为

- (A) $y_1 < y_2 < y_3$
- (B) $y_1 < y_3 < y_2$
- (C) $y_3 < y_1 < y_2$
- (D) $y_3 < y_2 < y_1$

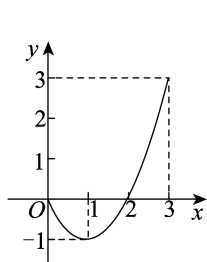
8. 如图, $AB=5$, O 是 AB 的中点, P 是以点 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的一个动点 (点 P 与点 A, B 可以重合), 连接 PA , 过 P 作

$PM \perp AB$ 于点 M . 设 $AP=x$, $AP-AM=y$, 则下列图象中, 能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是

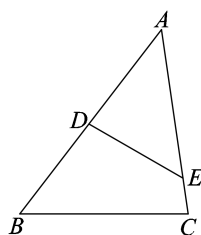


二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

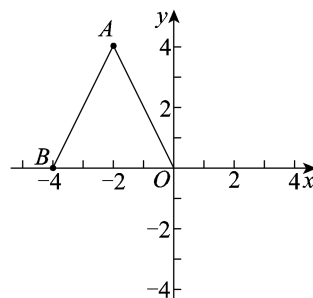
9. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$) 的图象如图所示, 则该函数的最小值是_____.



第 9 题图



第 10 题图

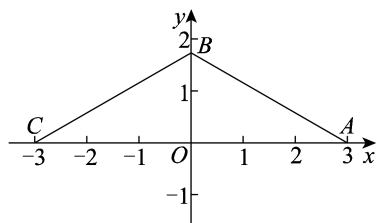


第 11 题图

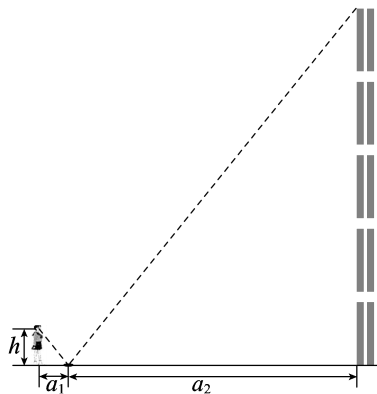
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 添加一个条件使得 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 添加的一个条件是_____.

11. 如图, $\triangle ABO$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 4)$, $B(-4, 0)$, $O(0, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 画出一个三角形, 使它与 $\triangle ABO$ 的相似比为 $\frac{1}{2}$.

12. 如图, A, B 两点的坐标分别为 $A(3, 0), B(0, \sqrt{3})$, 将线段 BA 绕点 B 顺时针旋转得到线段 BC . 若点 C 恰好落在 x 轴的负半轴上, 则旋转角为_____°.

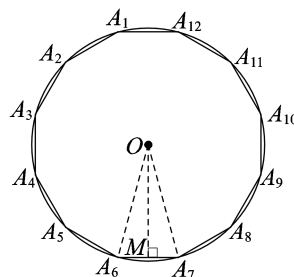
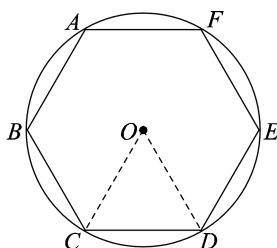


第 12 题图



第 13 题图

13. 在“测量学校教学楼的高度”的数学活动中, 小刚同学使用镜面反射法进行测量, 如图所示. 若 $a_1 = 1$ 米, $a_2 = 10$ 米, $h = 1.5$ 米, 则这个学校教学楼的高度为_____米.
14. 我国魏晋时期的数学家刘徽(263 年左右)首创“割圆术”, 所谓“割圆术”就是利用圆内接正多边形无限逼近圆来确定圆周率, 刘徽计算出圆周率 $\pi \approx 3.14$.



刘徽从正六边形开始分割圆, 每次边数成倍增加, 依次可得圆内接正十二边形, 圆内接正二十四边形, \dots , 割的越细, 圆的内接正多边形就越接近圆. 设圆的半径为 R , 圆内接正六边形的周长 $p_6 = 6R$, 计算 $\pi \approx \frac{p_6}{2R} = 3$; 圆内接正十二边形的周长 $p_{12} = 24R \sin 15^\circ$,

计算 $\pi \approx \frac{p_{12}}{2R} = 3.10$; 请写出圆内接正二十四边形的周长 $p_{24} =$ _____, 计算 $\pi \approx$ _____.

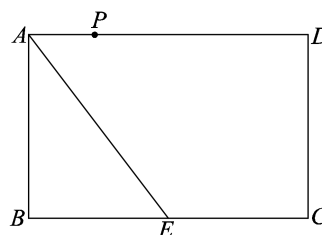
(参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.258$, $\sin 7.5^\circ \approx 0.130$)

15. 在关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中，自变量 x 可以取任意实数，下表是自变量 x 与函数 y 的几组对应值：

x	...	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$y = ax^2 + bx + c$...	-3.19	-3.10	-2.71	-2.05	-1.10	0.14	1.47	3.48	...

根据以上信息，关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根中，其中的一个实数根约等于_____（结果保留小数点后一位小数）。

16. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=6$ ， E 是边 BC 的中点，点 P 在边 AD 上，设 $DP=x$ ，若以点 D 为圆心， DP 为半径的 $\odot D$ 与线段 AE 只有一个公共点，则所有满足条件的 x 的取值范围是_____。



三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

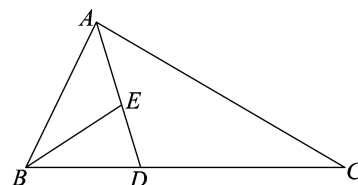
17. 计算 $3 \tan 30^\circ + 4 \cos 45^\circ - 2 \sin 60^\circ$ 。

18. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 。

- (1) 写出该二次函数图象的对称轴及顶点坐标，再描点画图；
- (2) 利用图象回答：当 x 取什么值时， $y < 0$ 。

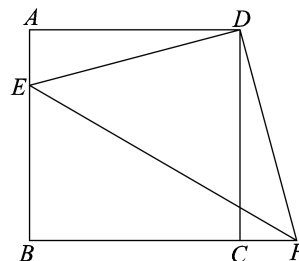
19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ， E 是 AD 上一点，且 $BE=BD$ 。

- (1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ ；
- (2) 若 $BD=1$ ， $CD=2$ ，求 $\frac{AE}{AD}$ 的值。



20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F ，若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上，连接 DE ， DF ， EF 。

- (1) 判断 $\triangle DEF$ 的形状，并说明理由；
- (2) 若 $EF=4\sqrt{2}$ ，则 $\triangle DEF$ 的面积为_____。

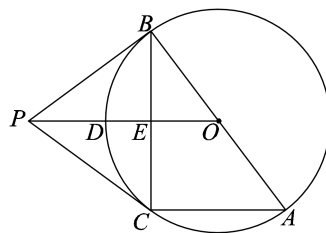


21. 某校要组织“风华杯”篮球赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场）。

- (1) 如果有 4 支球队参加比赛，那么共进行_____场比赛；

(2) 如果全校一共进行 36 场比赛，那么有多少支球队参加比赛？

22. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， PB ， PC 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 B ， C 。连接 PO 交 $\odot O$ 于点 D ，交 BC 于点 E ，连接 AC 。



(1) 求证： $OE = \frac{1}{2}AC$ ；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC=6$ ，求 PB 的长。

23. 图 1 是一个倾斜角为 α 的斜坡的横截面， $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ 。斜坡顶端 B 与地面的距离 BC 为 3 米。为

了对这个斜坡上的绿地进行喷灌，在斜坡底端安装了一个喷头 A ，喷头 A 喷出的水珠在空中走过的曲线可以看作抛物线的一部分。设喷出水珠的竖直高度为 y （单位：米）（水珠的竖直高度是指水珠与地面的距离），水珠与喷头 A 的水平距离为 x （单位：米）， y 与 x 之间近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx$ （ a ， b 是常数， $a \neq 0$ ），图 2 记录了 x 与 y 的相关数据。



图 1

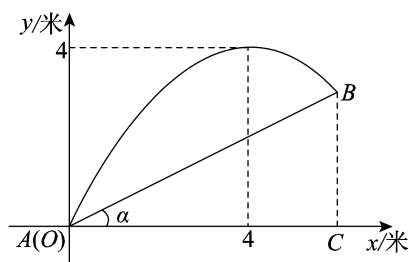


图 2

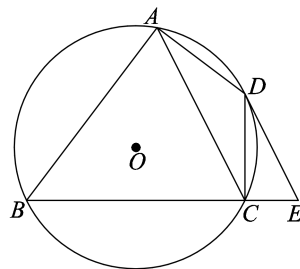
- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式；
 (2) 斜坡上有一棵高 1.8 米的树，它与喷头 A 的水平距离为 2 米，通过计算判断从 A 喷出的水珠能否越过这棵树。

24. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， AC 是对角线。点 E 在 BC 的延长线上，且 $\angle CED = \angle BAC$ 。

(1) 判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) BA 与 CD 的延长线交于点 F ，若 $DE \parallel AC$ ，

$AB=4$ ， $AD=2$ ，求 AF 的长。



25. 下面给出六个函数解析式：

$$y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = \sqrt{3}x^2 + 1, \quad y = -x^2 - \frac{1}{2}|x|,$$

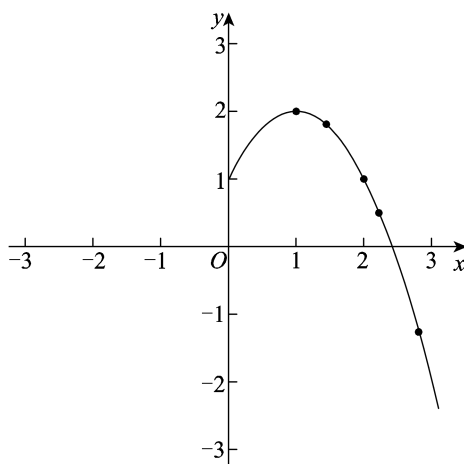
$$y = 2x^2 - 3|x| - 1, \quad y = -x^2 + 2|x| + 1, \quad y = -3x^2 - |x| - 4.$$

小明根据学习二次函数的经验，分析了上面这些函数解析式的特点，研究了它们的图象和性质。下面是小明的分析和研究过程，请补充完整：

(1) 观察上面这些函数解析式，它们都具有共同的特点，可以表示为形如

$y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，其中 x 为自变量；

(2) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，画出了函数 $y = -x^2 + 2|x| + 1$ 的部分图象，用描点法将这个函数的图象补充完整；



(3) 对于上面这些函数，下列四个结论：

- ① 函数图象关于 y 轴对称
 - ② 有些函数既有最大值，同时也有最小值
 - ③ 存在某个函数，当 $x > m$ (m 为正数) 时， y 随 x 的增大而增大，当 $x < -m$ 时， y 随 x 的增大而减小
 - ④ 函数图象与 x 轴公共点的个数只可能是 0 个或 2 个或 4 个
- 所有正确结论的序号是 ；

(4) 结合函数图象，解决问题：

若关于 x 的方程 $-x^2 + 2|x| + 1 = -x + k$ 有一个实数根为 3，则该方程其它的实数根为 。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx - 2m - 2$.

(1) 若该抛物线与直线 $y = 2$ 交于 A, B 两点, 点 B 在 y 轴上.

求该抛物线的表达式及点 A 的坐标;

(2) 横坐标为整数的点称为横整点.

① 将 (1) 中的抛物线在 A, B 两点之间的部分记作 G_1 (不含 A, B 两点), 直接写出 G_1 上的横整点的坐标;

② 抛物线 $y = x^2 - 2mx - 2m - 2$ 与直线 $y = -x - 2$ 交于 C, D 两点, 将抛物线在 C, D 两点之间的部分记作 G_2 (不含 C, D 两点), 若 G_2 上恰有两个横整点, 结合函数的图象, 求 m 的取值范围.

27. $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 P 在 BC 的延长线上, 以 P 为中心, 将线段 PC 逆时针旋转 n° ($0 < n < 180$) 得线段 PQ , 连接 AP, BQ .

(1) 如图 1, 若 $PC = AC$, 画出当 $BQ \parallel AP$ 时的图形, 并写出此时 n 的值;

(2) M 为线段 BQ 的中点, 连接 PM . 写出一个 n 的值, 使得对于 BC 延长线上任意一点 P , 总有 $MP = \frac{1}{2}AP$, 并说明理由.

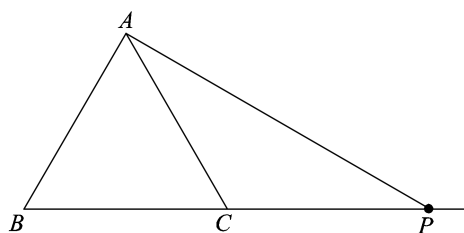
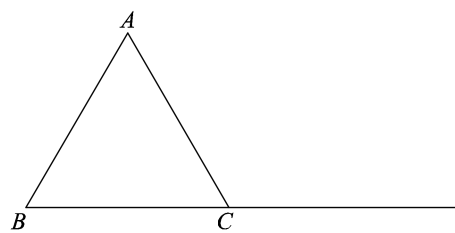


图 1



备用图

28. 对于给定的 $\triangle ABC$ ，我们给出如下定义：

若点 M 是边 BC 上的一个定点，且以 M 为圆心的半圆上的所有点都在 $\triangle ABC$ 的内部或边上，则称这样的半圆为 BC 边上的点 M 关于 $\triangle ABC$ 的内半圆，并将半径最大的内半圆称为点 M 关于 $\triangle ABC$ 的最大内半圆。

若点 M 是边 BC 上的一个动点（ M 不与 B, C 重合），则在所有的点 M 关于 $\triangle ABC$ 的最大内半圆中，将半径最大的内半圆称为 BC 关于 $\triangle ABC$ 的内半圆。

(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，

① 如图1，点 D 在边 BC 上，且 $CD=1$ ，直接写出点 D 关于 $\triangle ABC$ 的最大内半圆的半径长；

② 如图2，画出 BC 关于 $\triangle ABC$ 的内半圆，并直接写出它的半径长；

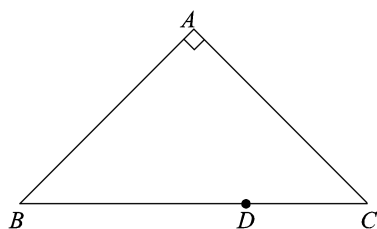


图 1

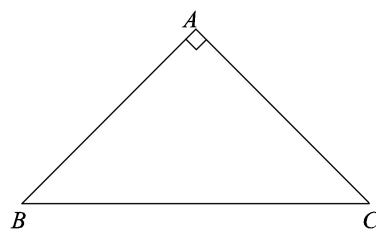


图 2

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中，点 E 的坐标为 $(3, 0)$ ，点 P 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上运动（ P 不与 O 重合），将 OE 关于 $\triangle OEP$ 的内半圆半径记为 R ，当 $\frac{3}{4} \leq R \leq 1$ 时，求点 P 的横坐标 t 的取值范围。