

北京市西城区 2019—2020 学年度第一学期期末试卷

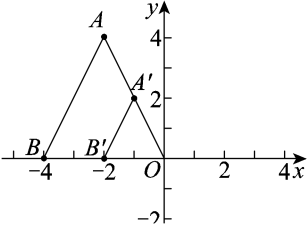
九年级数学答案及评分参考

2020.1

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	B	C	D	B	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

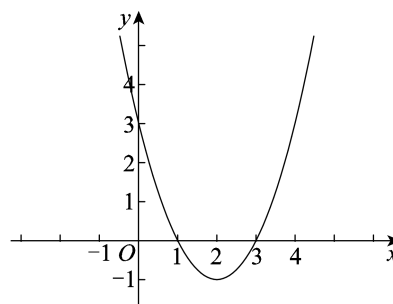
9	10	11	12
-1	答案不唯一， 如： $\angle AED = \angle B$	答案不唯一，如： 	120
13	14	15	16
15	$48R\sin 7.5^\circ$ ，3.12	答案不唯一，如：5.9	$x = \frac{24}{5}$ 或 $5 < x \leq 6$.

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17. 解： $3 \tan 30^\circ + 4 \cos 45^\circ - 2 \sin 60^\circ$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解：（1）对称轴是直线 $x=2$ ，顶点是 $(2, -1)$. $y=x^2-4x+3$ 的图象，如图.（2）当 $1 < x < 3$ 时， $y < 0$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

19. (1) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

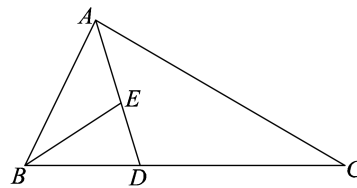
$$\therefore \angle BAD = \angle CAD.$$

$$\because BE = BD,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BDE.$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ADC.$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD.$$



(2) 解: $\because \triangle ABE \sim \triangle ACD$,

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}.$$

$$\because BE = BD = 1, CD = 2,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2}.$$

.....5 分

20. (1) $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形.

证明: 在正方形 $ABCD$ 中, $DA = DC$, $\angle ADC = \angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$.

$\because F$ 落在边 BC 的延长线上,

$$\therefore \angle DCF = \angle DAB = 90^\circ.$$

\because 将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F ,

$$\therefore DE = DF.$$

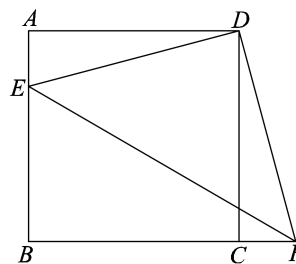
$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle CDF.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDF.$$

$$\because \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle EDC = 90^\circ, \text{ 即 } \angle EDF = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形.



(2) $\triangle DEF$ 的面积为 8.

.....5 分

21. 解: (1) 6;

(2) 设如果全校一共进行 36 场比赛, 那么有 x 支球队参加比赛.

$$\text{依题意, 得 } \frac{x(x-1)}{2} = 36.$$

$$\text{解得 } x_1 = 9, x_2 = -8 \text{ (不合题意, 舍去).}$$

$$\text{所以 } x = 9.$$

答: 如果全校一共进行 36 场比赛, 那么有 9 支球队参加比赛.5 分

北京市西城区 2019—2020 学年度第一学期期末试卷 九年级数学答案及评分参考 第 3 页 (共 8 页)

24. 解: (1) 相切.

证明：连接 BD ，如图.

\because 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的直径, 即点 O 在 BD 上.

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ.$$
$$\therefore \angle CED + \angle CDE = 90^\circ.$$
$$\therefore \angle CED = \angle BAC.$$

又 $\because \angle BAC = \angle BDC$,

$$\therefore \angle BDC + \angle CDE = 90^\circ, \text{ 即 } \angle BDE = 90^\circ.$$

$\therefore DE \perp OD$ 于点 D .

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 如图, BD 与 AC 交于点 H .

$$\because DE \parallel AC,$$
$$\therefore \angle BHC = \angle BDE = 90^\circ.$$
$$\therefore BD \perp AC.$$
$$\therefore AH=CH.$$
$$\therefore BC = AB = 4, \quad CD = AD = 2.$$
$$\because \angle FAD = \angle FCB = 90^\circ, \quad \angle F = \angle F,$$
$$\therefore \triangle FAD \sim \triangle FCB.$$

$$\therefore \frac{AD}{CB} = \frac{AF}{CF}.$$

$$\therefore CF=2AF.$$

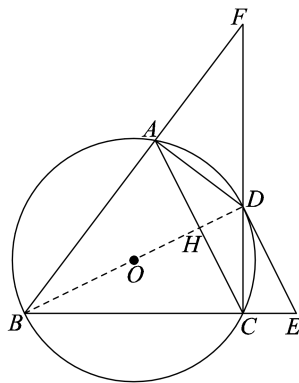
设 $AF = x$, 则 $DF = CF - CD = 2x - 2$.

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $DF^2 = AD^2 + AF^2$,

$$\therefore (2x-2)^2 = 2^2 + x^2.$$

解得 $x_1 = \frac{8}{3}$, $x_2 = 0$ (舍去).

$$\therefore AF = \frac{8}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



25. 解: (1) ① $y = ax^2 + b|x| + c$, (a, b, c 是常数, $a \neq 0$).

(2) 图象如图 1 所示.

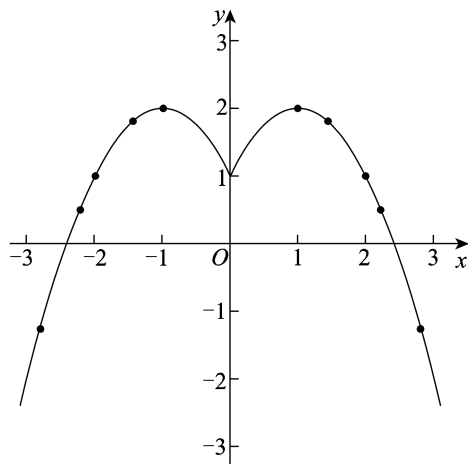


图 1

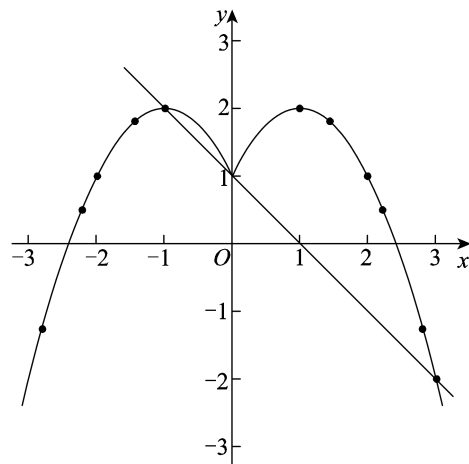


图 2

(3) ①③.

(4) 如图 2, -1, 0.

..... 6 分

26. 解: (1) \because 抛物线 $y = x^2 - 2mx - 2m - 2$ 与直线 $y = 2$ 交于 A, B 两点, 点 B 在 y 轴上,

\therefore 点 B 的坐标为 $(0, 2)$.

$\therefore -2m - 2 = 2$.

$\therefore m = -2$.

\therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 + 4x + 2$.

$\because A, B$ 两点关于直线 $x = -2$ 对称,

\therefore 点 A 的坐标为 $(-4, 2)$.

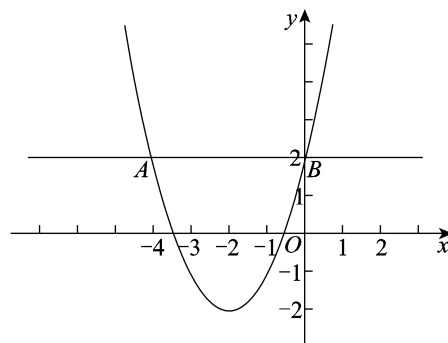


图 1

(2) ① $y = x^2 + 4x + 2$ 的图象, 如图 1 所示.

G_1 上的横整点分别是 $(-3, -1), (-2, -2), (-1, -1)$.

② 对于任意的实数 m , 抛物线 $y = x^2 - 2mx - 2m - 2$ 与直线 $y = -x - 2$ 总有一个公共点 $(-1, -1)$, 不妨记为点 C .

当 $m \leq -1$ 时, 若 G_2 上恰有两个横整点, 则横整点的横坐标为 $-3, -2$, 如图

2.

$$\therefore -2 \leq m < -\frac{3}{2}.$$

当 $m > -1$ 时, 若 G_2 上恰有两个横整点, 则横整点的横坐标为 0, 1, 如图 3.

$$\therefore \frac{1}{2} < m \leq 1.$$

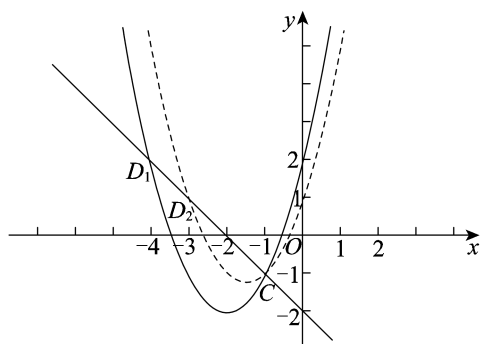


图 2

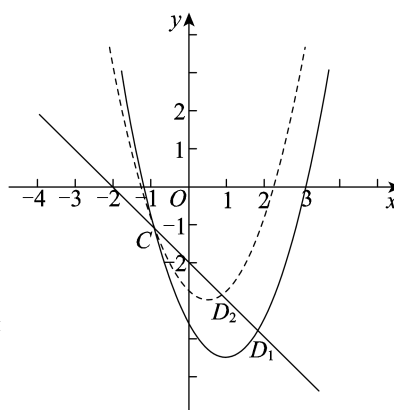


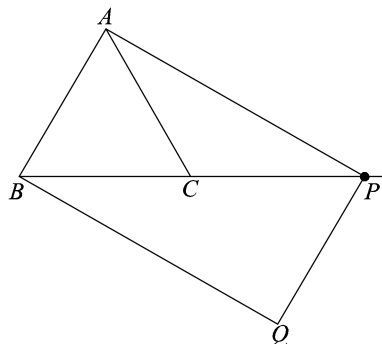
图 3

综上, G_2 恰有两个横整点, m 的取值范围是 $-2 \leq m < -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2} < m \leq 1$.

..... 6 分

27. 解: (1) 如图.

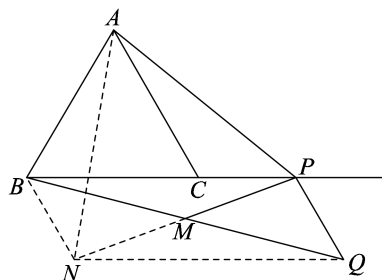
当 $BQ \parallel AP$ 时, $n = 60$.



(2) $n = 120$.

证明: 延长 PM 至 N , 使得 $MN = PM$, 连接 BN , AN , QN , 如图.

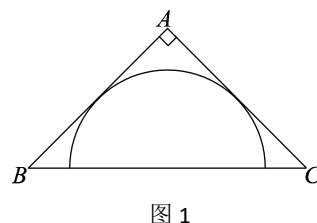
$\because M$ 为线段 BQ 的中点,
 \therefore 四边形 $BNQP$ 是平行四边形.
 $\therefore BN \parallel PQ$, $BN = PQ$.
 $\therefore \angle NBP = 60^\circ$.



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AB=AC, \angle ABC=\angle ACB=60^\circ$.
 $\therefore \angle ABN=\angle ACP=120^\circ$.
 \because 以 P 为中心, 将线段 PC 逆时针旋转 120° 得到线段 PQ ,
 $\therefore PQ=PC$.
 $\therefore BN=PC$.
 $\therefore \triangle ABN \cong \triangle ACP$.
 $\therefore \angle BAN=\angle CAP, AN=AP$.
 $\therefore \angle NAP=\angle BAC=60^\circ$.
 $\therefore \triangle ANP$ 是等边三角形. $\therefore PN=AP$.
 又 $MP=\frac{1}{2}PN$,
 $\therefore MP=\frac{1}{2}AP$ 7 分

28. 解: (1) ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

② BC 关于 $\triangle ABC$ 的内半圆, 如图 1,
 BC 关于 $\triangle ABC$ 的内半圆半径为 1.



(2) 过点 E 作 $EF \perp OE$, 与直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 交于点 F , 设点 M 是 OE 上的动点,

i) 当点 P 在线段 OF 上运动时 (P 不与 O 重合), OE 关于 $\triangle OEP$ 的内半圆是以 M 为圆心, 分别与 OP , PE 相切的半圆, 如图 2.

\therefore 当 $\frac{3}{4} \leq R \leq 1$ 时, t 的取值范围是 $\frac{3}{2} \leq t \leq 3$.

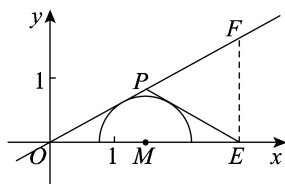


图 2

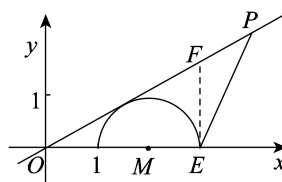


图 3

ii) 当点 P 在 OF 的延长线上运动时, OE 关于 $\triangle OEP$ 的内半圆是以 M 为圆心, 经过点 E 且与 OP 相切的半圆, 如图 3.

\therefore 当 $R=1$ 时, t 的取值范围是 $t \geq 3$.

iii) 当点 P 在 OF 的反向延长线上运动时 (P 不与 O 重合), OE 关于 $\triangle OEP$ 的内半圆是以 M 为圆心, 经过点 O 且与 EP 相切的半圆, 如图 4.

\therefore 当 $\frac{3}{4} \leq R < 1$ 时, t 的取值范围是 $t \leq -\frac{9+6\sqrt{6}}{5}$.

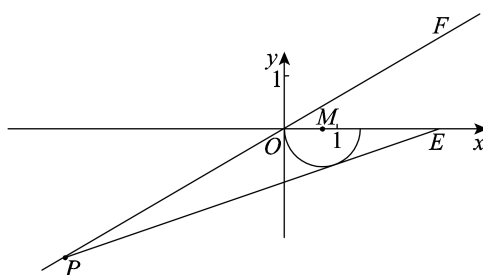


图 4

综上, 点 P 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上运动时 (P 不与 O 重合), 当 $\frac{3}{4} \leq R \leq 1$ 时, t 的取值范

围是 $t \leq -\frac{9+6\sqrt{6}}{5}$ 或 $t \geq \frac{3}{2}$.

..... 7 分