

# 东城区 2019-2020 学年度第一学期期末统一检测

## 初三数学参考答案及评分标准 2020.1

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

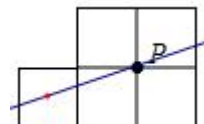
题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	A	B	B	D	C

### 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.  $y = -x^2 + 2$  （答案不唯一）

10. 0.92

11.



12.  $y_2 > y_3 > y_1$

13. 45

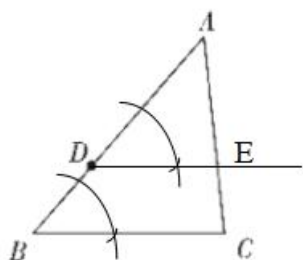
14. PC=1 或 PA= $\sqrt{3}$ 或 PO=2

15.  $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

16.  $2 + \sqrt{14}$

### 三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 4 分，第 22-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题每小题 7 分）

17. 解：（1）如图所示， $\angle ADE$  为所作.



.....2 分

（2） $\because \angle ADE = \angle B$ ,

$\therefore DE \parallel BC$ .

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}.$$

$$\because \frac{AD}{DB} = 2, AC = 6,$$

$$\therefore AE = 4. \quad \text{.....5 分}$$

18. 解：连接 OC, .....1 分

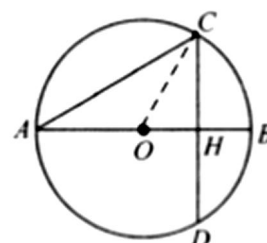
则  $OA = OC$ .

$$\therefore \angle A = \angle ACO = 30^\circ. \quad \text{.....2 分}$$

$$\therefore \angle COH = 60^\circ.$$

$$\because OB \perp CD, CD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CH = \sqrt{3}. \quad \text{.....3 分}$$



$\therefore OH=1$ . .....4 分

$\therefore OC=2$ . .....5 分

19. 解：(1)  $c=-2$ ，对称轴为直线  $x=\frac{1}{2}$ . .....2 分

(2) 由对称性可知，-2,3 是关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+c=t$  的根. ....4 分

(3) 由题意知，二次函数的图象经过点  $(-1, -1)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(1, -2)$ .

$$\therefore \begin{cases} -1=a-b-2, \\ -2=a+b-2. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{2}, \\ b=-\frac{1}{2}. \end{cases}$$

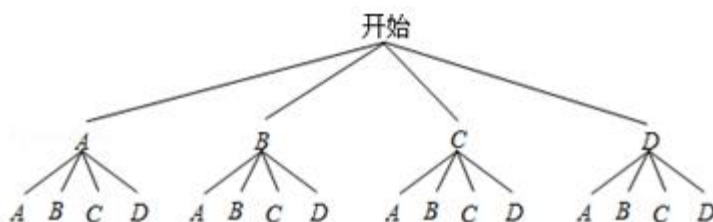
$\therefore$  二次函数的解析式为  $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-2$ . .....6 分

20. 解：(1) 在这四条线路任选一条，每条被选中的可能性相同.

$\therefore$  在四条路线中，小美选择路线“园艺小清新之旅”的概率是  $\frac{1}{4}$ .

.....2 分

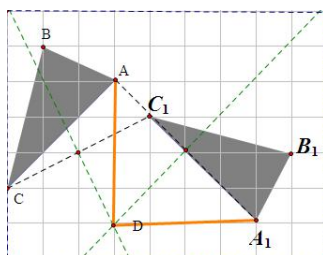
(2) 画树状图分析如下：



共有 16 种等可能的结果，小美和小红恰好选择同一条路线的结果有 4 种，

$\therefore$  小美和小红恰好选择同一条路线的概率为  $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ . .....5 分

21. 解：(1)



.....3 分

(2) 90. ....4 分

22.解: (1)  $AB = AC = \frac{5}{2}$ ,  $BC = 4$ , 点  $A(3,5)$ ,

$$\therefore B(1, \frac{7}{2}), C(5, \frac{7}{2}).$$

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象经过点  $B$ ,

$\therefore$  此反比例函数的解析式为  $y = \frac{7}{2x} (x > 0)$ . ....3 分

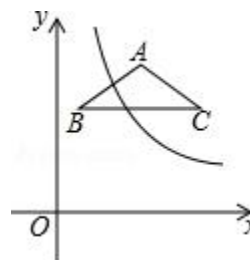
(2) 将  $\triangle ABC$  向下平移  $m$  个单位长度, 设  $A, C$  的对应点分别为  $A', C'$ .

$$\therefore A'(3, 5-m), C'(5, \frac{7}{2}-m).$$

$\because A', C'$  两点同时落在反比例函数图象上,

$$\therefore 3(5-m) = 5(\frac{7}{2}-m),$$

$$\therefore m = \frac{5}{4}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



23.解: (1) 设销售量  $y$  与销售单价  $x$  之间的函数关系式为  $y = kx + b$ ,

$$\text{将点 } (30, 100)、(45, 70) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 100 = 30k + b \\ 70 = 45k + b \end{cases}.$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 160 \end{cases}.$$

$\therefore$  函数的关系式为:  $y = -2x + 160$ . ....3 分

(2) 由题意得  $w = (x - 30)(-2x + 160) = -2(x - 55)^2 + 1250$ . ....4 分

$$-2 < 0, \text{ 且 } 30 \leq x \leq 60.$$

$\therefore$  当  $x = 55$  时,  $w$  取得最大值, 此时  $w = 1250$ . ....6 分

$\therefore$  销售单价定为 55 元时, 该商店每天获得的利润最大, 最大利润是 1250 元.

24. 解: (1) 依题意画出  $\odot O$ , 如图所示.

在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,

$$\because AC=3, BC=4, \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore AB=5.$$

连接  $CD$ ,

$\because BC$  为直径,

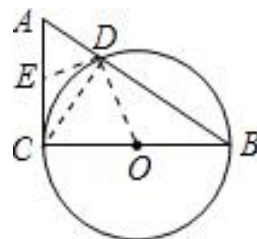
$$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ.$$

$$\because \angle A = \angle A, \angle ADC = \angle ACB,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \sim \text{Rt}\triangle ACB.$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}.$$

$$\therefore AD = \frac{AC^2}{AB} = \frac{9}{5}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 当点  $E$  是  $AC$  的中点时,  $ED$  与图形  $G(\odot O)$  有且只有一个交点.

证明: 连接  $OD$ ,

$\because DE$  是  $\text{Rt}\triangle ADC$  斜边上的中线,

$$\therefore ED = EC.$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD.$$

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OCD.$$

$$\therefore \angle EDO = \angle EDC + \angle ODC = \angle ECD + \angle OCD = \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\therefore ED \perp OD.$$

$\therefore ED$  与  $\odot O$  相切.

$\therefore$  直线  $ED$  与图形  $G(\odot O)$  有且只有一个交点.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

25. 解: (1)  $AP, BC, OD$  或  $BC, AP, OD$ ;  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 如图 1 或图 2 所示:  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

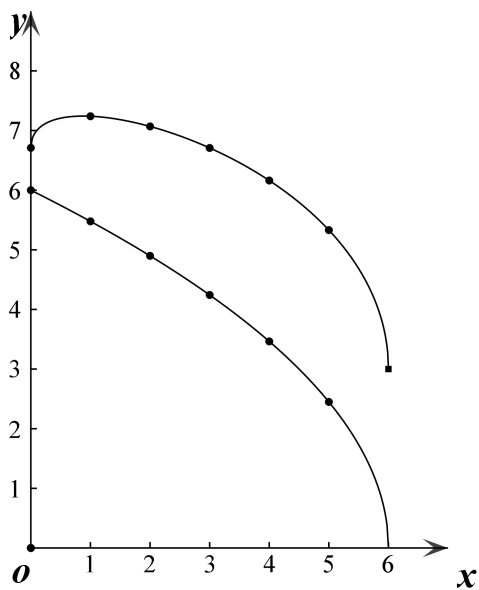


图 1

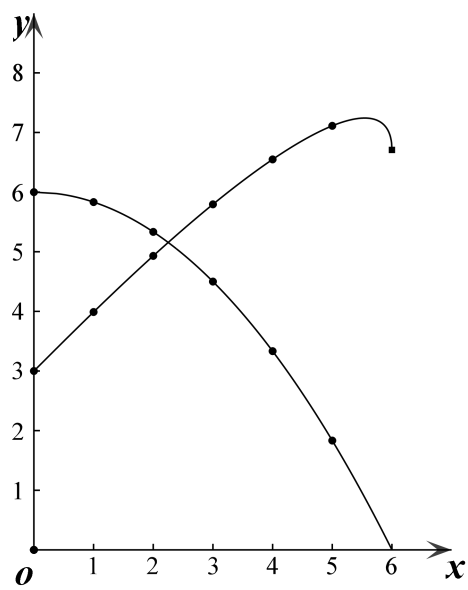


图 2

(3) 线段  $AP$  的长度约为 4.67. ....6 分

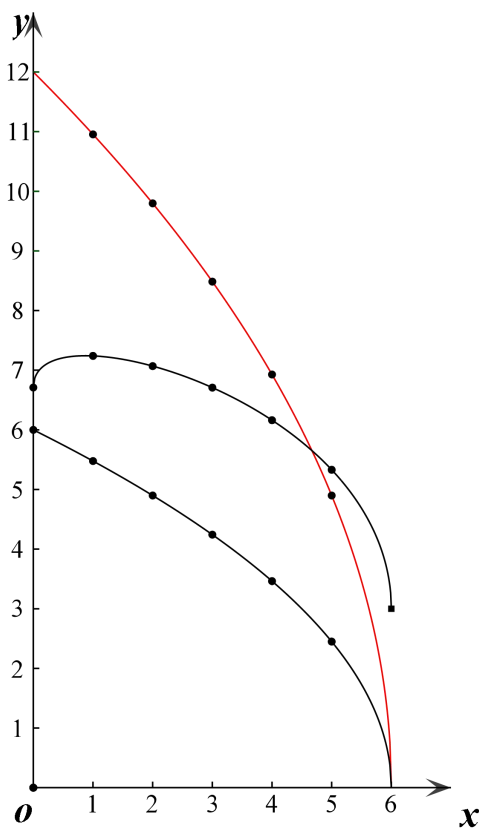


图 3

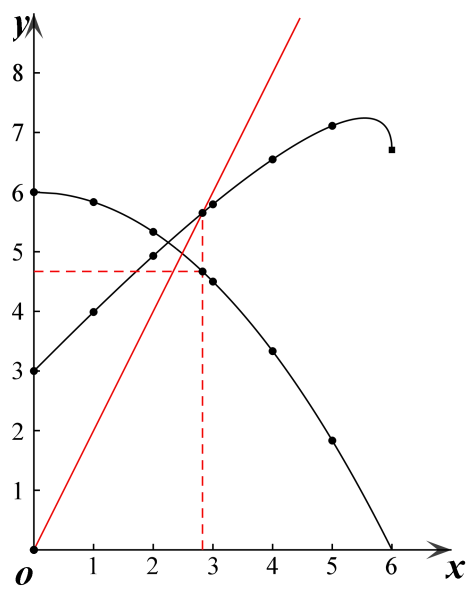


图 4

26. 解: (1) 令  $y=0$ , 则  $ax^2-4ax=0$ .

解得  $x_1=0, x_2=4$ .

$\therefore A(0, 0), B(4, 0)$ . ....2 分

(2)①设直线  $PC$  的解析式为  $y = kx + b$ .

将点  $P(1, -\frac{3}{2}a)$ ,  $C(2, 1)$  代入上式,

解得  $k = 1 + \frac{3}{2}a, b = -1 - 3a$ .

$\therefore y = (1 + \frac{3}{2}a)x - 1 - 3a$ .

$\because$  点  $Q$  在直线  $PC$  上, 且  $Q$  点的横坐标为 4,

$\therefore Q$  点的纵坐标为  $3 + 3a$ . .....4 分

②当  $a > 0$  时, 如图 1, 不合题意;

当  $a < 0$  时, 由图 2, 图 3 可知,  $3 + 3a \geq 0$ .

$\therefore a \geq -1$ .

$\therefore$  符合题意的  $a$  的取值范围是  $-1 \leq a < 0$ . .....6 分

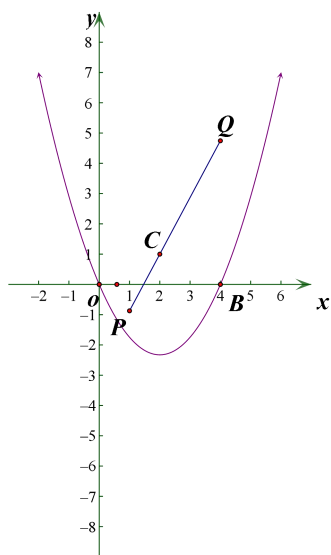


图 1

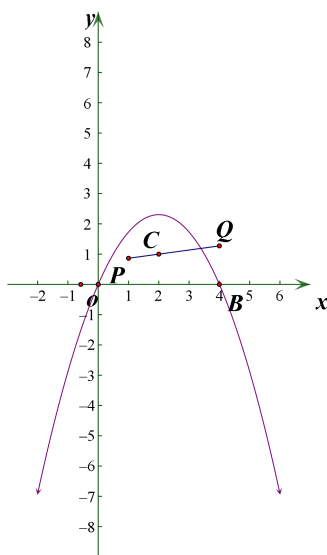


图 2

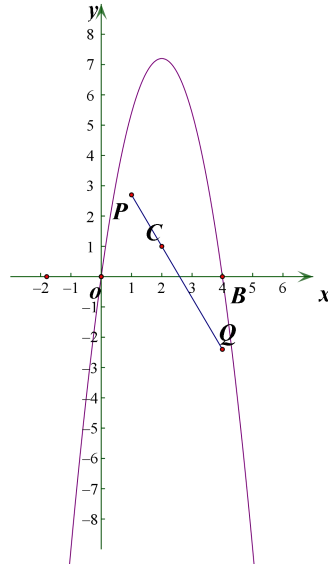


图 3

27. 解: (1) ①依题意, 补全图形, 如图 1 所示.

猜想:  $\angle BAE = \angle BCD$ .

理由如下:

$\because CD \perp AB, AE \perp BC$ ,

$\therefore \angle BAE + \angle B = 90^\circ$ ,

$\angle BCD + \angle B = 90^\circ$ .

$\therefore \angle BAE = \angle BCD$ . .....2 分

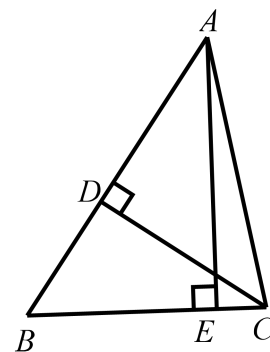


图 1

②证明: 如图 2, 在  $AE$  上截取  $AF = CE$ .

连接  $DF$ .

$\because \angle BAC = 45^\circ, CD \perp AB$ ,

$\therefore \triangle ACD$  是等腰直角三角形.

$\therefore AD = CD$ .

又  $\angle BAE = \angle BCD$ ,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE$  (SAS) .

$\therefore DF = DE, \angle ADF = \angle CDE$ .

$\because AB \perp CD$ ,

$\therefore \angle ADF + \angle FDC = 90^\circ$  .

$\therefore \angle CDE + \angle FDC = \angle EDF = 90^\circ$  .

$\therefore \triangle EDF$  是等腰直角三角形.

$\therefore EF = \sqrt{2}DE$  .

$\because AF + EF = AE$ ,

$\therefore CE + \sqrt{2}DE = AE$ . .....5 分

(3) 依题意补全图形, 如图 3 所示.

线段  $AE, CE, DE$  的数量关系:  $CE - \sqrt{2}DE = AE$ . .....7 分

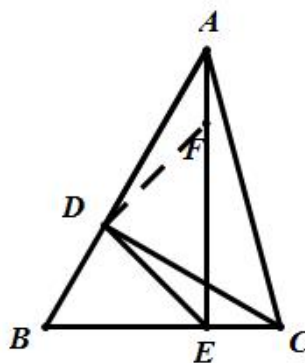
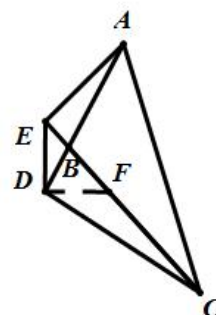


图 2



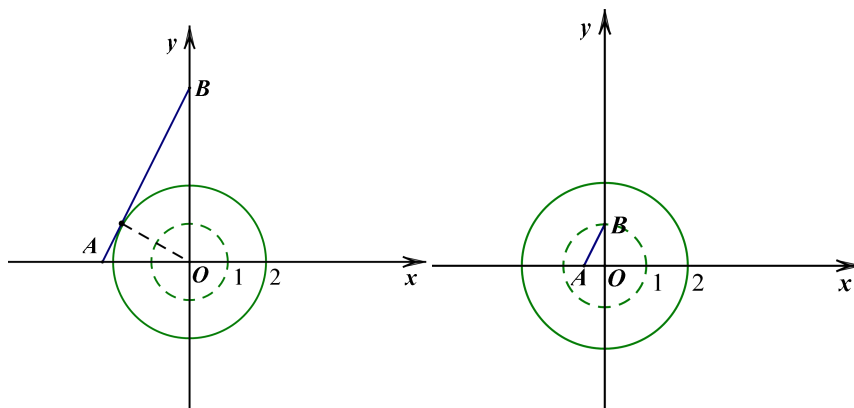
28.解: (1) ①  $P_2, P_3$  . .....2 分

②半径为 1 的  $\odot O$  的所有环绕点在以  $O$  为圆心, 半径分别为 1 和 2 的两个圆之间 (如下图所示阴影部分所示, 含大圆, 不含小圆) .

i) 当点  $B$  在  $y$  轴正半轴上时, 如图 1, 图 2 所示.

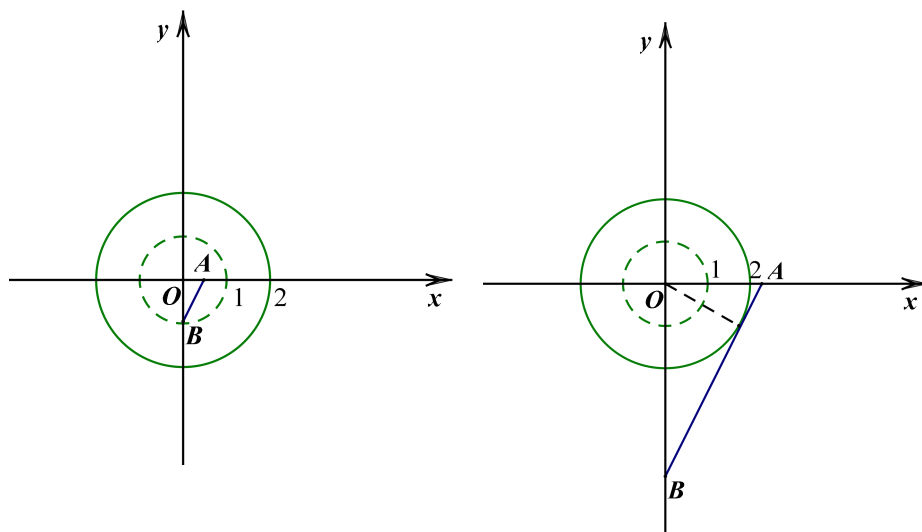
考虑以下两种特殊情况: 线段  $AB$  与半径为 2 的  $\odot O$  相切时,  $OB = 2\sqrt{5}$ ;

当点  $B$  经过半径为 1 的  $\odot O$  时,  $OB = 1$ .



因为线段  $AB$  上存在  $\odot O$  的环绕点, 所以可得  $b$  的取值范围为  $1 < b \leq 2\sqrt{5}$ ;

②当点  $B$  在  $y$  轴负半轴上时, 如图 3, 图 4 所示.



同理可得  $b$  的取值范围为  $-2\sqrt{5} \leq b < -1$ .

综上,  $b$  的取值范围为  $1 < b \leq 2\sqrt{5}$  或  $-2\sqrt{5} \leq b < -1$  . .....5 分

(3)  $-2 < t \leq 4$  . .....7 分