

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 已知 $a = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, $b = \sqrt{x} - \sqrt{y}$, 那么 ab 的值为 ()

- A.
- $2\sqrt{x}$
- ; B.
- $2\sqrt{y}$
- ; C.
- $x-y$
- ; D.
- $x+y$
- .

【答案】C

【解析】二次根式

2. 已知点 P 在线段 AB 上, 且 $AP:PB=2:3$, 那么 $AB:PB$ 为 ()

- A.
- $3:2$
- ; B.
- $3:5$
- ; C.
- $5:2$
- ; D.
- $5:3$
- .

【答案】D

【解析】比例线段

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $AD:DB=4:5$, 下列结论正确的是 ()

- A.
- $\frac{DE}{BC} = \frac{4}{5}$
- ; B.
- $\frac{BC}{DE} = \frac{9}{4}$
- ; C.
- $\frac{AE}{AC} = \frac{4}{5}$
- ; D.
- $\frac{EC}{AC} = \frac{5}{4}$
- .

【答案】B

【解析】三角形一边的平行线

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 如果 $a=3b$, 那么 $\angle A$ 的余切值为 ()

- A.
- $\frac{1}{3}$
- ; B.
- 3
- ; C.
- $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ; D.
- $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- .

【答案】A

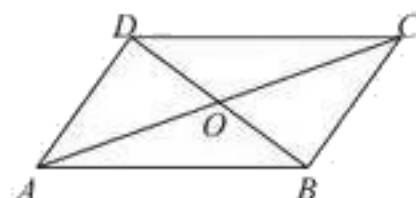
【解析】锐角三角比

5. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, 下列式子中正确的是 ()

- A.
- $\overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b}$
- ; B.
- $\overrightarrow{DC} = \vec{a} - \vec{b}$
- ; C.
- $\overrightarrow{DC} = -\vec{a} + \vec{b}$
- ; D.
- $\overrightarrow{DC} = -\vec{a} - \vec{b}$
- .

【答案】C

【解析】向量计算



6. 如果将抛物线 $y=x^2-2$ 平移, 使平移后的抛物线与抛物线 $y=x^2-8x+9$ 重合, 那么它平移的过程可以是 ()

- A. 向右平移 4 个单位, 向上平移 11 个单位;
- B. 向左平移 4 个单位, 向上平移 11 个单位;
- C. 向左平移 4 个单位, 向上平移 5 个单位;
- D. 向右平移 4 个单位, 向下平移 5 个单位.

【答案】D

【解析】 抛物线的平移

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 因式分解: $x^2-5x=$ ▲.

【答案】 $x(x-5)$

【解析】 提取公因式法因式分解

8. 已知 $f(x)=\sqrt{3x+1}$, 那么 $f(3)=$ ▲.

【答案】 $\sqrt{10}$

【解析】 代入求值

9. 方程 $\frac{x-1}{x+1}=\frac{1}{2}$ 的根为 ▲.

【答案】 $x=3$

【解析】 解分式方程

10. 已知: $\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$, 且 $y \neq 4$, 那么 $\frac{x-3}{y-4}=$ ▲.

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】 比例性质

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 BC 、 AC 上的中线 AD 、 BE 相交于点 G , $AD=6$, 那么 $AG=$ ▲.

【答案】 4

【解析】 重心

12. 如果两个相似三角形的对应边的比是 4:5, 那么这两个三角形的面积比是 16:25.

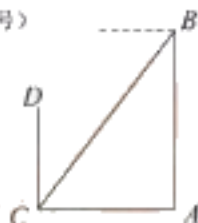
【答案】16:25

【解析】相似三角形的性质

13. 如图, 在大楼 AB 的楼顶 B 处测得另一栋楼 CD 底部 C 的俯角为 60° , 已知 A, C 两点间的距离为 15 米, 那么大楼 AB 的高为 $15\sqrt{3}$ 米. (结果保留根号)

【答案】 $15\sqrt{3}$

【解析】仰角、俯角



14. 某商场四月份的营业额是 200 万元, 如果该商场第二季度每个月营业额的增长率相同, 都为 x ($x > 0$), 六月份的营业额为 y 万元, 那么 y 关于 x 的函数解析式是 $y = 200(1+x)^2$.

【答案】 $y = 200(1+x)^2$

【解析】增长率问题

15. 矩形的一条对角线长为 26, 这条对角线与矩形一边夹角的正弦值为 $\frac{5}{13}$, 那么该矩形的面积为 240.

【答案】240

【解析】锐角三角比

16. 已知二次函数 $y = ax^2 + 8ax + a$ (a 是常数, $a \neq 0$), 当自变量 x 分别取 -6 、 -4 时, 对应的函数值分别为 y_1 、 y_2 , 那么 y_1 、 y_2 的大小关系是: y_1 $>$ y_2 (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”).

【答案】 $y_1 > y_2$

【解析】二次函数的图像与性质

17. 平行于梯形两底的直线截梯形的两腰, 当两交点之间的线段长度是两底的比例中项时, 我们称这条线段是梯形的“比例中线”. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4$, $BC = 9$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, 且 EF 是梯形 $ABCD$ 的“比例中线”, 那么 $\frac{DF}{FC}$ $\frac{2}{3}$.

【答案】 $\frac{2}{3}$

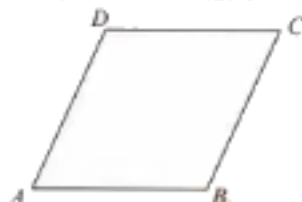
【解析】平行线分线段成比例定理

18. 如图, 有一菱形纸片 $ABCD$, $\angle A=60^\circ$, 将该菱形纸片折叠, 使点 A 恰好与 CD 的中点 E 重合, 折痕为 FG , 点 F 、 G 分别在边 AB 、 AD 上, 联结 EF , 那么 $\cos \angle EFB$ 的值为



【答案】 $\frac{1}{7}$

【解析】 翻折的性质应用



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

先化简, 再求值: $\frac{x-y}{x+2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+4xy+4y^2}$, 其中 $x=\sin 45^\circ$, $y=\cos 60^\circ$.

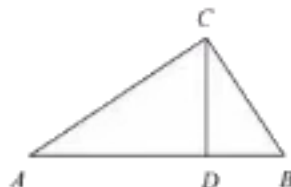
【解析】 $\sqrt{2}$

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图 4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=20$, $\sin A=\frac{3}{5}$, $CD \perp AB$, 垂足为 D .

(1) 求 BD 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 用 \vec{a} 、 \vec{b} 表示 \overrightarrow{AD} .



【解析】 (1) $CD=AC \cdot \sin A=12$, $\therefore AD=16$

易得 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, 得 $CD^2=AD \cdot BD$, $\therefore BD=9$

(2) $\overrightarrow{AD}=\frac{16}{25}\overrightarrow{AB}=\frac{16}{25}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\frac{16}{25}\vec{a}-\frac{16}{25}\vec{b}$

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 3 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + 1$ (b 为常数) 的对称轴是直线 $x = 1$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 $A(8, m)$ 在该抛物线上, 它关于该抛物线对称轴对称的点为 A' , 求点 A' 的坐标;

(3) 选取适当的数据填入下表, 并在如图 5 所示的平面直角坐标系内描点, 画出该抛物线.

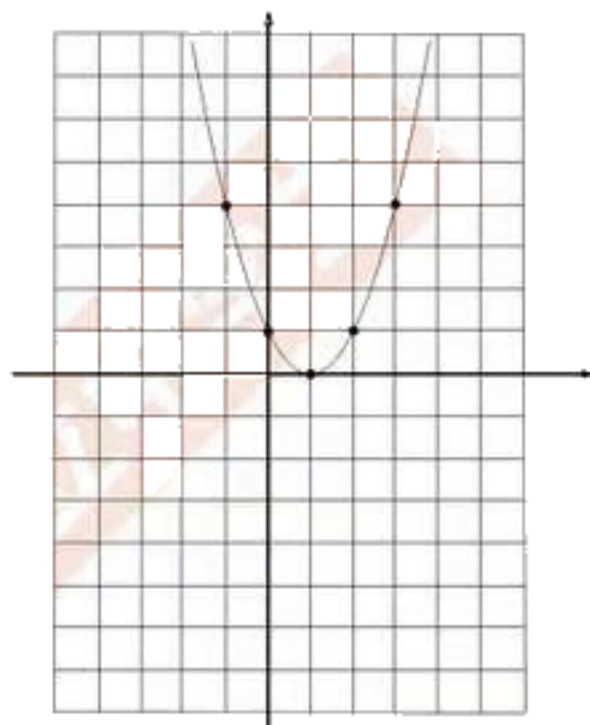
x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	4	1	0	1	4	...

【解析】(1) 由 $-\frac{b}{2} = 1$, 得 $b = -2$

$$\therefore y = x^2 - 2x + 1$$

(2) $A'(-6, m)$, $m = 49$, $A'(-6, 49)$

(3) 如图所示 (表格答案不唯一)

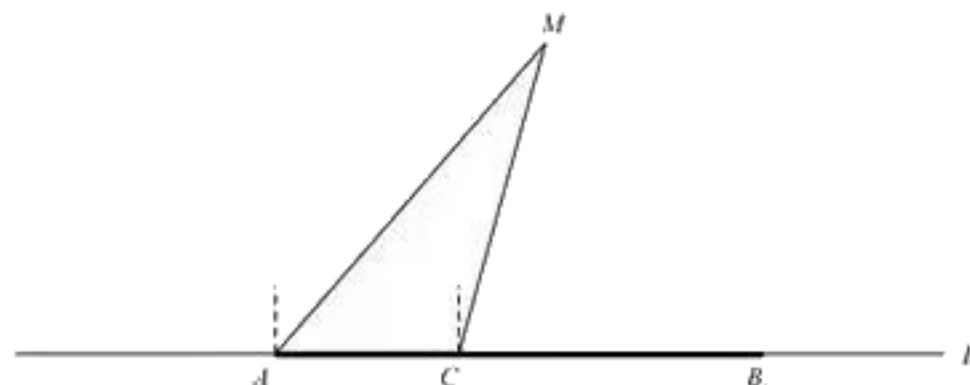


22. (本题满分 10 分, 其中第 (1) 小题 7 分, 第 (2) 小题 3 分)

如图 6, 在东西方向的海岸线 l 上有长为 300 米的码头 AB , 在码头的最西端 A 处测得轮船 M 在它的北偏东 45° 方向上; 同一时刻, 在 A 点正东方向距离 100 米的 C 处测得轮船 M 在北偏东 22° 方向上.

(1) 求轮船 M 到海岸线 l 的距离: (结果精确到 0.01 米)

(2) 如果轮船 M 沿着南偏东 30° 方向航行, 那么该轮船能否行至码头 AB 靠岸? 请说明理由. (参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.375$, $\cos 22^\circ \approx 0.927$, $\tan 22^\circ \approx 0.404$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【解析】(1) 过点 M 作 MD 垂直于 l , 垂足为 D ,

设 $AD=MD=x$, $CD=\tan 22^\circ AD=0.404x$,

$$x-0.404x=100, \quad x \approx 167.79$$

(2) 设 M 到达 l 上的点为 E ,

$$DE=\tan 30^\circ AD \approx 96.87 \text{ 米},$$

$$AE=96.87+167.79=264.66 \text{ 米} < 300 \text{ 米}$$

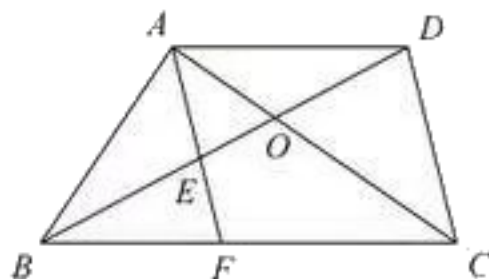
\therefore 轮船可以行至码头 AB 靠岸

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图 7, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 交于点 O , 点 E 在线段 OB 上, AE 的延长线与 BC 相交于点 F , $OD^2=OB \cdot OE$.

(1) 求证: 四边形 $AFCD$ 是平行四边形;

(2) 如果 $BC=BD$, $AE \cdot AF=AD \cdot BF$, 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.



【解析】

(1) 由已知可得, $\frac{OE}{OD} = \frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC}$

$\therefore AF \parallel CD$ \therefore 四边形 $AFCD$ 是平行四边形

(2) $\angle AEB = \angle FED = 180^\circ - \angle BDC$

$$\angle ADC = 180^\circ - \angle BCD$$

易证 $\angle BDC = \angle BCD$ $\therefore \angle AEB = \angle ADC$

$\because AE \cdot AF = AD \cdot BF$, 易得 $BE = BF$, $AF = CD$

$$\text{则 } \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD$ (两边对应成比例且夹角相等)

【总结】八字形公共边比例搭桥: 换边

24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 8), 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 的图像经过点 $A(0, -3)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(3, 0)$, 联结 AB 、 AC .

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 点 D 是线段 AC 上的一点, 联结 BD , 如果 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 3 : 2$, 求 $\tan \angle DBC$ 的值;

(3) 如果点 E 在该二次函数图像的对称轴上, 当 AC 平分 $\angle BAE$ 时, 求点 E 的坐标.

【解析】

(1) 将 $A(0, -3)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(3, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{得: } y = -x^2 + 4x - 3$$

(2) 过 D 作 $DG \perp BC$

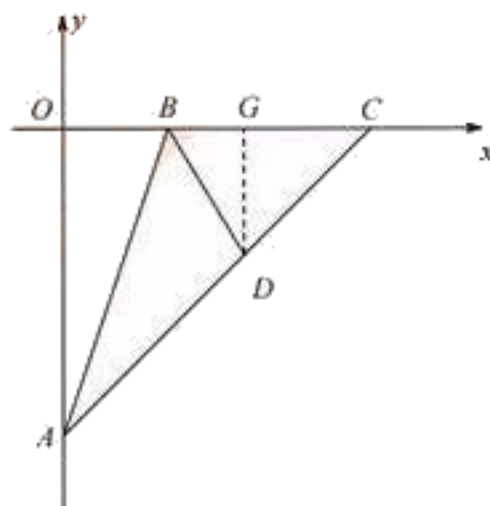
$$\because S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 3 : 2$$

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{DG}{OA} = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\text{则 } DG = GC = \frac{6}{5}, \quad BG = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \tan \angle DBC = \frac{DG}{BG} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{2}$$



【总结】①高相等时, 面积之比等于底之比; ②求正切值时, 无高则必作高.

(3) 【方法一】

过点 A 作 $AH \perp$ 对称轴于点 H

$$\text{则 } \angle OAH = 90^\circ$$

$$\because \angle OAC = 45^\circ, \quad \angle BAC = \angle CAE$$

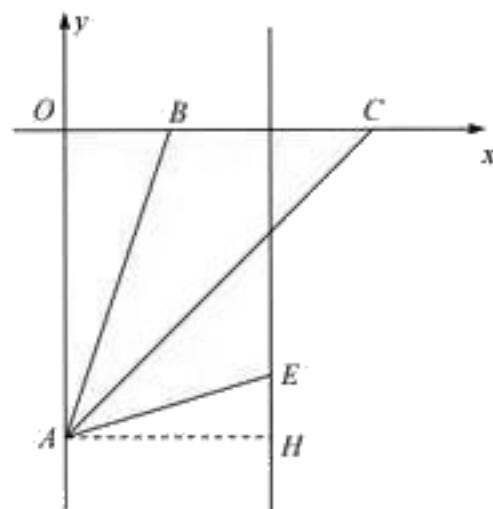
$$\therefore \angle OAB = \angle EAH$$

$$\text{则 } \tan \angle OAB = \tan \angle EAH = \frac{1}{3},$$

$$\text{即 } \frac{EH}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore EH = \frac{2}{3}$$

$$\therefore E(2, -\frac{7}{3})$$



【方法二】

由 $\angle MCN = \angle CNM = \angle ANE = 45^\circ$, $\angle BAC = \angle NAE$

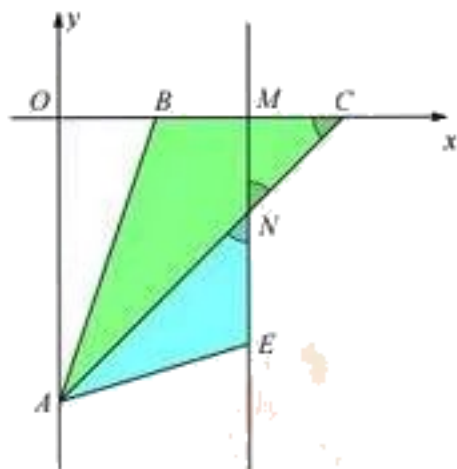
得: $\triangle ABC \sim \triangle AEN$

$$\therefore \frac{EN}{BC} = \frac{AN}{AC}$$

$$\text{即 } \frac{EN}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{则 } EN = \frac{4}{3}, ME = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore E(2, -\frac{7}{3})$$



【总结】①有角平分线，则有等角；②等角问题的解题思路：可利用相等角的正切值相等解决问题；也可寻找相似或构造相似解决问题。

25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知: 如图 9, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 DC 上, $AB^2 = BE \cdot DC$, $DE:EC = 3:1$, F 是边 AC 上的一点, DF 与 AE 交于点 G .

(1) 找出图中与 $\triangle ACD$ 相似的三角形, 并说明理由;

(2) 当 DF 平分 $\angle ADC$ 时, 求 $DG:DF$ 的值;

(3) 如图 10, 当 $\angle BAC = 90^\circ$, 且 $DF \perp AE$ 时, 求 $DG:DF$ 的值.

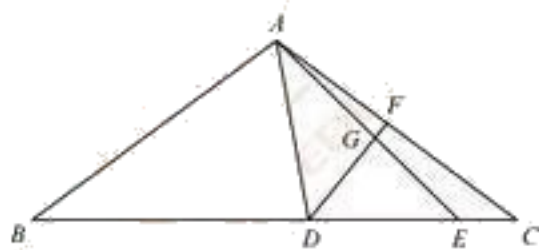


图 9

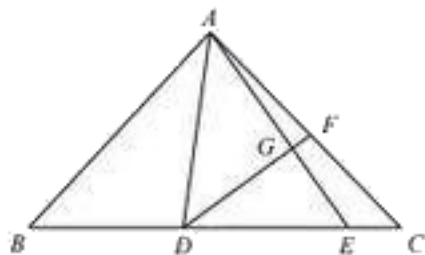


图 10

【解析】(1) $\triangle ABE$ 和 $\triangle AED$

理由: $\because AB^2 = BE \cdot DC$, $\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{DC}{AB} = \frac{DC}{AC}$, 又 $\because \angle B = \angle C$, $\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCA$,

$\therefore \angle BEA = \angle DAC$, $\therefore \triangle AED \sim \triangle CAD$.

(2) $\because \triangle DEA \sim \triangle DAC$,

$$\therefore DA^2 = DE \cdot DC, DA = 2\sqrt{3}a$$

$\because DF$ 平分 $\angle ADC$, $\angle ADF = \angle FDC \therefore \triangle DAF \sim \triangle DEG$

$$\therefore \frac{DF}{DG} = \frac{AD}{DE} = \frac{2\sqrt{3}a}{3a} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \therefore \frac{DG}{DF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

【总结】证相似，求相似三角形对应边之比。

(3) $\because \triangle DEA \sim \triangle DAC$, $\therefore DA^2 = DE \cdot DC$, $\therefore DA = 2\sqrt{3}a$

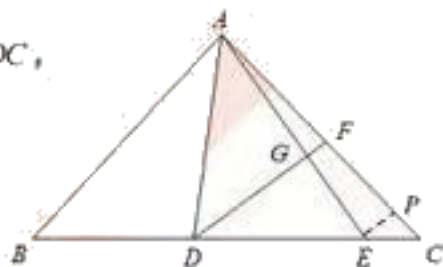
$\because \angle DAF + \angle BAD = \angle AED + \angle FDC = 90^\circ$, $\therefore \angle BAD = \angle FDC$,

即 $\angle ADF = 45^\circ$, $\therefore DG = AG = \sqrt{6}a$,

在 $Rt\triangle DGE$ 中, $GE = \sqrt{3}a$

过 E 作 $EP \parallel DF$, 则有 $\frac{CE}{CD} = \frac{PE}{DF} \therefore \frac{PE}{DF} = \frac{1}{4}$

$$\text{又} \because \frac{GF}{PE} = \frac{\sqrt{6}a}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})a} = \frac{\sqrt{6}}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})} \therefore \frac{GF}{DF} = \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2} + 4} \therefore \frac{DG}{DF} = \frac{3\sqrt{2} + 4}{4\sqrt{2} + 4} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$



【总结】添平行线，构造 A 字型。