

九年级数学试题

(试卷满分: 150 分, 考试时间: 120 分钟)

2020.1

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 已知 α 为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 α 的度数为

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

2. 已知 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$ ($a \neq 0, b \neq 0$), 下列变形错误的是

- A. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ B. $3a = 4b$ C. $\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ D. $4a = 3b$

3. 某路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒, 当小明到达该路口时, 遇到红灯的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, 若点 A 是 OA' 的中点, $\triangle ABC$ 的面积是 6, 则 $\triangle A'B'C'$ 的面积为

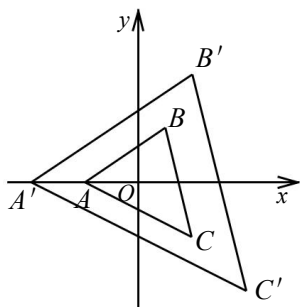
- A. 9 B. 12 C. 18 D. 24

5. 若将半径为 24cm 的半圆形纸片围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面圆半径为

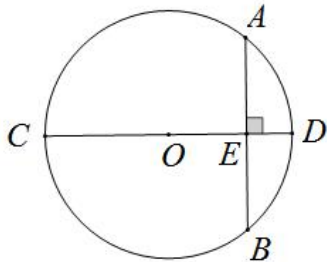
- A. 3cm B. 6cm C. 12cm D. 24cm

6. 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于点 E , $DE=2$, $AB=8$, 则 $\odot O$ 的半径为

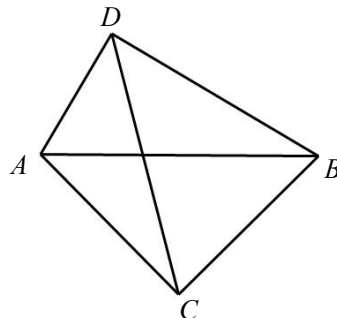
- A. 5 B. 8 C. 3 D. 10



(第 4 题图)



(第 6 题图)



(第 8 题图)

7. 已知抛物线 $y = ax^2 + 2x - 1$ 与 x 轴没有交点, 那么该抛物线的顶点所在的象限是

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $AB=5\sqrt{2}$, 以 AB 为斜边向上作 $\text{Rt}\triangle ABD$, $\angle ADB=90^\circ$. 连接 CD , 若 $CD=7$, 则 AD 的长度为

- A. $3\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$ B. 3 或 4 C. $2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$ D. 2 或 4

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

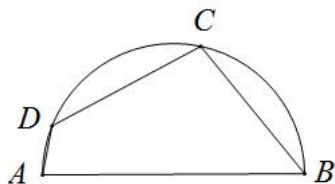
9. 抛物线 $y = x^2 + 8x + 6$ 的顶点坐标为 ▲ .

10. $\odot O$ 的半径为 4, 圆心 O 到直线 l 的距离为 2, 则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是 ▲ .

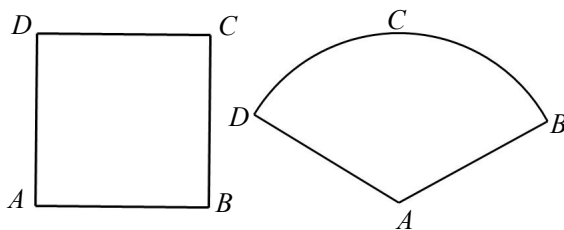
11. 某同学想要计算一组数据 105, 103, 94, 92, 109, 85 的方差 S_0^2 , 在计算平均数的过程中, 将这组数据中的每一个数都减去 100, 得到一组新数据 5, 3, -6, -8, 9, -15, 记这组新数据的方差为 S_1^2 , 则 S_0^2 ▲ S_1^2 (填 “>”、“=” 或 “<”).

12. 已知线段 $AB=4$, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 那么线段 $AP=$ ▲ . (结果保留根号)

13. 如图, 四边形 $ABCD$ 是半圆的内接四边形, AB 是直径, $\widehat{CD} = \widehat{CB}$. 若 $\angle C = 100^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数为 ▲ °.



(第 13 题图)



(第 14 题图)

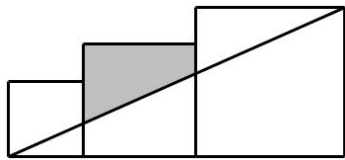
14. 如图, 将边长为 4 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心, AB 为半径的扇形 (忽略铁丝的粗细), 则所得的扇形 ABD 的面积为 ▲ .

15. 已知一个三角形的三边长分别为 5、12、13, 则其内切圆的半径为 ▲ .

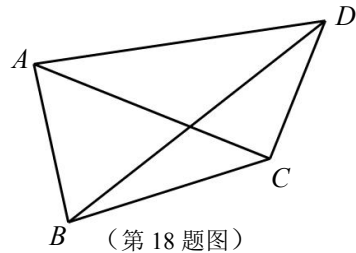
16. 飞机着陆后滑行的距离 s (单位: m) 关于滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是 $s = 60t - 1.5t^2$, 飞机着陆后滑行 ▲ m 才能停下来.

17. 将边长分别为 2cm, 3cm, 4cm 的三个正方形按如图所示的方式排列, 则图中阴影部分的面积为 ▲ cm^2 .

18. 如图，四边形的两条对角线 AC 、 BD 相交所成的锐角为 60° ，当 $AC+BD=8$ 时，四边形 $ABCD$ 的面积的最大值是 ▲ 。



(第 17 题图)



(第 18 题图)

三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（本题满分 8 分）

- (1) 解方程： $x^2 + 6x - 7 = 0$
- (2) 计算： $4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\sqrt{3} - 1)^0 - \tan 30^\circ$

20.（本题满分 8 分）已知：已知关于 x 的方程 $x^2 + mx + m - 2 = 0$

- (1) 求证：不论 m 为何值，方程总有两个不相等的实数根．
- (2) 若该方程的一个根为 1，求 m 的值及方程的另一个根．

21.（本题满分 8 分）下表是某地连续 5 天的天气情况（单位： $^\circ\text{C}$ ）：

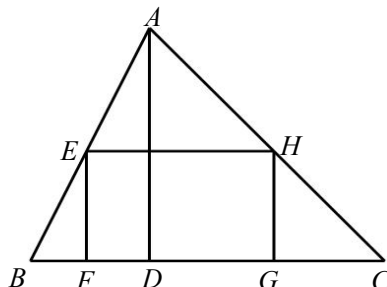
日期	1 月 1 日	1 月 2 日	1 月 3 日	1 月 4 日	1 月 5 日
最高气温	5	7	6	8	4
最低气温	-2	0	-2	1	3

- (1) 1 月 1 日当天的日温差为 ▲ $^\circ\text{C}$ ；
- (2) 利用方差判断该地这 5 天的日最高气温波动大还是日最低气温波动大．

22.（本题满分 8 分）某校九年级（2）班 A 、 B 、 C 、 D 四位同学参加了校篮球队选拔．

- (1) 若从这四人中随机选取一人，恰好选中 B 参加校篮球队的概率是 ▲ ；
- (2) 若从这四人中随机选取两人，请用列表或画树状图的方法求恰好选中 B 、 C 两位同学参加校篮球队的概率．

23. (本题满分 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高. 矩形 $EFGH$ 的顶点 E 、 H 分别在边 AB 、 AC 上, FG 在边 BC 上, $BC=6$, $AD=4$, $EF=\frac{2}{3}EH$. 求矩形 $EFGH$ 的面积.

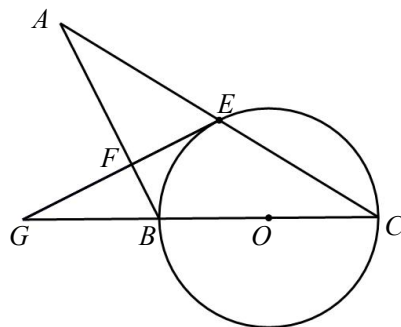


24. (本题满分 10 分) 某商店经销的某种商品, 每件成本为 30 元. 经市场调查, 当售价为每件 70 元时, 可销售 20 件. 假设在一定范围内, 售价每降低 2 元, 销售量平均增加 4 件. 如果降价后商店销售这批商品获利 1200 元, 问这种商品每件售价是多少元?

25. (本题满分 10 分) 如图, $AB=BC$, 以 BC 为直径作 $\odot O$, AC 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 F , 交 CB 的延长线于点 G .

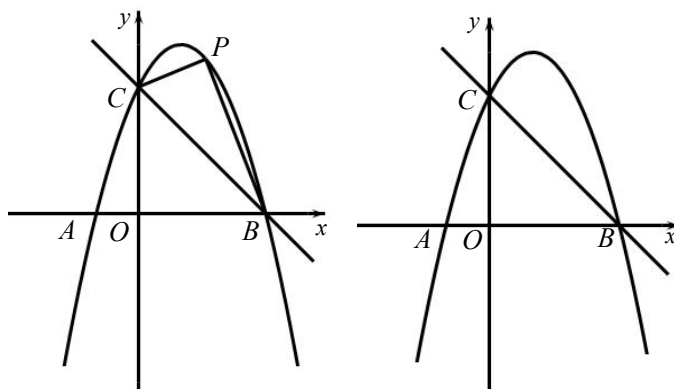
(1) 求证: EG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $GF=2\sqrt{3}$, $GB=4$, 求 $\odot O$ 的半径.



26. (本题满分 10 分) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x$.

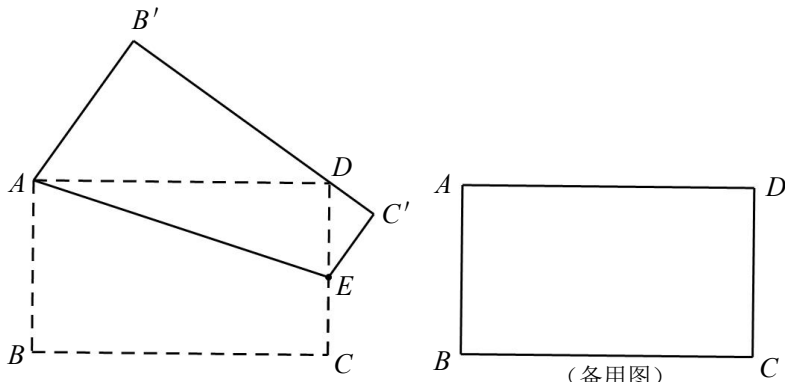
- (1) 我们把一条抛物线上横坐标与纵坐标相等的点叫做这条抛物线的“方点”. 试求抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 的“方点”的坐标;
- (2) 如图, 若将该抛物线向左平移 1 个单位长度, 新抛物线与 x 轴相交于 A 、 B 两点 (A 在 B 左侧), 与 y 轴相交于点 C , 连接 BC . 若点 P 是直线 BC 上方抛物线上的一点, 求 $\triangle PBC$ 的面积的最大值;
- (3) 第 (2) 问中平移后的抛物线上是否存在点 Q , 使 $\triangle QBC$ 是以 BC 为直角边的直角三角形? 若存在, 直接写出所有符合条件的点 Q 的坐标; 若不存在, 说明理由.



(备用图)

27. (本题满分 12 分) 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, 已知 $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{6}$, 点 E 在边 CD 上移动, 连接 AE , 将多边形 $ABCE$ 沿 AE 折叠, 得到多边形 $AB'C'E$, 点 B 、 C 的对应点分别为点 B' 、 C' .

- (1) 连接 AC . 则 $AC = \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle DAC = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;
- (2) 当 $B'C'$ 恰好经过点 D 时, 求线段 CE 的长;
- (3) 在点 E 从点 C 移动到点 D 的过程中, 求点 C' 移动的路径长.



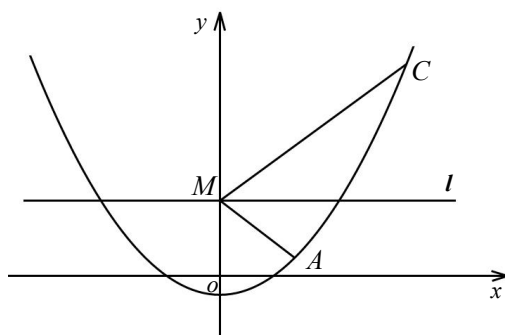
(备用图)

28. (本题满分 12 分) 已知二次函数 $y = \frac{1}{8}x^2 + bx + c$ (b 、 c 为常数) 的图像经过点 $(0, -1)$ 和点 $A(4, 1)$.

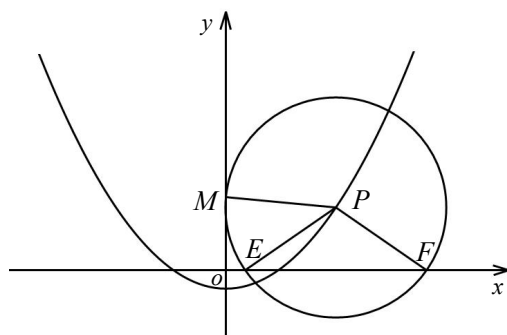
(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 如图 1, 点 $C(10, m)$ 在抛物线上, 点 M 是 y 轴上的一个动点, 过点 M 平行于 x 轴的直线 l 平分 $\angle AMC$, 求点 M 的坐标;

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 点 P 是抛物线上的一动点, 以 P 为圆心、 PM 为半径的圆与 x 轴相交于 E 、 F 两点, 若 $\triangle PEF$ 的面积为 $2\sqrt{6}$, 请直接写出点 P 的坐标.



(图 1)



(图 2)